

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

В начале заметим, что произведение цифр ненулевое, значит в записи восьмизначных чисел не ~~присутствует~~ должно быть нулей, т.е. каждая цифра ≥ 1 и ≤ 9 .

Представим 700 в виде произведения простых множителей.

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7.$$

И т.к. каждая цифра ≥ 1 и ≤ 9 , то возможны такие случаи.

- 1) в числе присутствуют цифры 2, 2, 5, 5, 7 (их произведение уже 700), тогда остальные 3 цифры единицы и количество чисел, удовлетворяющих этому условию:

$$\underline{C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4}{1} = 40 \cdot 42 = \underline{1680}$$

т.е. сначала мы выбрали две позиции, на которые поставили две 2, потом из оставшихся 6 позиций выбрали 2, на которые поставили две 5, и затем выбрали позицию, на которую поставили 7, а на остальных 3 позициях тогда стоят три 1.

- 2) в числе присутствуют цифры 4, 5, 5, 7 (их произведение 700), тогда остальные 4 цифры единицы и количество чисел, удовлетворяющих этому условию:

$$\underline{C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1} = \frac{8!}{7!} \cdot \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{4!} = \frac{8}{1} \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 20 \cdot 42 = \underline{840}$$

Рассуждения аналогичны ~~к~~ пункту 1.

#

В итоге, количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700:

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 + C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = 1680 + 840 = 2520.$$

Ответ: 2520 чисел.

№2

По условию сумма членов геом. прогрессии $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ равна S , т.е. значит

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} \quad (\text{сумма формула суммы геом. прогрессии})$$

1) Сумма членов прогрессии с номерами, кратными 3 (их количество тогда $\frac{3000}{3} = 1000$)

$$S_1 = \frac{b_3(q^{1000} - 1)}{(q^3) - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

Потому ~~сумма членов всей~~ ^{после} ~~из них~~ ^{при увеличении} каждого ~~третего члена~~ прогрессии в 50 раз сумма всей прогрессии станет равна:

$$S - S_1 + 50S_1 = S + 49S_1 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1},$$

что по условию в 10 раз больше S , тогда

$$S + 49S_1 = 10S \Rightarrow 49S_1 = 9S$$

$$\frac{49 \cdot b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{9 \cdot b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\Downarrow$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0; D = 81 + 1360 = 1441$$

$$1441 = 3^2 \cdot 13^2 = 39^2$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80} = \begin{cases} \frac{48}{80} = 0,6 \\ -\frac{3}{8} \end{cases} \quad (\text{не подходит, т.к. все члены прогрессии положи- тельны})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

значит $q = 0,6$.

2) Сумма членов прогрессии с ~~четными~~ четными номерами
равна (их кол-во $\frac{3000}{2} = 1500$)

$$S_2 = \frac{b_2(q^2)^{1500} - 1}{(q^2) - 1} = \frac{b_1 \cdot q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

Поэтому после увеличения каждого из них в 2 раза
сумма всей прогрессии станет равна:

$$S - S_2 + 2S_2 = S + S_2,$$

~~ит. к. к. сумма~~ тогда по сравнению с изначальной
суммой S сумма прогрессии увеличится в:

$$\frac{S + S_2}{S} = 1 + \frac{S_2}{S} = 1 + \frac{b_1 \cdot q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \cdot \frac{q - 1}{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)} =$$
$$= 1 + \frac{q}{q + 1}$$

т.к. $q = 0,6$ (q из пункта 1), то

$$1 + \frac{q}{q + 1} = 1 + \frac{0,6}{1,6} = 1 + \frac{6 \cdot 10}{10 \cdot 16} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

Получим, что ~~сумма~~ при увеличении членов прогрессии,
стоящих на четных местах, в 2 раза сумма S увеличится
в $\frac{11}{8}$ раз.

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

$\sqrt{3}$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ \text{(проверим получившиеся решения по ОДЗ в самом конце)} \end{cases}$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)(x+6)$$

① $x = -6$ - одно из возможных решений

② при $x \neq -6$.

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16) \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0.$$

методом подбора обнаружил, что $x = 4$ - один из корней данного ур-ия,

тогда

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x-4)(x^2 + 6x - 12)$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{13}, \text{ но т.к. } x \geq -4, \text{ то} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 + \sqrt{13} = \sqrt{13} - 1 \end{cases}$$

Получили мно-во ^{возможных} решений исходного ур-ия: $x \in \{-6; \sqrt{13} - 1; 4\}$,
теперь ~~проверим для каждого из них~~ найдем те значения,
которые подходят по ОДЗ ($x^3 - 4x + 80 \geq 0$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) при $x = -6$,

$$-6^3 + 24 + 80 = -216 + 104 = -112 < 0 \Rightarrow \text{данное значение не является решением ур-ия.}$$

2) при $x = 4$,

$$4^3 - 4 \cdot 6 + 80 = 64 - 24 + 80 = 120 \geq 0 \Rightarrow \underline{x = 4} \text{ — одно из решений ур-ия}$$

3) при $x = \sqrt{13} - 1$

$$\begin{aligned} (\sqrt{13} - 1)^3 - 4 \cdot (\sqrt{13} - 1) + 80 &= 13\sqrt{13} - 3 \cdot 13 + 3\sqrt{13} - 1 - 4\sqrt{13} + 4 + 80 = \\ &= 12\sqrt{13} + 44 \geq 0 \Rightarrow \underline{x = \sqrt{13} - 1} \text{ — одно из решений ур-ия.} \end{aligned}$$

Значит решениями ур-ия ~~будут~~ ^{таким} $x \in \{\sqrt{13} - 1; 4\}$
~~будут~~

Ответ: $x \in \{\sqrt{13} - 1; 4\}$

N 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2/x - 2 + 4 \geq 0$$

1) если $x \leq 2$, то

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

→ при $x = 1$ левая часть нер-ва равна 0, значит.

$$(x - 1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

→ также при $x = -2$ лев. часть равна 0, значит.

$$(x - 1)(x + 2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

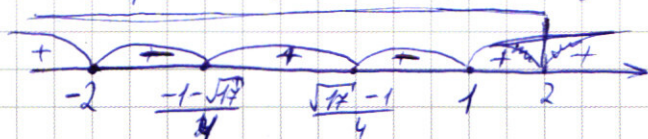
$$(x - 1)(x + 2) \cancel{x} \left(x - \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}\right)\right) \left(x - \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{4}\right)\right) \geq 0$$

пусть ф-ция $f(x) = (x-1)(x+2)(x - (-\frac{1-\sqrt{17}}{4})) (x - (-\frac{1+\sqrt{17}}{4}))$

~~Сравним~~

$$\begin{array}{|l} \text{Сравним} \\ \hline \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \vee -2 \\ -1-\sqrt{17} \vee -8 \\ -\sqrt{17} \vee -7 \\ \sqrt{17} \wedge 7 \\ 17 \leq 49 \\ \downarrow \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \geq -2 \\ \hline \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \vee 1 \\ \sqrt{17} \vee 5 \\ 17 < 25 \\ \downarrow \\ \frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1 \end{array}$$

рассматриваемый промежуток ($x \leq 2$)



значит $f(x) \geq 0$ при $x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4}] \cup [1; 2]$

2) ~~если~~ если $x > 2$, то

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\text{т.к. } x^3(2x-3) + x(7x-4) + 4 \geq 0.$$

т.к. $x > 2$, то.

$$\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x^3 > 0 \\ x > 0 \\ 7x-4 > 0 \end{cases} \Rightarrow x^3(2x-3) + x(7x-4) + 4 \geq 0 \text{ — истина,}$$

значит $x \in (2; +\infty)$.

Получим, что $x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4}] \cup [1; +\infty)$

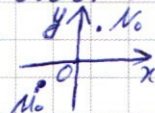
Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4}] \cup [1; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

1) Начальные положения водомерки и жука $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно, тогда радиусы их окружностей $R_B = \sqrt{2^2 + 2^2 \cdot 7} = 4\sqrt{2}$ и $R_K = 5 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ соответственно.

По условию имеется прямоугольная система координат, в которой $(0; 0)$ — координаты поплавка.



2) Пусть положение водомерки будет характеризоваться (определено) углом $\angle \varphi$ — углом между вектором Ox и вектором OM , где M — координаты положения водомерки в какой-то момент времени, ~~тогда~~

аналогично ~~определяется~~

для жука угол $\angle \chi$.

Можно заметить, что расстояние между насекомыми ~~будет~~ кратчайшим когда $\angle \varphi = \angle \chi + \pi k$.

В начале

3) Так же пусть данные две окружности — это две ~~окружности~~ тригонометрические окружности, тогда в начале

$$\begin{cases} \cos \angle \varphi_0 = \frac{-2}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \sin \angle \varphi_0 = \frac{-2\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{14}}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \cos \angle \chi_0 = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ \sin \angle \chi_0 = \frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4} \end{cases}$$

и т.к. $\begin{cases} \cos \angle \varphi_0 = -\cos \angle \chi_0 \\ \sin \angle \varphi_0 = -\sin \angle \chi_0 \end{cases}$, то $\angle \chi_0 = \angle \varphi_0 + \pi$, ~~тогда~~

пусть v (ед/с) — скорость жука, тогда $2v$ (ед/с) — скорость водомерки, значит водомерка проплывёт полный круг

$$\text{за } \frac{2\pi R_B}{2v} = \frac{2\pi \cdot 4\sqrt{2}}{2v} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{v} \text{ (с), а жук за } \frac{2\pi R_M}{v} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 10\sqrt{2}}{v} = \frac{20\sqrt{2}\pi}{v}, \text{ и т.к. } \frac{4\sqrt{2}\pi}{v} : \frac{20\sqrt{2}\pi}{v} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

значит водомерка проплывёт полный круг в 5 раз быстрее жука, поэтому угловая скорость водомерки γ_B в 5 раз больше угловой скорости жука γ_M , т.е. $\gamma_B = 5\gamma_M$.

4) Мы можем заметить, что расстояние между насекомыми будет минимальным, если (т.к. $R_B < R_M$), то водомерка всегда ближе к помывке) водомерка находится между помывкой и жуком, и ~~всегда~~ водомерка, жук и помывка "лежат" на одной линии, тогда.

$$d_B = d_M + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$d_{B0} + \gamma_B \cdot t = d_{M0} + \gamma_M t + 2\pi k, t - \text{промежуток времени с начала движения.}$$

но из пункта 3

$$\begin{cases} \pi + d_{B0} = d_{M0}, \text{ значит.} \\ \gamma_B = 5\gamma_M \end{cases}$$

$$d_{B0} + \gamma_B t = d_{B0} + \gamma_M t + \pi + 2\pi k.$$

$$d_{B0} + 5\gamma_M t = d_{B0} + \gamma_M t + \pi + 2\pi k.$$

$$4\gamma_M t = \pi + 2\pi k = \pi \cdot (1 + 2k)$$

5) Найдём d , при котором расстояние минимально, ~~с момента~~ ^{с самого начала} движения насекомых.

1) пусть $d_B = x$; тогда $d_M = x + \pi$; пусть ^{жук} водомерка до "первого места встречи" пройдёт ~~в радианах~~ ^{жук} ℓ (рад), тогда

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

водямерка пройдёт в 5 раз больше, т.е. $5l$ (рад) (т.к. $\varphi = 5\pi$),
тогда

$$2l = 2\pi$$

$$x + 5l = x + \pi + l \Rightarrow l = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 5l = \frac{5\pi}{4}$$

② теперь ~~уже~~ ~~наконец~~ $2\pi = 2\pi$, так же введём
 l и x и получим (при следующей встрече водямерка
пройдёт на круг больше π , т.е. на 2π больше)
~~тогда~~

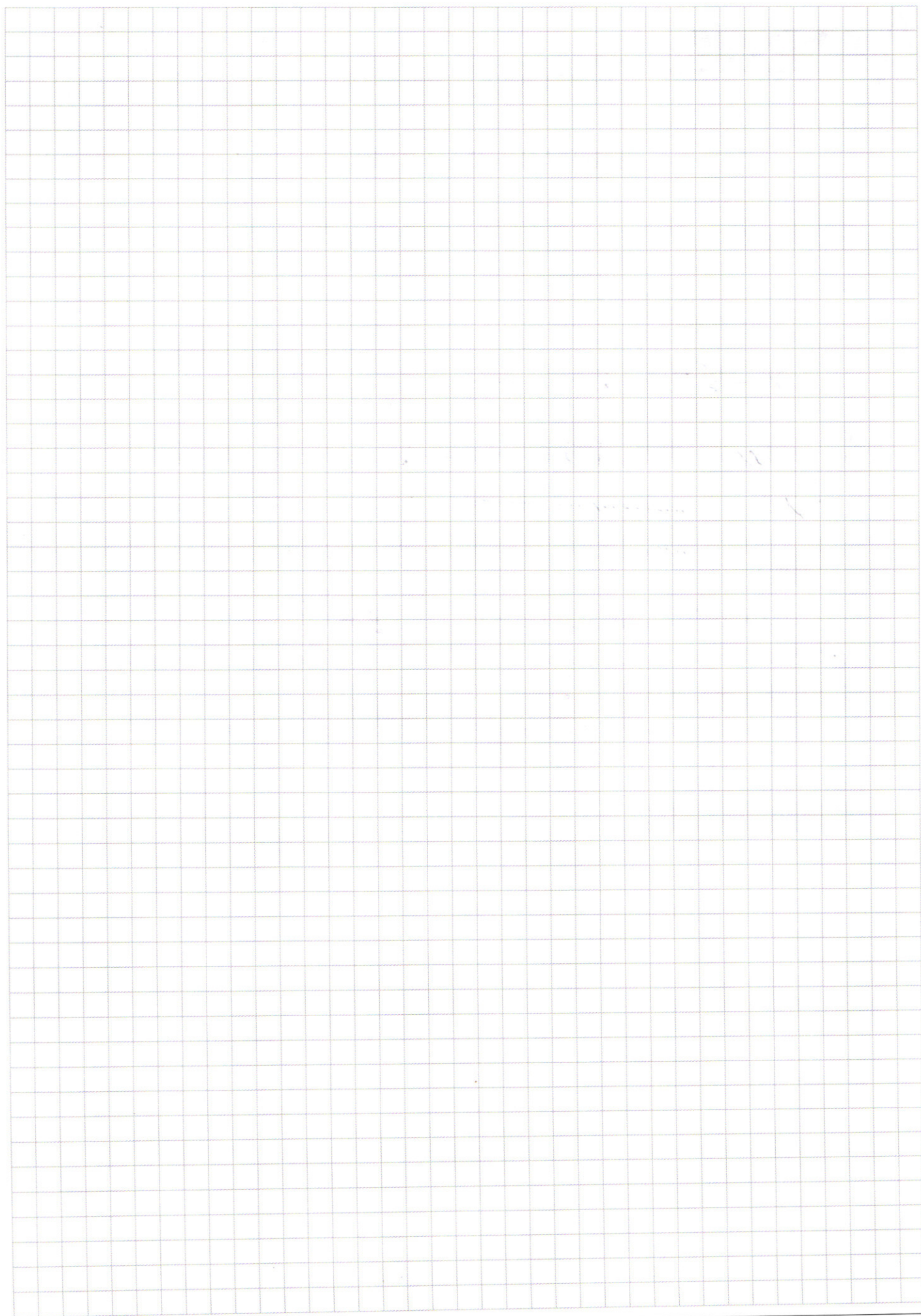
$$x + 5l = x + \pi + l + 2\pi \Rightarrow l = \frac{3\pi}{5} \Rightarrow 5l = 3\pi$$

значит ~~уже~~ пройдёт $\frac{3\pi}{5} + \frac{\pi}{4} = \frac{17\pi}{20}$ с начала движения.

③ аналогично

а водямерка $\frac{5\pi}{4} + 3\pi = \frac{17\pi}{4} + 2\pi = \frac{25\pi}{4}$

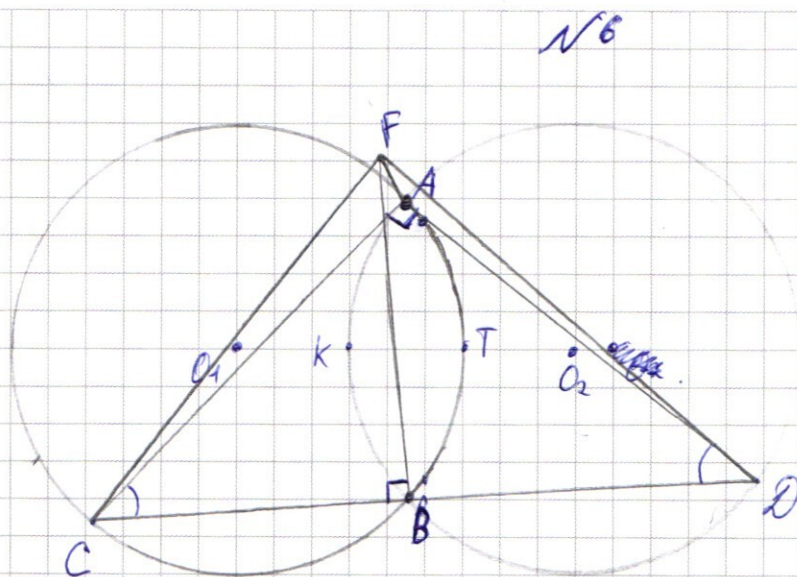
④ аналогично



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $\text{Окр}(O_1; R)$

$\text{Окр}(O_2; R)$

$R = 5$; $C - B - D$;

$\angle CAD = 90^\circ$;

$BF \perp CD$

$BF = BD$.

а) Найти: CF

б) $BC = 6$

Найти: S_{ACF}

Решение:

а) 1) ~~Рассуж.~~ $\triangle CBF$ и $\triangle CBA$

т.к. Окружности одинакового ~~радиуса~~ радиуса $R = 5$, то

$$\angle AKB = \angle ATB \Rightarrow \angle ACB = \angle AKB = \angle AKB = \angle ADB$$

(вписанный) (вписанный)

$\Rightarrow \triangle ACB$ - равноб., тогда $AC = AD$.

и т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$

2) ~~Рассуж.~~ $\triangle DBF$ и $\triangle DAC$ - равноуг.

$$\angle FDB = \angle BFD = 45^\circ$$

(т.к. $FB = BD$)

$$\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

$$\triangle DBF \sim \triangle DAC$$

(по двум углам)

значит

②

$$\angle FDB = \angle BFD = 45^\circ$$

(т.к. $\triangle BFD$ - равноб. и равноуг.)

$$\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BDF = \angle CDA = \angle BDA = 45^\circ$$

$\Rightarrow$ $\angle (AD)$ и $\angle (FD)$ - совпадают $\Rightarrow$ $(-)A, D, F$ лежат на одной линии

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{12}{3} + \frac{4}{3}$$

$$3x^2 - 4\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{8}{8}$$

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 42 \cdot 12 = 1680$$

$$200 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 840.$$

$$S = \frac{b \cdot (g^{3000} - 1)}{g - 1}$$

$$x^3 - 4x^2 + 12x - 8 \quad \text{---} \quad 12x + 48$$

$$k_1 s_1 = \frac{b_3((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{5 \cdot b_5 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{5g^2}{g^2+g+1} = 10.2$$

$$q^2 = 2q^2 + 2q + 2$$

$$g^2 + 2g + 2 = 0$$

$$S_n =$$

$$\begin{array}{r} -2 \quad -2 \\ 3 + 6 + \cancel{9} = 18 \end{array}$$

$$\frac{3 \cdot (8-1)}{1}$$

$$2 + 6 + 18 = 26$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}}$$

217. 9-94

~~S~~ $3.507 = 3 \cdot 3 \cdot 169$

$$S_2$$

$$\frac{12}{20} = \frac{6}{10} \quad \frac{2 \cdot 8}{2} \quad 2 \cdot 3$$

$$S_n = b_1 + \dots + b_n = \frac{2 \cdot 26}{2}$$

$$S_n \equiv b$$

$$S_n - b_1 = b$$

$$S_n = b_1(1 + \dots + q_{n-1})$$

$$S_A - B_1 =$$

$$S_n + b_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + \dots + q_{n-1})q$$

$$\frac{S_n}{S_n + b_1 \cdot g_n^2 - b_1} = \frac{1}{g}$$

$$S_n \cdot q = S_n + b_1 \cdot q^n - b_1$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{(x+6)(x+4)\sqrt{2}}{(x+6)}$$

при $x \geq 2$.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 = 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0.$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 =$$

$$-1: 2 + 3 + 7 + 4 + 4 = 20$$

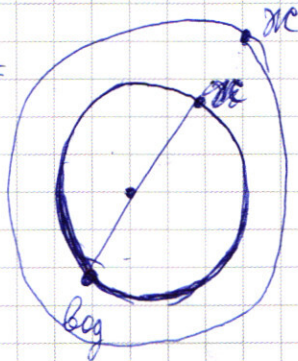
$$2: 2 - 3 + 7 - 4 + 4 = 6$$

$$2: \frac{32 - 24 + 28 - 8 + 4}{8} = 32$$

$$5^2 \cdot 4 \cdot 8 = 4 + 4 \cdot 7 = 4 \cdot 8$$

$$R_{\text{вн}} = 4\sqrt{2}$$

$$R_{\text{вн}} = 4\sqrt{2}$$



$$\frac{2\pi}{t_0}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\frac{8\pi}{t_0} \cdot t$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 = 2x^4 - 5x^2 - 4x + 4 = 0.$$

$$R_{\text{вн}} = \frac{v}{R_{\text{вн}}} (x-1)$$

$$\omega =$$

$$\gamma_{\text{м}} \cdot \frac{2\pi R_{\text{вн}}}{v} = \pi \cdot 2$$

$$+ \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + 7 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 4$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{7}{4} - 2 + 4$$

$$+ \frac{3}{2} - 2 + 4$$

$$3x^3 + 4x^2 + x^2 + 2x - 2x + 4$$

пусть v — скорость водолерки, тогда $2v$ скорости водолерки.

γ рад/с. рад.

$$\frac{2}{81} - \frac{1}{9} + \frac{7}{9} - \frac{4}{3} + 4$$

$$\frac{18\pi\sqrt{2}}{2v} = \frac{4\pi\sqrt{2}}{v}$$

$$\gamma_{\text{м}} \cdot t_0 = 2\pi$$