МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16, \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

~~Зада~~ Разложим число 4900 на простые множители. $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$. Тогда заметим, что ~~в~~ цифрами 8-значного числа должны быть либо: две 2, две 5, две 7, две 1, либо: одна 4, две 5, две 7, три 1. По другому быть не может. Рассмотрим первый случай. ~~Заметим, чтобы~~ кол-во вариантов поставить 2-единицы это C_8^2, кол-во поставить еще ~~две~~ двойки будет C_6^2, т.к. 2 единицы мы уже поставили, кол-во вариантов поставить 2-пятёрки C_4^2, т.к. 2 единицы и 2 двойки поставлены, а кол-во вариантов поставить 2-семёрки C_2^2 (по аналогичным соображениям) => кол-во вариантов $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$.

Рассмотрим второй случай. Расставить все 3 единицы это C_8^3 вариантов, расставить одну четвёрку это C_5^1, расставить 2 пятёрки это C_4^2, расставить 2 семёрки C_2^2. Значит кол-во вариантов $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 1680$

Тогда кол-во вариантов всего это сумма ~~в~~ 2 случаях => Ответ: $2520 + 1680 = 4200$.

№2.

Дана ${}^{\text{геом.}}$ прогрессия $b_1; b_2 \dots b_{3000}$, мы можем её представить в виде: $b_1; b_1 \cdot q; b_1 \cdot q^2 \dots b_1 \cdot q^{2999}$. ~~Гд~~ Где q – шаг прогрессии, понятно, что $q \geq 0$, т.к. если ~~$q \leq 0$, то~~ $q \leq 0$, то какие-то члены прогрессии будут ≤ 0, но они все положительные $\Rightarrow q > 0$. Тогда $b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S \Rightarrow$

$b_1(1 + q + \dots + q^{2999}) = S = b_1\left(\frac{q^{3000}-1}{q-1}\right)$. Заметим, что ~~прогрес~~ $b_3; b_6 \dots b_{3000}$ (только те, которые делятся на 3) так же являются прогрессией, с шагом q^3. Значит $b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b_3 + b_3 \cdot q^3 + \dots + b_3 \cdot q^{2997} = b_3\left(\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\right) = b_1 \cdot q^2 \frac{(q^{3000}-1)}{q^3-1}$. Тогда по условию $b_1 \cdot \left(\frac{q^{3000}-1}{q-1}\right) + 39 \cdot b_1 \cdot q^2\left(\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\right) = 5S \Rightarrow$

$\Rightarrow S + 39 \cdot b_1 \cdot q^2\left(\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\right) = 5S \Rightarrow 39 \cdot b_1 \cdot q^2 \frac{(q^{3000}-1)}{q^3-1} =$

$= 4S \Rightarrow 39 \cdot b_1 \cdot q^2 \frac{(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4 \cdot b_1 \frac{(q^{3000}-1)}{q-1}$;

значит $\frac{39 \cdot q^2}{q^3-1} = \frac{4}{q-1} \Rightarrow 39 \cdot q^2 \cdot (q-1) = 4(q-1)(q^2+q+1) \Rightarrow$

$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4 \Rightarrow 35q^2 - 4q - 4 = 0$ (решаем уравнение). $D = 16 + 16 \cdot 35 = 24^2$

$x_1 = \frac{4+24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = 0{,}4$; $x_2 = \frac{4-24}{70} = -\frac{2}{7} < 0 \Rightarrow$ не подходит. Тогда мы поняли, что $q = 0{,}4$.

Заметим, что $b_2; b_4 \dots b_{3000}$ (всё чётные члены, это геом. прогрессия с шагом q^2) $\Rightarrow$ имеет вид $b_2; b_2 \cdot q^2; b_2 \cdot q^4 \dots; b_2 \cdot q^{2998}$. Тогда $b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$= b_2 + b_2 \cdot q^2 + \ldots + b_2 \cdot q^{2998} = b_2\left(\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}\right) = b_1 \cdot q\left(\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}\right)$

Тогда, чтобы ~~сдать~~ дать ответ на задачу нам нужно найти чему равна сумма $b_2 + \ldots + b_{3000}$ домноженная на 2. Тоесть чему равно $2 \cdot b_1 \cdot q\left(\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}\right)$. Мы можем это выразить через $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{3000} = b_1\left(\frac{q^{3000}-1}{q-1}\right)$; $2 \cdot b_1 \cdot q\left(\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}\right) = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \cdot \frac{2q}{q+1}$

Заметим, что $q = 0.4 \Rightarrow 2 \cdot b_1 \cdot q\left(\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}\right) = \frac{2 \cdot 0.4}{0.4+1} \cdot S = \frac{0.8}{1.4} \cdot S = \frac{2}{7}S$. Тогда при домножении всех чётных членов на 3 сумма всех членов прогрессии ~~изменится~~ увеличится на $\frac{2}{7}S$. Ответ: ~~изменится~~ увеличится на $\frac{2}{7}S$, тоесть станет $1\frac{2}{7}S = \frac{9}{7}S$.

№3.

Перепишем в более удобную форму:

$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)(x+10)$. Заметим, что при $x=-10$ обе части зануляются, но нам нужно, чтобы $x^3-64x+200 \geq 0$ всегда. Подставим -10 в $x^3-64x+200 \Rightarrow -1000+640+200 < 0 \Rightarrow x \neq -10$, тогда поделим на $x+10$: $\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4)$.

т.к. $\sqrt{x^3-64x+200} \geq 0 \Rightarrow x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$. Возведём все в квадрат. Тогда $x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$

Значит $x^3-8x^2+72=0$. Найдём корни, заметим, что при $x=6$ будет равно $216+72-8\cdot 36=0$. ~~Поделим~~

Разложим x^3-8x^2+72 на множители $\Rightarrow$.

$x^3-8x^2+72=(x-6)(x^2-2x-12)=0$.

$D=4+48=52=4\cdot 13 \Rightarrow x_1=\frac{2+2\sqrt{13}}{2}=1+\sqrt{13}$

$x_2=\frac{2-2\sqrt{13}}{2}=1-\sqrt{13}$, тогда

у нас имеются 3 корня $x=6$ и $x=1\pm\sqrt{13}$. Но заметим, что ~~при~~ $x\geq 4 \Rightarrow$ ~~$x=1\pm\sqrt{13}$ не подходят, т.к. $1-\sqrt{13}<0$, а $1+\sqrt{13}<4$~~ $\Rightarrow$ $1-\sqrt{13}$ не подходит, т.к. $1-\sqrt{13}<0$, ~~а то~~ Тогда проверим подходят ли нам $x=6$ и $x=1+\sqrt{13}$. Они оба ≥ 4.

Надо, чтобы $x^3-64x+200\geq 0$, при $x=6$; $216+200-64\cdot 6=$ $=416-384>0$, значит корень $x=6$ подходит.

при $x=1+\sqrt{13}$. $(1+\sqrt{13})^3-64-64\sqrt{13}+200=$
$=1+3\sqrt{13}+39+13\sqrt{13}-64-64\sqrt{13}+200=240-64-48\sqrt{13}=$
$=176-48\sqrt{13}$. Нам нужно, чтобы $176-48\sqrt{13}\geq 0$.

$176 \,?\, 48\sqrt{13} \Rightarrow 11 \,?\, 3\sqrt{13} \Rightarrow 121 \,?\, 9\cdot 13 \Rightarrow 121 \,?\, 117 \Rightarrow$
$121\geq 117 \Rightarrow 176-48\sqrt{13}\geq 0$. Значит $x=1+\sqrt{13}$ подходит.

Ответ: $x=6$ и $x=1+\sqrt{13}$

№4.

Запишем в более удобной форме.

$4x^4+(x+2)^2-5x^2|x+2|\geq 0$. Заметим, что $(x+2)^2=(|x+2|)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 4x^4+(|x+2|)^2-5x^2|x+2|\geq 0$. Пусть $a=|x+2|$, тогда

$4x^4-5x^2a+a^2\geq 0$ $D=25a^2-16a^2=9a^2$. Заметим, что $\sqrt{D}\geq 0$, ~~та~~ а так же a всегда $\geq 0 \Rightarrow$.

$\sqrt{D}=3a$. Тогда $x_1=\frac{5a-3a}{8}=\frac{a}{4}$ $x_2=\frac{5a+3a}{8}=a$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

~~Тогда~~ Заметим, что только что бы решали биквадратное уравнение. Тогда, т.к. при x^4 коэффициент >0, то чтобы $4x^4-5x^2a+a^2 \geq 0$ нужно, чтобы $x^2 \notin \left(\frac{a}{4}; a\right)$, т.к. если он принадлежит этому промежутку, то $4x^4-5x^2a+a^2<0$.

тогда $\frac{a}{4} < x^2 < a \Rightarrow \frac{|x+2|}{4} < x^2 < |x+2|$. Решим сначала $\frac{|x+2|}{4} < x^2$. Пусть $x<-2 \Rightarrow -2-x < 4x^2 \Rightarrow$

$4x^2+x+2>0$ $D=1-32<0$, значит ~~при любом~~ любой $x<-2$ нам подходит. Пусть $x \geq -2 \Rightarrow x+2 < 4x^2 \Rightarrow$

$4x^2-x-2>0$ $D=1+32=33$ $x_1=\frac{1+\sqrt{33}}{8}$ $x_2=\frac{1-\sqrt{33}}{8}$

ветви смотрят вверх $\Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; +\infty\right)$,

но $x \geq -2 \Rightarrow x \in \left[-2; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(1+\frac{\sqrt{33}}{8}; +\infty\right) \Rightarrow$

если $\frac{|x+2|}{4} < x^2$, то нам подходят $x<-2$ и

$x \in \left[2; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; +\infty\right) \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; +\infty\right)$

Решаем второе $x^2 < |x+2|$ при $x<-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 < -x-2 \Rightarrow$ ~~$-x^2-x-2>0$~~ $x^2+x+2<0$.

$D=1-8<0$, тогда при всех $x<-2$ $x^2+x+2>0$, т.к. коэффициент $>0 \Rightarrow \varnothing$, при $x \geq -2$ $x^2 < x+2 \Rightarrow$

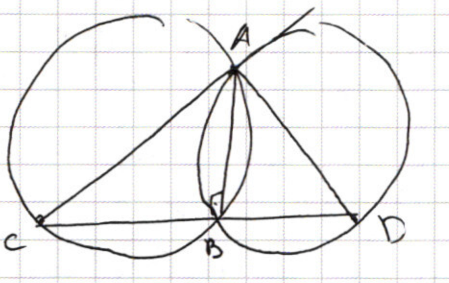
$x^2-x-2<0$; $D=1+8=9$ $x_1=\frac{1+3}{2}=2$; $x_2=\frac{1-3}{2}=-1$.

при $x \in (-1; 2)$ $x^2-x-2<0$, но $x>-2$, тогда нам так же подходит, что $x \in (-1; 2)$. Мы рассмотре-

ли 2 случая, теперь нам надо найти пересечение ~~этих~~ ответов в обоих случаях. в первом ответ $\left(-\infty; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; +\infty\right)$ а во втором $(-1;2)$. Заметим, что $-1 < \frac{1-\sqrt{33}}{8}$, т.к. $-8 < 1-\sqrt{33}$, т.к. $-9 < -\sqrt{33}$, т.к. $9 > \sqrt{33}$. А так же $2 > \frac{1+\sqrt{33}}{8}$, т.к. $15 > \sqrt{13}$. $\Rightarrow$ для обоих случаев подходит ~~только~~ $x \in \left(-1; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; 2\right)$.
Тогда мы поняли, что если $x^2 \in \left(\frac{|x+2|}{4}; |x+2|\right)$, то $x \in \left(-1; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}; 2\right)$, но т.к. нам надо, чтобы $x^2 \notin \left(\frac{|x+2|}{4}; |x+2|\right)$, то ответом будет
$x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$.
Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$.

№6.

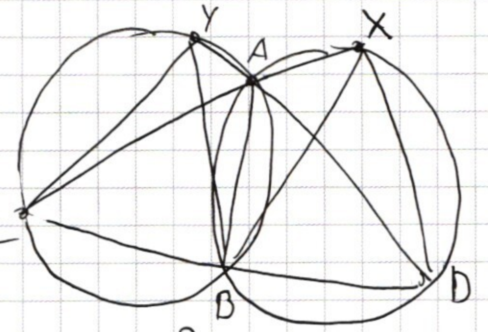
Рассмотрим несколько случаев. Пусть у прямой CA только одна точка пересечения ~~с окр.~~ второй окр.



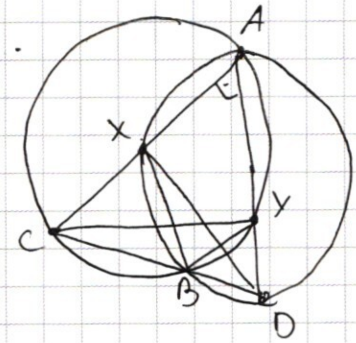
Тогда CA - касательная $\Rightarrow$ DA = диаметр, а, т.к. AD - диаметр, то и AC диаметр, т.к. $\angle CAD = 90^\circ$. Тогда ACD - равносторонний прямоугольный треугольник, заметим, что $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$, тогда перпендикуляр к CD в точке D проходит через A. понятно, что $AB = CB = BD \Rightarrow$ F совпадает с A. Тогда $CA = CF = 2R \Rightarrow CF = 26$. ~~Второй случай ну~~ Дальше мы будем рассматривать случаи такие, что и AC и AD пересекают окружности в 2 точках, т.к. с 1 точкой мы уже разобрались.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1). Пусть прямая AC пересекает вторую окр. сначала в точке A, а потом в точке X. И прямая DA пересек. перв. окр. сначала в точке A, а потом в точке Y. Тогда заметим, что

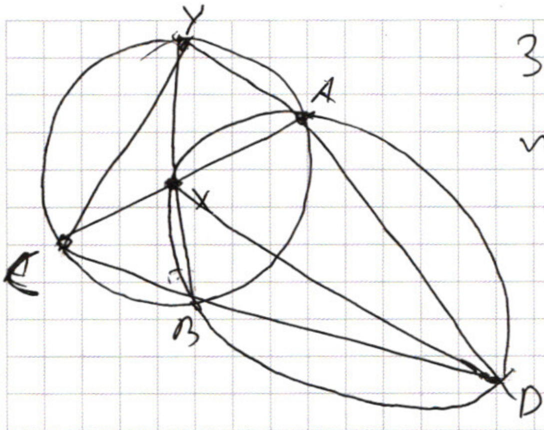


CY - диаметр и DX - диаметр, т.к. $\angle CAY = \angle DAX = 90^\circ$. Тогда заметим, что $\angle CBY = \angle DBX = 90^\circ$, тогда $\angle CBD = \cancel{90}\ \angle CBY + \angle YBX + \angle XBD > 180^\circ$, т.к. мы взяли Y и X как вторые точки пересечение с окружностями. Тогда такого случая быть не может. 2). Пусть прямая CA пересекает вторую окружность сначала в точке X, а потом в точке A, и прямая DA пересекает первую окр. сначала в точке Y, а потом в точке A.



Т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то CY и DX - ~~ра~~ диаметры. Тогда $\angle CBY = \angle DBX = 90^\circ$, тогда $\angle CBD = \angle CBX + \angle XBY + \angle YBD > 180^\circ$, такого быть не может => случай не подходит.

3). Пусть ~~A~~ CA пересекает вторую окружность сначала в точке X, а потом в точке A и прямая DA сначала в точке A, а потом в точке Y.

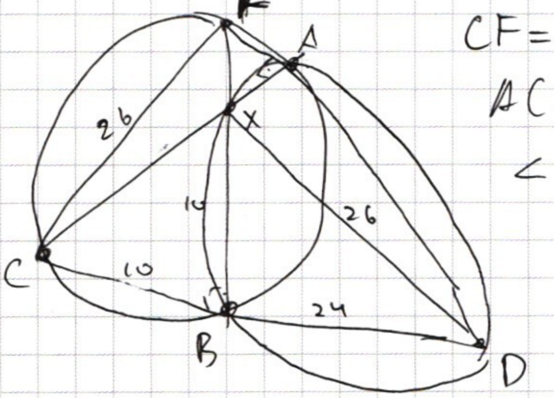


Заметим, что т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то DX – диаметр $\Rightarrow \angle XBD = 90^\circ \Rightarrow$ $\Rightarrow$ перпендикуляр к BD в точке B, это прямая XB. Заметим, что $\angle YAC = 90^\circ \Rightarrow$ YC – диаметр. Тогда $\angle YBC = 90^\circ$. Но $\angle CXB = 90^\circ \Rightarrow$ Тогда точка Y лежит на прямой BX. Заметим, что если у этих окр. одинаковые радиусы, то на ~~один~~ равные ~~хорды~~ дуги опираются равны углы. Тогда заметим, что $\angle BYA = \angle BDA$, т.к. AB это общая хорда для двух окр., а ~~радиу~~ радиусы у них равны. Тогда $\angle BYA = \angle BDA$. Заметим, что $\angle BYA = \angle BCA$, т.к. опираются на одну дугу. $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB \Rightarrow \Delta CAD$ – равнобедр. прямоугольный. $\angle ADC = 90^\circ$. Заметим, что если мы отметим точку F, то ΔFBD будет равнобедренный прямоугольный $\Rightarrow \angle FDB$ будет 45°, но $\angle YDB = 45^\circ$, тогда F совпадает с $Y \Rightarrow CF = CY =$ $= 2R = 26$. Заметим, что и случай ~~где~~ где CA пересекает первую окружность сначала в точке A, а потом в точке X и прямая DA пересекает первую окр. сначала в точке X, а потом в точке A аналогичен, т.к. там тоже будет получаться, что ΔCAD – равнобедр. прямоугольный и в данном случае точка F опять совпадет с точкой Y, а CY будет диаметром первой окр. $\Rightarrow CF = CY = 2R = 26$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолжение)

Тогда ответ на пункт а будет $CF = 26$.
Пункт б). Пусть ~~AC~~ CA не касается второй окружности, тогда мы знаем, что F совпадает с X.



$CF = 26$. $\angle FAC = 90^\circ$ Мы знаем, что $AC = AD \Rightarrow \angle ACB = 45^\circ \Rightarrow CB = BX$, т.к. $\angle CXB = 90 - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow BX = 10$. Т.к. DX – диаметр, то $DX = 26 \Rightarrow$ $BD^2 = DX^2 - BX^2 = 576 = 24^2 \Rightarrow$ $BD = 24$. ~~Т.к. $\angle BDA = 45^\circ \Rightarrow$~~ ~~$\angle BFD = 90 - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow$~~

~~$BF = BD \Rightarrow BF = 24 \Rightarrow$~~ Пусть $XA = a$, тогда

$\sqrt{CB^2 + BX^2} + a = \sqrt{DX^2 - a^2} \Rightarrow$

$10\sqrt{2} + a = \sqrt{676 - a^2} \Rightarrow 200 + a^2 + 20a\sqrt{2} = 676 - a^2 \Rightarrow$

$200 + 20\sqrt{2}\cdot a = 676 \Rightarrow a = \frac{676 - 200}{20\sqrt{2}} = \frac{476\cdot\sqrt{2}}{40}$

Тогда $FA^2 = CF^2 - CA^2 = CF^2 - (CX + XA)^2 = 676 - \left(10\sqrt{2} + \frac{476\sqrt{2}}{40}\right)^2 =$

$= 676 - \left(200 + \frac{476^2}{800}\right) = 676 - 200 - \frac{476^2}{800} = 476 - \frac{476^2}{800} =$

$= 476\left(1 - \frac{476}{800}\right) = 476\left(\frac{324}{800}\right) = \frac{324\cdot 476}{800} \Rightarrow$

$FA = \sqrt{\frac{324\cdot 476}{800}}$ тогда $S_{AFC} = \frac{FA\cdot AC}{2} =$

$\frac{\sqrt{2}\cdot 10\cdot\sqrt{\frac{324\cdot 476}{800}}}{2} = 5\cdot\sqrt{\frac{324\cdot 476}{400}} = \sqrt{324\cdot 476}\cdot\frac{1}{4} =$

$= \frac{81\sqrt{119}}{2}$

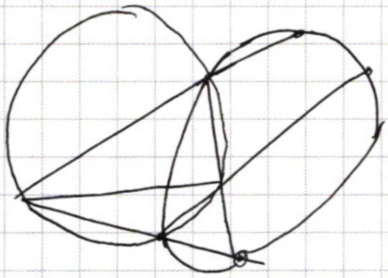
В случае, когда F ~~сов~~ AC - касательная, F - совпадает с A, то площадь AFC будет 0.

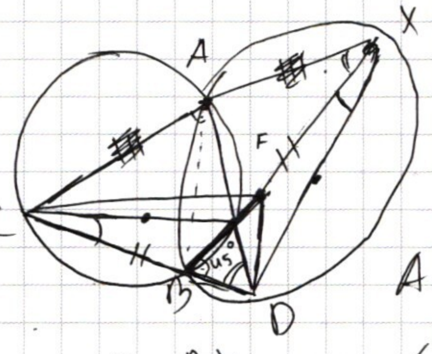
Ответ: $\frac{81\cdot\sqrt{119}}{2}$ либо 0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

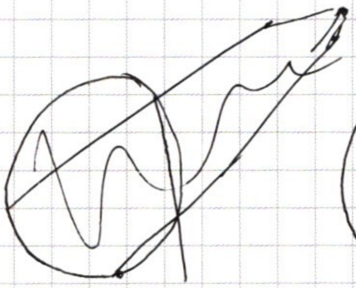
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



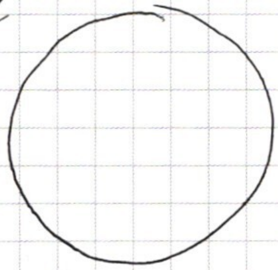


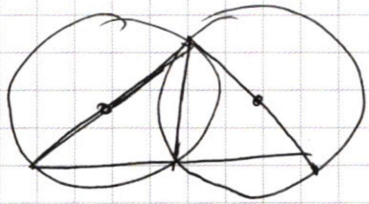
$AC = AB$, т.к.

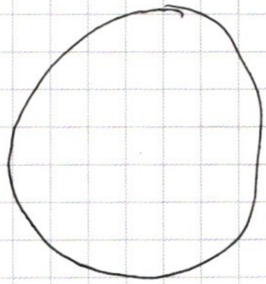
$\angle ACB = \angle AYB = \angle ABD$.

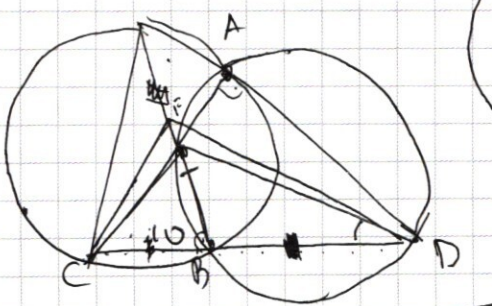


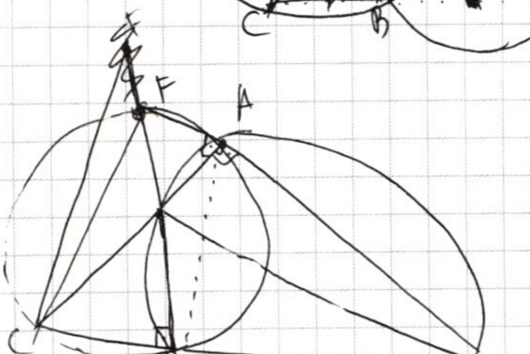
~~CB = BX~~

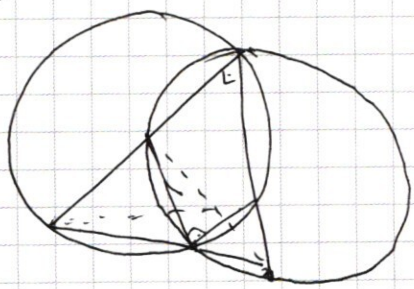


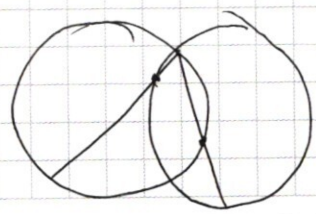


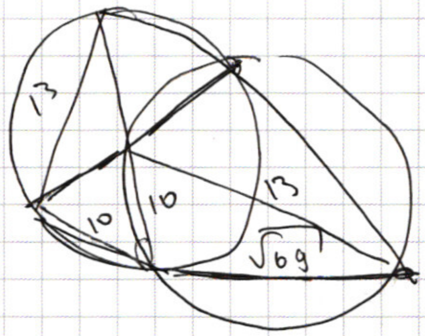












169-100

26
×26
156
52
676 −100

3

25

24
×24
96
48
576

22
×22

476

324
×476

324 | 2
162 | 2
81 =

$9^2 \cdot 2^2$

476 | 2
238 | 2
119

$2 \cdot 81 \cdot \sqrt{119}$

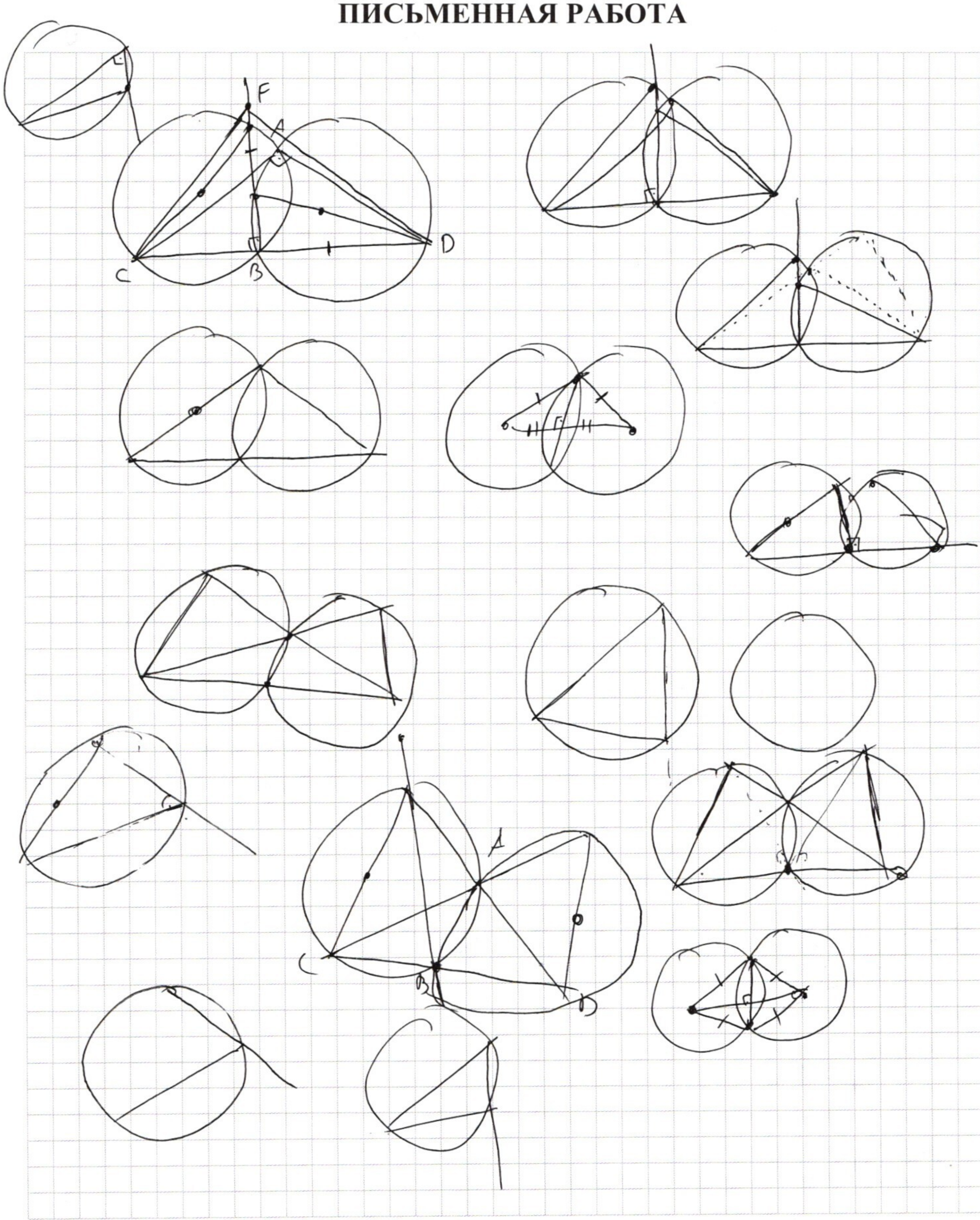
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

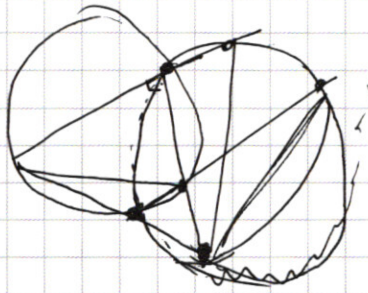
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





~~x+2~~

$4x^4+(|x+2|)^2-5x^2|x+2|\geq 0$

$|x+2|=a.$

$(|x+2|)^2$

~~$4x^4+a$~~

$4x^4-5x^2a+a^2\geq 0$

$a^2-5x^2a+4x^2\geq 0$

$D=25a^2-16a^2=9a^2$

$D=25x^4-16x^2=9x^2$

~~D=~~ $x_1=\frac{5a-3a}{8}=\frac{a}{4}$

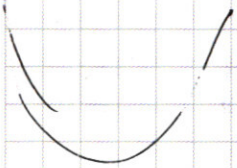
18

$x_1=\frac{5x^2\pm|3x|}{2}$

$x_2=\frac{5a+3a}{8}=a.$

$|x+2|$

$a\in\left(\frac{5x^2-|3x|}{2};\frac{5x^2+|3x|}{2}\right)$ не подходит



$x^2(4x^2-5|x+2|)+$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+2-\frac{5}{4}\left(\frac{5}{2}\right)+4=$

$x^2\in\left(\frac{a}{4};a\right)$ не подходит. $\frac{1}{2}+2+4-\frac{25}{8}$

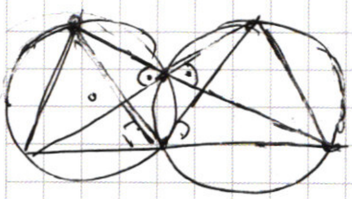
$4+1-4-5+4.=0.$

a ~~$|x+2|$~~

$\sqrt{33}$ $\frac{4\cdot}{2/^2}$

$\frac{|x+2|}{4}\leq x^2<|x+2|.$

6



$4\cdot16+4+8-20\cdot4+4$

$64+4+8-80+4.=$

$64+16-80=0.$

$4+1+4-5\cdot3+4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{10}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt[3]{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$ $\quad D=36+160=196=14^2$

$\times\frac{14}{14}$; 56 ; 14

$x_1=\frac{-6+14}{2}=4;\ x_2=\frac{-6-14}{2}=-10 \Rightarrow$

$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[3]{x^3-64x+200}\right)=(x-4)(x+10)$.

$64-64\cdot4+200$ $\qquad -1000+640+200$

$-64\cdot3$ $\qquad x=-10.$

$200-64\cdot3=$

$\times\frac{32}{32}$; 64 ; 96 ; 1024

$(x+10)\left(\frac{\sqrt[3]{x^3-64x+200}}{2\sqrt{2}}-x+4\right)=0$

$\times\frac{30}{30}$; 900 $\quad 824$

~~$-1000+640+200$~~

$\times\frac{28}{28}$; 224 ; 56 ; 784 $\quad 6$

$\sqrt[3]{x^3-64x+200}-(x-4)\cdot2\sqrt{2}=0$

$x^3-64x+200\geq0$

$\times\frac{16}{3}$

$x^3-64x+2000=(x-4)^3\cdot16\sqrt{2}$

$(x^3-12x^2+48x-64)\cdot16\sqrt{2}$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)2\sqrt{2}$

$\begin{array}{r} \times\, 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$ 4

$x^3-64x+200 = (x^2-8x+16)8$

$x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$

6 - корень.

$x^3-8x^2+72=0$

$\cancel{64}$ $\begin{array}{r} 36 \\ \times\, 6 \\ \hline 216 \end{array}$ 3

3 $27-72$

$8-32+72$

$216-8\cdot 36+72$

-3 $-27+72$

-286 $64-8\cdot\cancel{16}+72$ $288-8\cdot36=$

$\cancel{8x}$ $\begin{array}{r} 36 \\ \times\, 8 \\ \hline 288 \end{array}$ 4

$64+72-8\cdot 16$

136

$-2x^2-6x?$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times\, 8 \\ \hline 288 \end{array}$ 4

$$\begin{array}{l|l} x^3-8x^2+72 & x-6 \\ \hline -\; x^3-6x^2 & x^2-2x-12 \\ \hline \quad -2x^2+72 & \\ \quad -\; -2x^2+12x & \\ \hline \quad\quad -12x+72 & \\ \quad\quad -\; -12x+72 & \end{array}$$

$(x-6)(x^2-2x-12)$

$D=4+48=52$

$\begin{array}{r} 64 \\ \times\, 6 \\ \hline 384 \end{array}$ 2

$x_1 = \frac{2+\sqrt{52}}{2}$

$x_2 = \frac{2-\sqrt{52}}{2} =$

$200-24=$

176 $64-16=$

9 $\begin{array}{r} 13 \\ \times\, 9 \\ \hline 117 \end{array}$ 2

$\begin{array}{r} 16 \\ \times\, 8 \\ \hline 8 \end{array}$ $16-64$

$2\cdot 26 = 4\cdot 13 \Rightarrow$

$\frac{2\pm2\sqrt{13}}{2} = 1\pm\sqrt{13}$.

$240-64-48\sqrt{13}$

$\frac{176}{2} = \frac{88}{2} =$ 24 11 3.

44 12 12

22 6

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4900 = 7\cdot 7\cdot 100 = \boxed{7^2\cdot 2^2\cdot 5^2}\cdot 1^2$

$C_8^2\cdot C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2 =$

$= \frac{8\cdot 7}{2}\cdot\frac{6\cdot 5}{2}\cdot\frac{4\cdot 3}{2}\cdot 1 = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 =$

$12\cdot 5 = 60;\ 60\cdot 6 = 360;\ 360\times 7 = 2520$ 4

$\frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 5\cdot \cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}}$ $8\cdot 5\cdot$

$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = 30\cdot 7 =$

$210\cdot 8 =$ $210\times 8 = 1680$

$2520 + 1680 = 4200$

$b_1; b_2 \dots b_{3000}$ $b_i > 0$

$b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S$

$b_1;\ b_1\cdot q;\ b_1\cdot q^2\dots;\ b_1\cdot q^{2999}.$

$b_1 + b_1\cdot q + b_1\cdot q^2 + \dots + b_1\cdot q^{2999} = b_1(1 + \dots + q^{2999}) =$

$= b_1\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1} = S$

$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} =$

$b_3 + b_3\cdot k + b_3\cdot k^2 + \dots + b_3\cdot k^{2999} =$

$b_3\left(\frac{k^{2000}-1}{k-1}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$b_1 \cdot \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) = S$$

$$b_3 \left(\frac{k^{1000} - 1}{k - 1} \right) = b_1 \cdot q^2 \cdot \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \right) = b_3 + b_6 + \ldots + b_{3000}$$

$$b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) + 39 b_1 q^2 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \right) = 5S \Rightarrow$$

$$39 \cancel{b_1} q^2 \frac{\cancel{(q^{3000} - 1)}}{q^3 - 1} = 4 \cdot \cancel{b_1} \frac{\cancel{(q^{3000} - 1)}}{q - 1} \Rightarrow$$

$$\frac{39 q^2}{q^3 - 1} = \frac{4}{q - 1} \Rightarrow \quad 39 q^2 \cdot (q - 1) = 4(q^3 - 1) \Rightarrow$$

$$39 q^2 = 4(q^2 + q + 1) \Rightarrow$$

$$39 q^2 = 4q^2 + 4q + 4 \Rightarrow \quad 35 q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 4^2 + 16 \cdot 35 = 16(1 + 35) = 16 \cdot 36 = (4 \cdot 6)^2 = 24^2$$

$$x_1 = \frac{4 + 24}{70} = \frac{28}{70} = \cancel{\frac{14}{35}} \; \frac{4}{10} = \underline{0{,}4}$$

$$\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$x_2 = \frac{4 - 24}{70} = \frac{-20}{70} = -\frac{2}{7} \quad \varnothing \qquad S + \frac{4}{7} S = \frac{11}{7} S$$

$$q = 0{,}4.$$

$$b_2 + b_4 + \ldots + b_{3000} = b_2 + b_2 \cdot x + \ldots + b_2 \cdot x^{1499} =$$

$$b_2 \left(\frac{x^{1500} - 1}{x - 1} \right) = b_1 \cdot q \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \right) \qquad S \cdot \frac{0{,}8}{1{,}4} =$$

8

$$b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) + 2 b_1 \cdot q \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \right) =$$

$$2 b_1 \cdot q \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \right) = b_1 \cdot \frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1} \cdot \frac{2q}{q + 1} = S \cdot \frac{2q}{q + 1} =$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)