

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

$$4900 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2.$$

Есть 2 варианта цифр числа: 7, 7, 2, 2, 5, 5, 1, 1 и
7, 7, 4, 5, 5, 1, 1, 1.

Чисел с 1-м набором цифр $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{16} = \frac{4!}{2} = 2520$

Чисел со 2-м набором цифр $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8!}{4 \cdot 6} = 1680$

$$2520 + 1680 = 4200$$

Ответ: 4200

N2.

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$$

Пусть $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, тогда $S = \sum_{i=1}^{3000} b_i = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

Рассмотрим прогрессию a_n , включающую в себя

$$b_3, b_6, \dots, b_{3000}.$$

$$a_1 = b_3 = b_1 \cdot q^2, \quad b_n = a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = b_1 \cdot q^2 \cdot q^{3(n-1)} = b_1 \cdot q^{3n-1}$$

$$\sum_{i=1}^{1000} a_i = \frac{a_1(q^{*1000} - 1)}{q^* - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \quad q^* = q^3$$

Если увеличить $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ в 40 раз, то сумма всех
членов b_n увеличится в 5 раз, значит $5S = S +$
 $+ 39 \sum_{i=1}^{1000} a_i$

$$39 \sum_{i=1}^{1000} a_i = 4S$$

$$\frac{39 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{4 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{39q^2}{q^2+q+1} = 4$$

$$156q^2 = q^2 + q + 1$$

$$155q^2 = q + 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 155 = 621 = 9 \cdot 69$$

$$q_{1,2} = \frac{1 \pm 3\sqrt{69}}{310}$$

П.к. все члены положительны, то $q > 0$, $q = \frac{1+3\sqrt{69}}{310}$.

Рассмотрим прогрессию c_n , включающую все
все члены под-ти b_n с четными номерами.

$$c_1 = b_2 q, \quad c_n = c_1 q^{*n-1} = b_2 q \cdot q^{(2n-2)}$$

$$q^* = q^2$$

$$\sum_{i=1}^{1500} c_i = \frac{b_2 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

Если все члены с четными номерами увеличить в 2 ра-
за, то сумма всех членов последовательности
станет равной $S + 2 \sum_{i=1}^{1500} c_i =$

$$\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{2 b_2 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} =$$

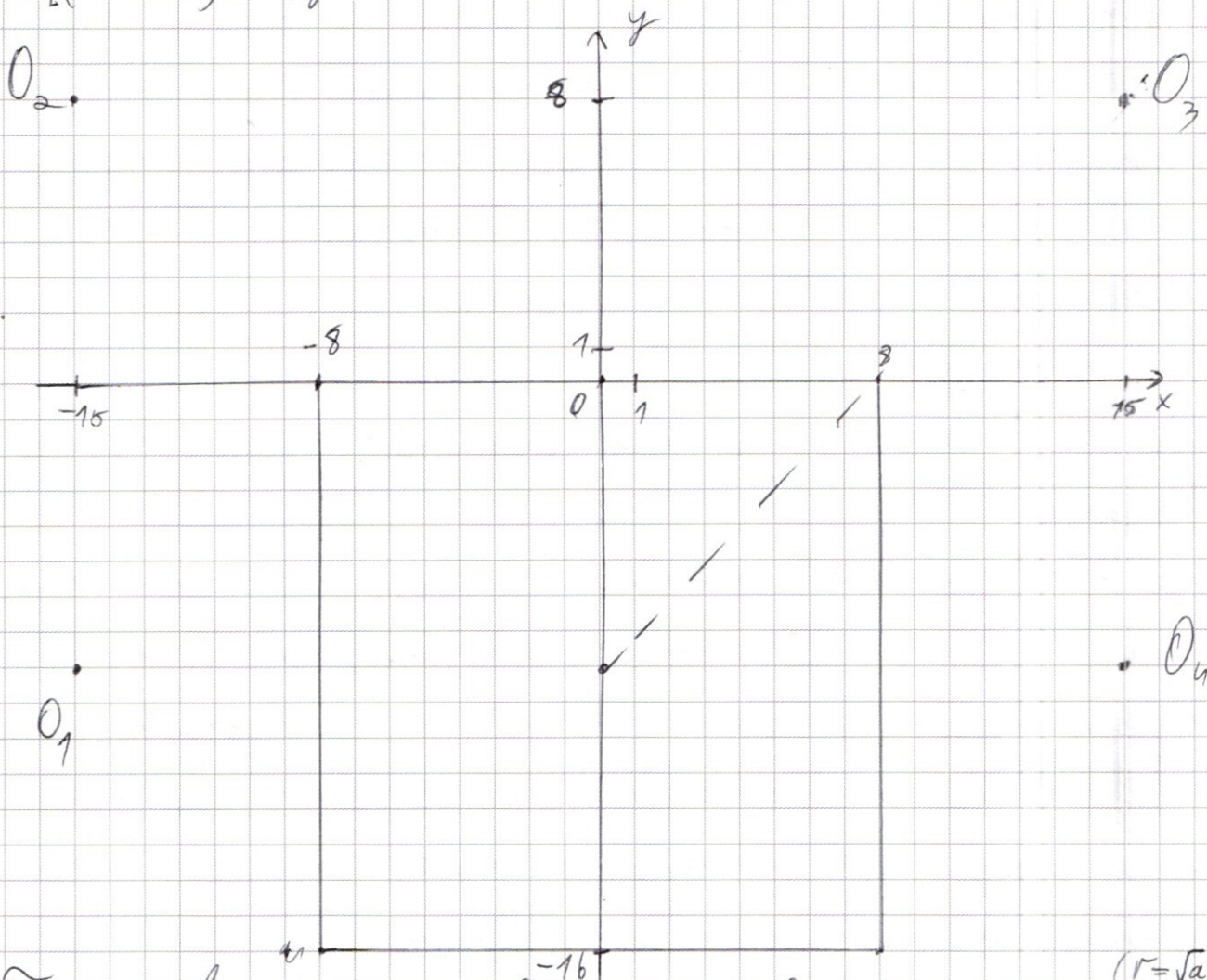
$$= \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{2q}{q+1} \right) = S \left(1 + \frac{2 \cdot \left(\frac{1+3\sqrt{69}}{310} \right)}{\frac{311+3\sqrt{69}}{310}} \right) = S \left(1 + \frac{2+6\sqrt{69}}{311+3\sqrt{69}} \right)$$

Ответ: в $1 + \frac{2+6\sqrt{69}}{311+3\sqrt{69}}$ раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ [(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2] = \alpha \end{cases}$$



Гр-к первого ур-ня - квадрат, а второго - окружности $(r=\sqrt{\alpha})$ с центрами в т. $(15; 8), (-15; 8), (-15; -8), (15; -8)$. (если $\alpha \leq 0$)
Если $\alpha \leq 0$, то решений у системы нет.

Гр-к $\alpha \in (0; 49)$ решений тоже нет, т.к. окр-ти не пересекают квадрат.

Гр-к $\alpha = 49$ две касальные окр-ти касаются квадрата,

а верхние окр-ти пересекают ~~два~~ квадрат не будут, значит решений будет 2.

Нижние окр-ти пересекают квадрат в 2-х ^{и более} точках при $a \in (49; 593]$, а верхние при $a \in (113; 1105)$. Рассмотрим $a \in (49; 113)$. Внешний системный порт будет только два только если окр-ти пересекают квадрат в точках $(0; 0)$ и $(0; -16)$ (в силу симметрии). Расстояния от центров окр-тей до этих точек равны 17, соответственно $a = 289$, но $a = 289$ не попадает в интервал $a \in (49; 113)$, значит при $a \in (49; 113)$ 4 решения.

При $a = 113$ реш

При $a \in [113; 593]$ решений, очевидно, будет больше двух, ~~так~~.

При $a \in (593; 1105)$ также не будет двух решений, докажем это. В силу симметрии, ~~а~~ верхние окружности могут пересекать квадрат лишь в двух обзих точках - $(0; 0)$ и $(0; -16)$, но если они не могут обе проходить через эти две точки, значит минимальное кол-во решений - 3.

При $a = 1105$ верхние окр-ти пересекают квадрат в 2-х разных точках, а значит и решений у системы два.

При $a > 1105$ ни одна из окр-тей не будет иметь обз. точек с квадратом, значит решений не будет.

Ответ: 49; 1105

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$(*) x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

1. $x = -10 \rightarrow x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0$, $x = -10$ не корень.

$0=0$, $x = -10$ — корень

2. $x \neq -10$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x = 6 \text{ или } x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200 = 216 - 384 + 200 = 32$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 52$$

$$= 216 - 384 + 200 > 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} (1+\sqrt{13})^3 - 64(1+\sqrt{13}) + 200 &= 1 + 3\sqrt{13} + 39 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 = \\ &= 176 - 48\sqrt{13} = 48 \left(\frac{176}{48} - \sqrt{13} \right) = 48 \left(\frac{11}{3} - \sqrt{13} \right) > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1-\sqrt{13})^3 - 64(1-\sqrt{13}) + 200 &= 1 - 3\sqrt{13} + \\ &+ 39 - 13\sqrt{13} - 64 + 64\sqrt{13} + 200 = \\ &= 176 + 48\sqrt{13} > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{11}{3} &> \sqrt{13} \\ 11 &> 3\sqrt{13} \\ 121 &> 4 \cdot 13 \\ 121 &> 52 \end{aligned}$$

Ответ: $6; 1+\sqrt{13}; 1-\sqrt{13}$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4(x^4 + x + 1) + x^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$4(x^4 + x + 1) + x^2(1 - 5|x+2|) \geq 0$$

$$1. x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 16$$

$$64 - 40 - 32 + 16 + 4 = 4$$

$$4^5 - 5 \cdot 4^3 - 8 \cdot 4^2 + 4^2 + 4 = 4^3(16 - 5) - 7 \cdot 4^2 + 4 = 64 \cdot 11 - 112 + 4 = 64 \cdot 11 - 108 = 64 \cdot 28 - 108 = 1808 - 108 = 1700$$

$$46x^3 + 2x + 4 =$$

$$f(x) = 16x^3 - 15x^2 - 76x + 4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4 \geq 5x^2|x+2|$$

$$4x^4 + (x+2)^2 \geq 5x^2|x+2|$$

$$4x^4 \geq |x+2|(5x^2 - |x+2|)$$

$$1. x \geq -2$$

$$4x^4 \geq (x+2)(5x^2 - x - 2)$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{10}$$

$$|x+2| < x^2 \text{ или } |x+2| > 4x^2$$

$$x \geq -2$$

$$x \geq -2$$

$$x+2 < x^2$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = -1; x_2 = 2$$

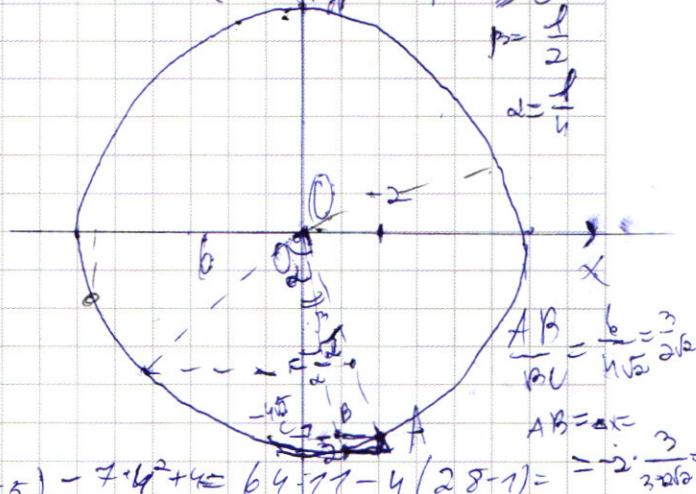
$$x \in [-2; -1]$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 36 \\ \times 11 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 672 \end{array}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4$$

$$4 \cdot 16 + 4 - 8 + 4 \quad \text{tg} \cos \beta = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4 \cdot 1.414}{3} = \frac{5.656}{3} = 1.885$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

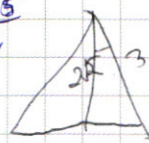


$$X_0 = 2 - \frac{6}{3+2\sqrt{2}} = \frac{6-6\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{6(1-\sqrt{2})}{3+2\sqrt{2}} = \frac{6(1-\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{6(3-2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4)}{9-8} = \frac{6(7-5\sqrt{2})}{1} = 42 - 30\sqrt{2}$$

$$|x+2|^2 - 5x^2 \cdot |x+2| + 4x^4 \geq 0$$

$$f_0 = \sqrt{36 - x_0^2} = \sqrt{36 - \frac{32}{9+8+12\sqrt{2}}} = \sqrt{36 - \frac{32}{20+12\sqrt{2}}} = \sqrt{36 - \frac{32}{4(5+3\sqrt{2})}} = \sqrt{36 - \frac{8}{5+3\sqrt{2}}} = \sqrt{36 - \frac{8(5-3\sqrt{2})}{(5+3\sqrt{2})(5-3\sqrt{2})}} = \sqrt{36 - \frac{8(5-3\sqrt{2})}{25-18}} = \sqrt{36 - \frac{8(5-3\sqrt{2})}{7}} = \sqrt{36 - \frac{40-24\sqrt{2}}{7}} = \sqrt{\frac{252-40+24\sqrt{2}}{7}} = \sqrt{\frac{212+24\sqrt{2}}{7}}$$

$$\left(2x^2 + \frac{1}{4}\right)^2 + 4x + \frac{15}{4}$$



$$x = -2 \quad 16x^3 + 2(x+2) \quad \cos \frac{\pi}{8} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$4 \cdot 16x^3 \geq 0 \quad \cos \phi = 2 \cdot \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = \frac{16}{9}$$

$$|x+2| = t$$

$$t^2 \geq 5x^2t + 4x^4 \geq 0$$

$$Q = 25x^4 - 76x^2 = 9x^4$$

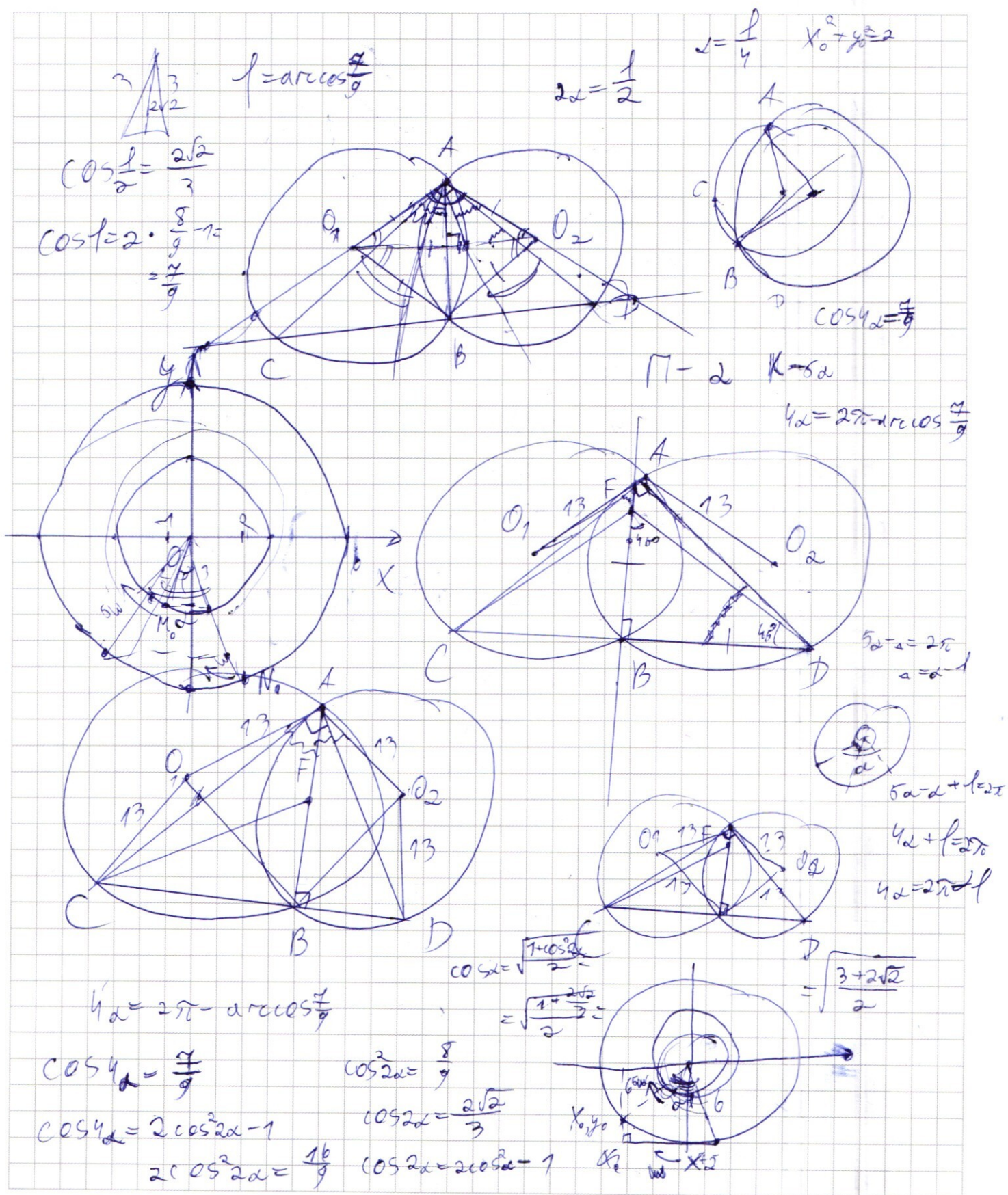
$$t_{1,2} = \frac{5x^2 \pm 3x^2}{2}$$

$$t_1 = x^2; t_2 = 4x^2$$



$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 12 \\ \hline 72 \\ 36 \\ \hline 432 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$(x+2)^2 - 5x^2 |x+2| + 4x^4 \geq 0$$

$$|x+2|^2 - 5x^2 |x+2| + 4x^4 \geq 0$$

$$|x+2| = t \geq 0$$

$$t^2 - 5x^2 \cdot t + 4x^4 \geq 0$$

$$D = 25x^4 - 16x^4 = 9x^4$$

$$t = \frac{5x^2 \pm 3x^2}{2}$$

$$t = x^2 \text{ или } t = 4x^2$$

$$t \in [0; x^2] \cup [4x^2; +\infty)$$

$$|x+2| \leq x^2 \text{ или } |x+2| \geq 4x^2$$

$$1. x \leq -2$$

$$-x-2 \leq x^2$$

$$x^2 + x + 2 \geq 0$$

$$D < 0, x \in (-\infty; -2]$$

$$2. x > -2$$

$$x+2 \leq x^2$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$D = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -1$$

$$x \in (-2; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$1. x \leq -2$$

$$-x-2 \geq 4x^2$$

$$4x^2 + x + 2 \leq 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 4 \cdot 2 < 0$$

реш. не им.

$$2. x > -2$$

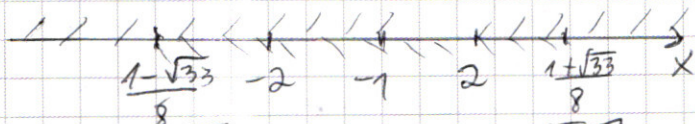
$$x+2 \geq 4x^2$$

$$4x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$x \in \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right]$$



$$x \in \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; -1 \right] \cup \left[2; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right]$$

$$\text{Ответ: } \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; -1 \right] \cup \left[2; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1$$

$$\cos^2 2\alpha = \frac{1 + \cos 4\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \sqrt{\frac{1 + \frac{7}{9}}{2}} = \sqrt{\frac{16}{9 \cdot 2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Рассчитаем косинус угла между вертикалью и радиусом ON_0 .

$$\cos \angle CON_0 = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$\angle CON_0 = 2\alpha$, укажем OA - биссектриса.

По теореме о биссектрисе:

$$\frac{AN_0}{AC} = \frac{b}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

П.к. $AN_0 + AC = 2$, то $AC = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$.

AC - абсцисса точки, в которой расстояние между карасем и пескарем становится минимальным.

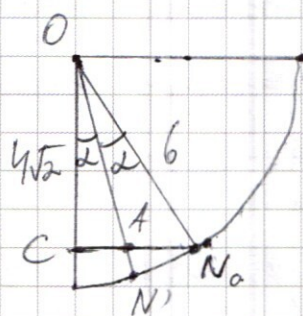
Пусть x_0 и y_0 - координаты N' .

$$x_0 = AC = \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$

$$y_0 = -\sqrt{36 - x_0^2} = -\sqrt{36 - \frac{32}{17+12\sqrt{2}}} = -\sqrt{\frac{612 + 432\sqrt{2} - 32}{17+12\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{580 - 432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}$$

П.к. угл. скорость карася в 4 раза больше скорости пескаря, то последующие точки, которые соответствуют минимальному расстоянию, будут смещены друг относительно друга на $\frac{2\pi}{3}$, а значит их

координаты будут $\left(-\sqrt{\frac{580 - 432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}, \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}\right);$
 $\left(\frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{580 - 432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}\right); \left(\sqrt{\frac{580 - 432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}, \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}\right)$



№5.

Пусть R_1 и R_2 - радиусы окр-тей, по
 которым движутся карась
 и пескарь.

$$R_1 = \sqrt{1+8} = 3$$

$$R_2 = \sqrt{4+32} = 6 = 2R_1$$

П.к. скорость карася в 2,5 раз

за равное времени пескаря,

а радиус окружности в 2 раза

больше, то угловая скорость карася в 5 раз боль-

ше угловой скорости пескаря.

По теореме косинусов для $\triangle M_0ON_0$:

$$8 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \varphi$$

$$8 = 18 - 18 \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$4 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \varphi$$

$$4 = 18 - 18 \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

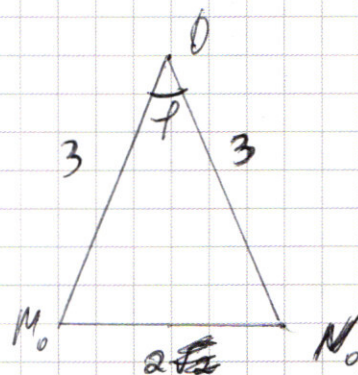
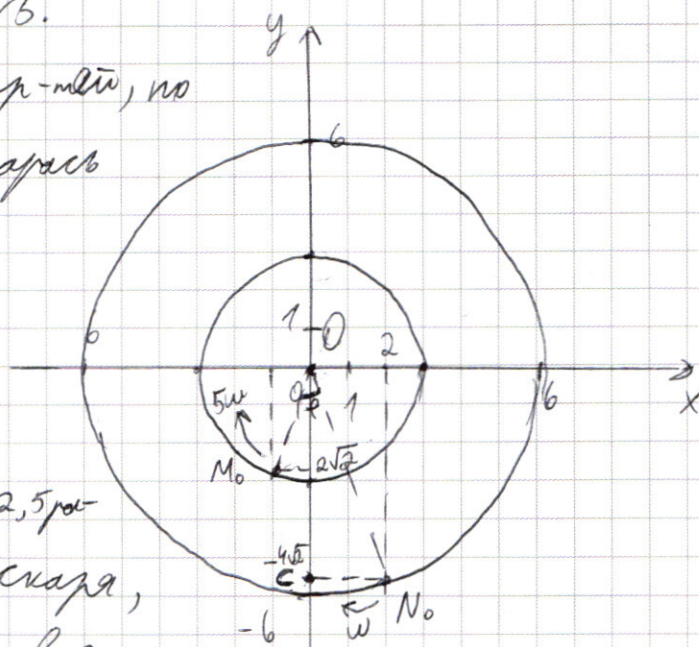
Кратчайшее расстояние между карасем и пескарем
 будет тогда, когда они оба будут находиться на од-
 ной прямой с центром окр-ти.

Пусть до первого такого момента пескарь прошел
 некоторый угол α , тогда карась прошел угол 5α .

$$4\alpha + \varphi = 2\pi$$

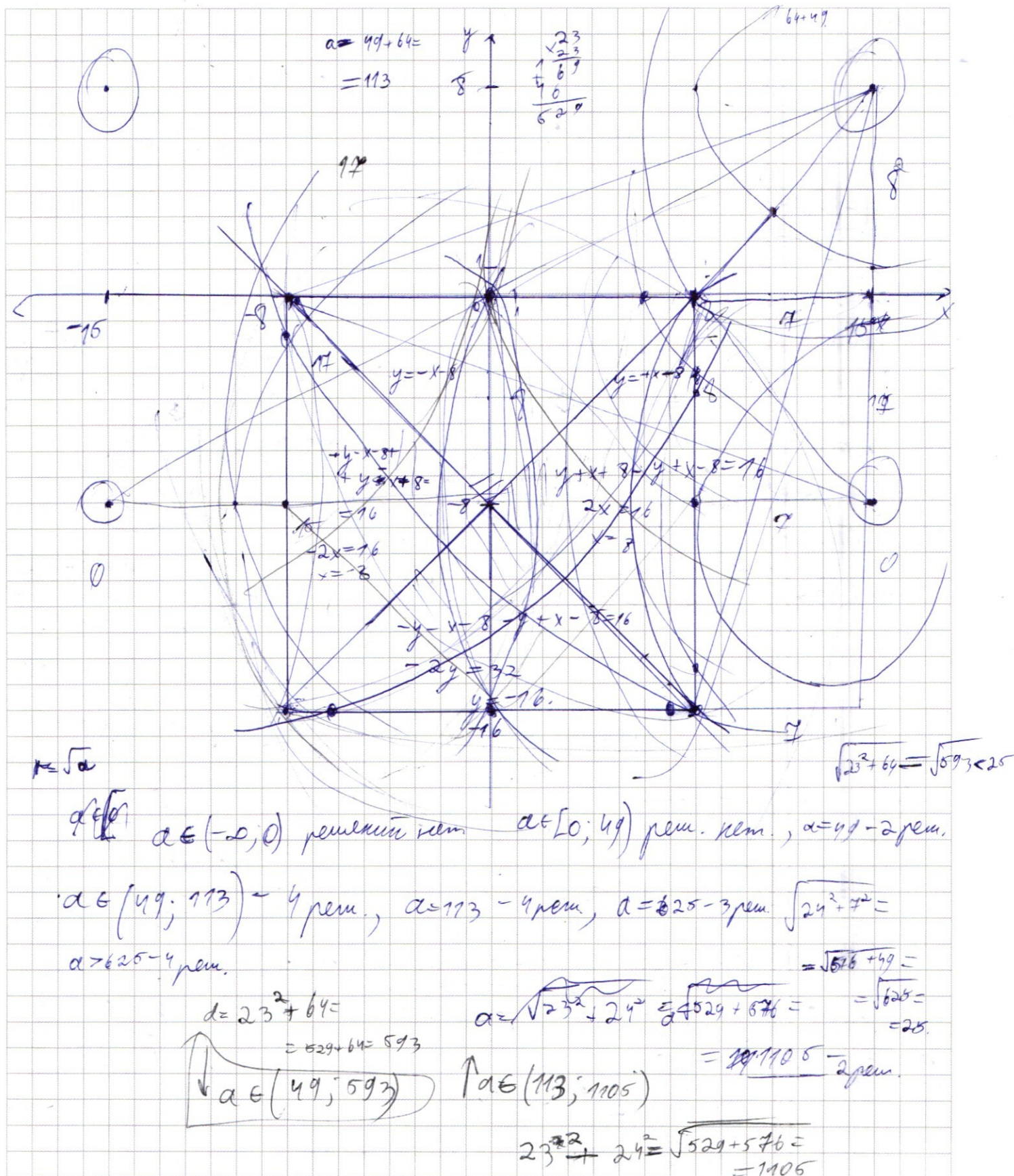
$$4\alpha = 2\pi - \arccos \frac{7}{9}$$

$$\cos 4\alpha = \frac{7}{9}, \quad \alpha = \frac{\varphi}{4}$$



Answer: $\left(\frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}; -\sqrt{\frac{580-432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} \right); \left(-\sqrt{\frac{580-432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}; \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \right);$
 $\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}; \sqrt{\frac{580-432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} \right); \left(\sqrt{\frac{580-432\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}; \frac{4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \right).$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$3x^2 - 16x = 0$$

$$x=0, 3x=16, x=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$$

а) CF-?

$$8(x^2 - 8x + 16) = x^3 - 64x + 200$$

$$8x^2 - 64x + 128 = x^3 - 64x + 200$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$R_1 = R_2 = 13$$

$$216 - 8 \cdot 36 + 72$$

$$6 \cdot 36 - 8 \cdot 36 + 6 \cdot 12 =$$

$$S_{\triangle ABC} = ?$$

$$S_{\triangle ACF} = ?$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 \mid x-6$$

$$\underline{-x^3 + 6x^2}$$

$$\underline{-2x^2 + 72x}$$

$$\underline{-2x^2 + 12x}$$

$$\underline{-12x + 72}$$

$$\frac{\sqrt{x^2 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x=6 \text{ или } x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$(1 - \sqrt{13})^3 - 64(1 - \sqrt{13}) + 200 =$$

$$= 1 - 3\sqrt{13} + 39 - 13\sqrt{13} -$$

$$- 64 + 64\sqrt{13} + 200 =$$

$$= 176 + 48\sqrt{13} > 0$$

21

$$6 \cdot 36 - 6 \cdot 64 + 200 =$$

$$= 216 + 200 - 360 - 24 \cdot AD - \text{какая-то}$$

$$\geq 0$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{10}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^2 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^2 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$(x+10)\left(x-4 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \sqrt{x^3 - 64x + 200}$$

$$(x+10)\left(x - \frac{8\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right) = \sqrt{x^3 - 64x + 200}$$

$$1. \boxed{x = -10}$$

$$2. x \neq -10$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$8(x-4)^2 = x^3 - 64x + 200$$

$$\frac{x^3 - 64x + 200}{x^2 + 10x} \mid x+10$$

$$\underline{-10x^2 - 100x}$$

$$\underline{-10x^2 - 100x}$$

$$36x + 200$$

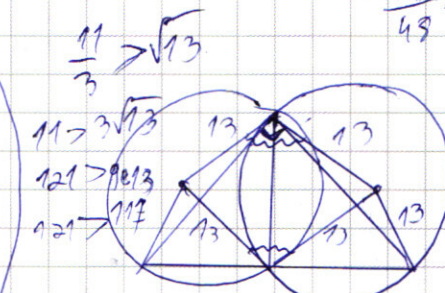
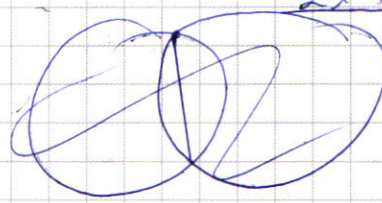
$$8x^2 - 64x + 128 = x^3 - 64x + 200$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$27 \cdot 72 - 72$$

$$64 - 8 \cdot 16 + 72$$

$$176 - 128 = 48$$



$$\frac{11}{3} > \sqrt{13}$$

$$\frac{11}{3} > \sqrt{13}$$

$$\frac{11}{3} > \sqrt{13}$$

$$176 - 48\sqrt{13} > 0$$

$$AD \perp CA$$

$$AH \perp CD$$

$$(1 + \sqrt{13})^2 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200$$

$$= 1 + 3\sqrt{13} + 39 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 a, b, c, d, e, f, g, h

$$a, b, c, d, e, f, g, h = 4900 = 7 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$624 = 9 \cdot \frac{624}{9} = \frac{624}{9} = \frac{192}{3} = \frac{64}{1} = 64$$

1. 7, 7, 2, 2, 5, 5, 1, 1.

всего таких чисел -

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{2^4} = \frac{40320}{16} = 2520$$

2. 7, 7, 4, 5, 5, 1, 1, 1

всего таких чисел

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{40320}{16} = 2520$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{40320}{24 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{40320}{96} = 420$$

$$2520 + 420 = 2940$$

Ответ: 4200

№2 $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$

$$\sum_{i=1}^{3000} b_i = S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n > 0, \forall n$$

$$(q-1) \cdot (b_1 + b_2 q + b_3 q^2 + \dots + b_n q^{n-1}) =$$

$$= b_1 q^n - b_1$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_2, b_3, \dots, b_{3000} = a_1, a_2, \dots, a_{1000}$$

или

$$a_1 = b_1 \cdot q^2, a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = b_1 \cdot q^{n+1}$$

$$q^* = q^3$$

$$\sum_{i=1}^{1000} a_i = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\sum_{i=1}^{1000} a_i = \frac{a_1 (q^{*1000} - 1)}{q^* - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 3q \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$b_2, b_3, \dots, b_{3000}$$

$$b_1, b_1 q, \dots, b_1 q^{2999}$$

$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$b_2, b_2 q, \dots, b_2 q^{2999}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_{1000}$$

$$40 \sum_{i=1}^{1000} a_i = 40 \cdot \frac{a_1 (q^{1000} - 1)}{q - 1} = 40 \cdot \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 4S$$

$$\frac{10 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$b_2, b_2 q, \dots, b_2 q^{2999}$$

$$a_1 = b_2 = b_1 q, q^3 = q^2$$

$$3 \sum_{i=1}^{1500} a_i = \frac{3 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{3 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$1 + \frac{3 + 3\sqrt{37}}{19 + \sqrt{37}} = \boxed{22 + 4\sqrt{37}}$$

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16 \\ ((x - 15)^2 + (y - 8)^2 = a \end{cases}$$



$$\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \varphi = 2 \cdot \frac{8}{9} - 1 = \frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{25}{6} \\ \omega_k &= \frac{50}{6} \\ \omega_k &= 5\omega_n \end{aligned}$$

$$V = \omega_n \cdot 6$$

$$2.50 = \omega_k \cdot 3$$

$$R_k = \sqrt{1+8} = 3$$

$$R_n = \sqrt{1+32} = 6$$

