МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y+x+8|+|y-x+8|=16,\\(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{x^3-64x+200}=(x+10)(x-4)$$

Рассмотрю 2 сл.:

~~При~~ 1 сл $x=-10$

имеем $0\cdot\sqrt{-1000+840}=0$

$0\cdot\sqrt{-160}=0$

~~тк~~ ~~олим~~ т.к эта олимпиада 10кл $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ левая часть неопределена $\Rightarrow$ $\Rightarrow x=-10$ не подходит.

2 сл $x\neq-10$

$\sqrt{x^3-64x+200}=2\sqrt{2}(x-4)$

$x^3-64x+200=8(x-4)^2$

$x^3-\cancel{64x}+200=8x^2-\cancel{64x}+128$

$x^3-8x^2+72=0$

$x^3-6x^2-2x^2+72=0$

$x^2(x-6)-2(x^2-36)=(x-6)(x^2-2(x+6))=$

$=(x-6)(x^2-2x-12)=0$

$\Rightarrow x=6$ (подходит по ОДЗ); и

$x=1\pm\sqrt{13}$. Подставляя в л.ч: $x_-=1-\sqrt{13}$: т.к $x_-<0\Rightarrow -64x>0$ и $x_->-5\Rightarrow |x^3|<|-64x|\Rightarrow$ л.ч $>0\Rightarrow x_-=1-\sqrt{13}$ подходит.

Подставлю в л.ч $x_+=1+\sqrt{13}\Rightarrow\sqrt{(1+\sqrt{13})^3-64(1+\sqrt{13})+200}=$

$=\sqrt{\cancel{1}+13\sqrt{13}+3\sqrt{13}+3\cdot13-\cancel{64}-64\cdot\sqrt{13}+\cancel{200}^{176}}=\sqrt{-48\sqrt{13}+176}=$

$\cancel{48\sqrt{13}}\ \cancel{\vee}\ \cancel{176}$ $=\sqrt{16(-3\sqrt{13}+11)}$ (т.к $11^2=121$, а $(-3\sqrt{13})^2=9\cdot13=117$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow\sqrt{16(-3\sqrt{13}+11)}>0$ и $x_+=1+\sqrt{13}$ также подходит.

Ответ: $x\in\{6;\ 1+\sqrt{13}\}$

P.S $1-\sqrt{13}$ не подх. т.к л.ч >0, а правая <0

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geq 0$ № 4

Рассмотрю 2 сл.

1. сл. $x \geq -2$

$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4=$

$=4x^4-5x^3-9x^2+4x+4\geq 0$

Можно заметить, что $x=-1$ явл. корнем.

$$\begin{array}{l|l} 4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 & x+1 \\ \hline -4x^4+4x^3 & 4x^3-9x^2+4 \\ \quad -9x^3-9x^2 & \\ \quad -9x^3-9x^2 & \\ \qquad\quad 4x+4 & \\ P(x) \quad -4x+4 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$(x+1)(4x^3-9x^2+4)\geq 0$

2 сл. $x<-2$

$4x^4+x^2+4x+5x^3+10x^2+4=$

$=4x^4+5x^3+10x^2+4x+4\geq 0$

$=4x^4+5x^3+\frac{25}{16}x^2+9\frac{9}{16}x^2+4x+4$

$=(2x^2+\frac{5}{4}x)^2+(x+2)^2+8\frac{9}{16}x^2\geq 0$

$\Rightarrow \quad x\in(-\infty;-2)$

Можно заметить, что $x=-2$ явл. корнем $P(x)$

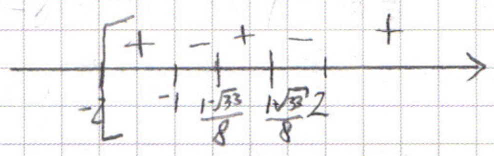
$4x^3-9x^2+4=$

$=4x^3-8x^2-x^2+4=$

$=4x^2(x-2)-(x-2)(x+2)=(x-2)(4x^2-x-2)$

$(x+1)(x-2)(4x^2-x-2)=$ ~~$(x+1)(x-2)(x-\frac{1+4\sqrt{2}}{8})(x-\frac{1-4\sqrt{2}}{8})$~~ $=$

$=4(x+1)(x-2)(x-\frac{1+\sqrt{33}}{8})(x-\frac{1-\sqrt{33}}{8})=(x+1)(x-2)(2x-\frac{1+\sqrt{33}}{4})(2x-\frac{1-\sqrt{33}}{4})$



$-\frac{5}{8}$

$x\in[-2;-1]\cup[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}]\cup[2;+\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-1]\cup[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}]\cup[2;+\infty)$

№ 1

$4900=2^2\cdot5^2\cdot7^2\cdot1^2$ $\Rightarrow$ нам нужно найти кол-во всех восьмизн. чисел содерж. две единицы, две двойки, две пятерки и две семерки.

~~Рассмотрю сначала другую задачу: сколько сущ. 2-х зн. чисел сост. из цифр x. Очевидно сущ. одно такое число $\overline{xx}$ $\Rightarrow$ сколько сущ.~~

Начну с единиц, т.к ~~в~~ число 8-и-значное $\Rightarrow$ имеется 8 свободных ячеек, т.к у нас две единицы и 8 св. яч. $\Rightarrow$ сущ C_8^2 способов раст. един.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

Теперь двойки, их две и имеется 6 св. яч. => сущ. C_6^2 способов расст двойки на свободн. яч.

Теперь пятерки, их две и имеется 4 св яч => сущ. C_4^2 спос. расст пятерки по св. яч.

Для 2-х семерок осталось 2 св. места => сущ. 1 способ расст семёрки в св. яч.

Т.к все это происходило последовательно и зависимо ~~от~~ => общее кол-во ^также^ восьмизн. чисел $= C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 =$

$= C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{8\cdot 7}{2} \cdot \frac{6\cdot 5}{2} \cdot \frac{4\cdot 3}{2} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 126\cdot 20 = 2520.$

Ответ: 2520.

N2

$b_1, b_2, \dots, b_3 \dots b_{3000}$ $\forall b_i : b_i > 0 \Rightarrow q > 0$

Буду считать, что $q \neq 1$, иначе $S = 3000 b$; $49\cdot 10^3 b + 3000 b \neq 15000 b$

(1) $\boxed{\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S_1}$ $40(b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2999}) \Rightarrow$ теперь сумма геом прогр $= S_1 + \frac{39 b_1 q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 5S \Rightarrow$

$(2) \Rightarrow \frac{39 b_1 q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4S$; $\frac{(2)}{(1)} = \frac{39q^2}{q^2+q+1} = 4$ $39q^2 = 4q^2+4q+4$

$35q^2 - 4q - 4 = 0$; $D = 4 + 144 = 12^2 \Rightarrow q = \frac{2 \pm 12}{35}$ т.к $q > 0 \Rightarrow q = \frac{14}{35} =$

$\boxed{= \frac{2}{5}}$ $3(b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999}) \Rightarrow$ теперь сумма ^геом.^ равна $S_1 + \frac{2 b_1 q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

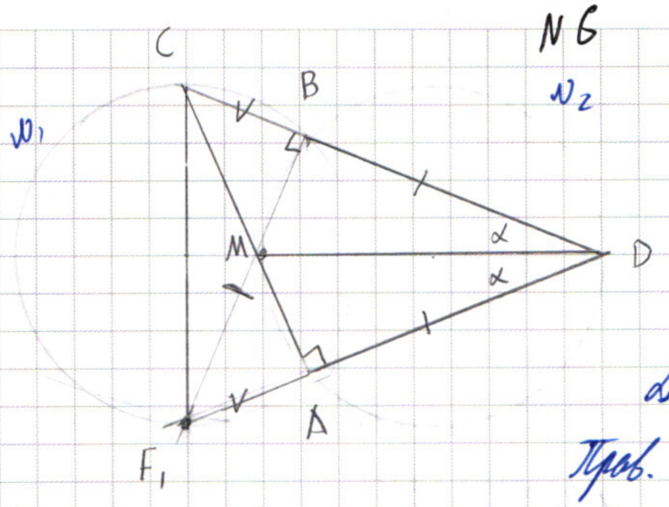
Выражу $\frac{2 b_1 q (q^{3000}-1)}{q-1}$ через S_1. Для этого поделю его на

(1) $= \frac{2q}{q+1} = \frac{2}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1}{7} \Rightarrow$ $\boxed{S \text{ умень } ~~на~~ \text{ в } \frac{1}{7} \text{ раз}}$

Ответ: ~~8/7 сумма~~ ~~станет ровной~~ ~~8/7~~

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

N 6



Продлю прям AD из A до п-ия с $\omega_1 = F_1$. Т.к $\angle CAF_1 = 90° \Rightarrow$ $\Rightarrow CF_1$ диам $\Rightarrow$ опир на неё $\angle CBF_1 = 90° \Rightarrow$ прям BF_1 и $\perp CD$

Докажу, что $F_1 = F$.

Пров. CF_1

Т.к $BF_1 = CA = P_{\omega_1}$ и $\angle D$ - общ $\Rightarrow \triangle DBF_1 = \triangle DAC \Rightarrow BD = DA$ и и $CB = AF_1$ (т.к $BC = CD - BD$; $AF_1 = DF_1 - AD$). Точку п-ия BF_1 и ω_1 (еще одну кроме M) через M так же проходит CA (в силу полной симметрии ~~рисунка~~ фигур относ прям DM). След $D \in CM$

Т.к $\triangle DBM = \triangle DAM$ (жпп икат) $\Rightarrow$ ~~BM~~ $\angle BDM = \angle MDA =: \alpha$

В ω_2 и $\angle BDA$ впис. и опир на $AB \Rightarrow$ его sin $= \frac{AB}{2R}$; В ω_1 $\angle BF_1A$ впис. и опир на $AB \Rightarrow$ его $\sin = \frac{AB}{2R} \Rightarrow \angle BDA = \angle BF_1A = 2\alpha$, Однако также в $\triangle DBF_1$ $\angle BF_1D = \angle BDF_1 \Rightarrow 2\alpha = 90 - 2\alpha \Rightarrow 2\alpha = 45 \Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle BDF_1$ - равнобед ($BD = BF_1$) $\Rightarrow BF_1 = BD = BF \Rightarrow$ точки F_1 и F совпадают. $\Rightarrow CF_1 = CF$ - диам ω_1 (~~он~~ $\angle$ на неё опир $= 90°$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow CF = 26$;

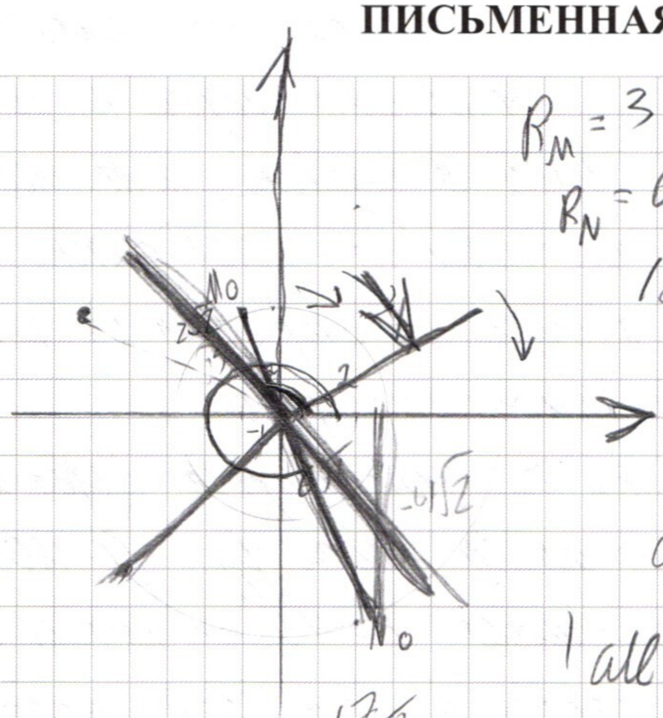
б) $S_{ACF} = \frac{1}{2} AF_1 \cdot (\sqrt{CF_1^2 - AF_1^2})$; $AF_1 = BC = 10 \Rightarrow S = \frac{1}{2} 10 \cdot 24 = 120$

Ответ: $CF = 26$; $S_{ACF} = 120$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$R_M = 3$ $V_M = 2.5 V_N = 7.5 V$

$R_N = 6$

1 сер =

α изм 5 раз быстр β

α; β

1 all $\alpha - 5k$, $\beta - k$

$\alpha + 180 - k$

$\alpha - 5k = \alpha + 180 - k$

18π

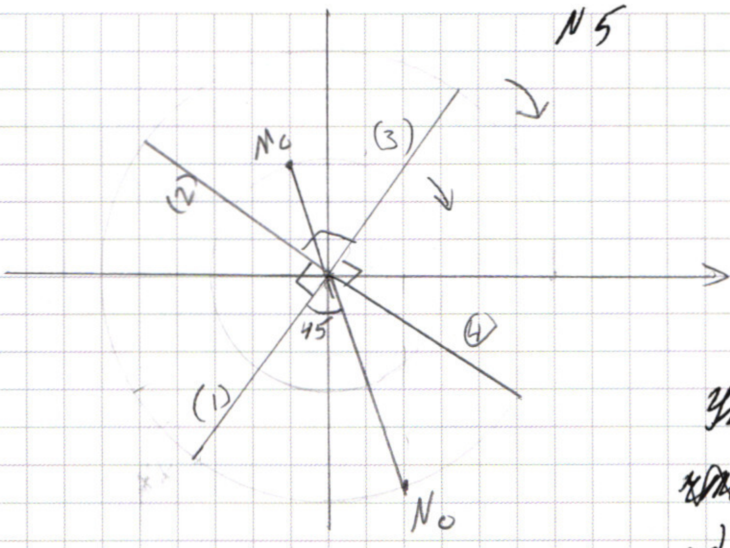
$5k = k + 180$

$k = 45$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№5



Карась плавает по окр с $R=3$, а пескарь по окр с $R=6$.
Также по ∠-у пескарь опережает карася на 180°

(M_0; N_0; (0;0) лежат на пр. $y=-2\sqrt{2}x$)

Углом я называю ~~тот же угол что двух коо~~ угол между осью абсцисс и отр, один из конц. кот (0;0), а 2-й текущее положение рыбы.

Т.к. $V_{M_0} = 2.5 N_0$ и $2R_M = R_N$ => угол карася будет изм в 5 раз быстрее пескаря => имеет место ур $5K = 180 + K$ =>, где K – угол на кот отклонится. $K = 45^\circ$ => пескарь успеет пройти 45° прежде чем он, карась, и (·)-а (0;0) окаж. на одн. прямой (что, очевидно явл. мин. возм. расст). На рис обозн. этот луч (1). Затем карась перегонит пескаря. И для след. встр. карась должен проплыть столько сколько пескарь + один круг. $5K=360+K$ => $K=90$. При из второй встрече пескарь сумеет проплыть на ~~...~~ четверть круга вперёд после 1-й встречи. Обозн. (2). $\angle(1),(2)=90^\circ$.

Аналогично при следующ. встр. пескарь опять сумеет проплыть 90°; $\angle(2),(3)=90^\circ$. Далее опять $\angle(3),(4)=90^\circ$.

А затем пескарь при след. встрече окажется на том же месте, что и во встр. (1), и далее встречи будут происходить по уже ~~...~~ данным (·)-ам. Осталось найти коорд 4-х (·)-ек встреч.

Найду сначало нач. полож пескаря. Перейду в радиальную сист коорд (где (·)-а опр. расст до (0;0) и углом). ответы также запишу в ней. В ней позиция пескаря

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

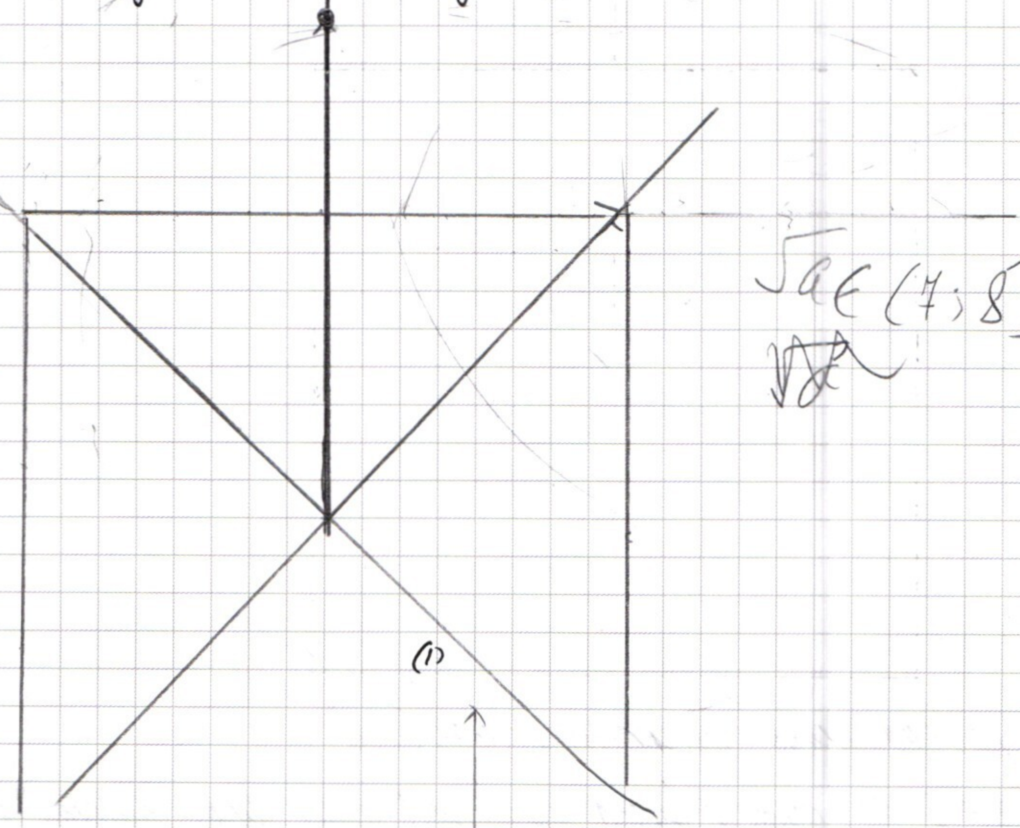
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|y+x+8|+|y-x+8|=16$ (1)

$$\left\{\begin{array}{l} 2y+16=16,\ y+x+8\geq 0 \text{ и } y-x+8\geq 0 \\ 2x=16,\ y+x+8\geq 0 \wedge y-x+8<0 \\ -2x=16,\ y+x+8<0 \wedge y-x+8\geq 0 \end{array}\right.$$

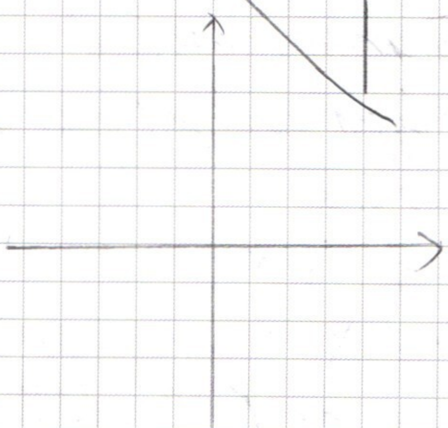
$y\geq -x-8$

$y\geq x-8$



$a\in(7;8]$

(1)



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

(1) $\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$ №7

Для начала изображу ур. 1

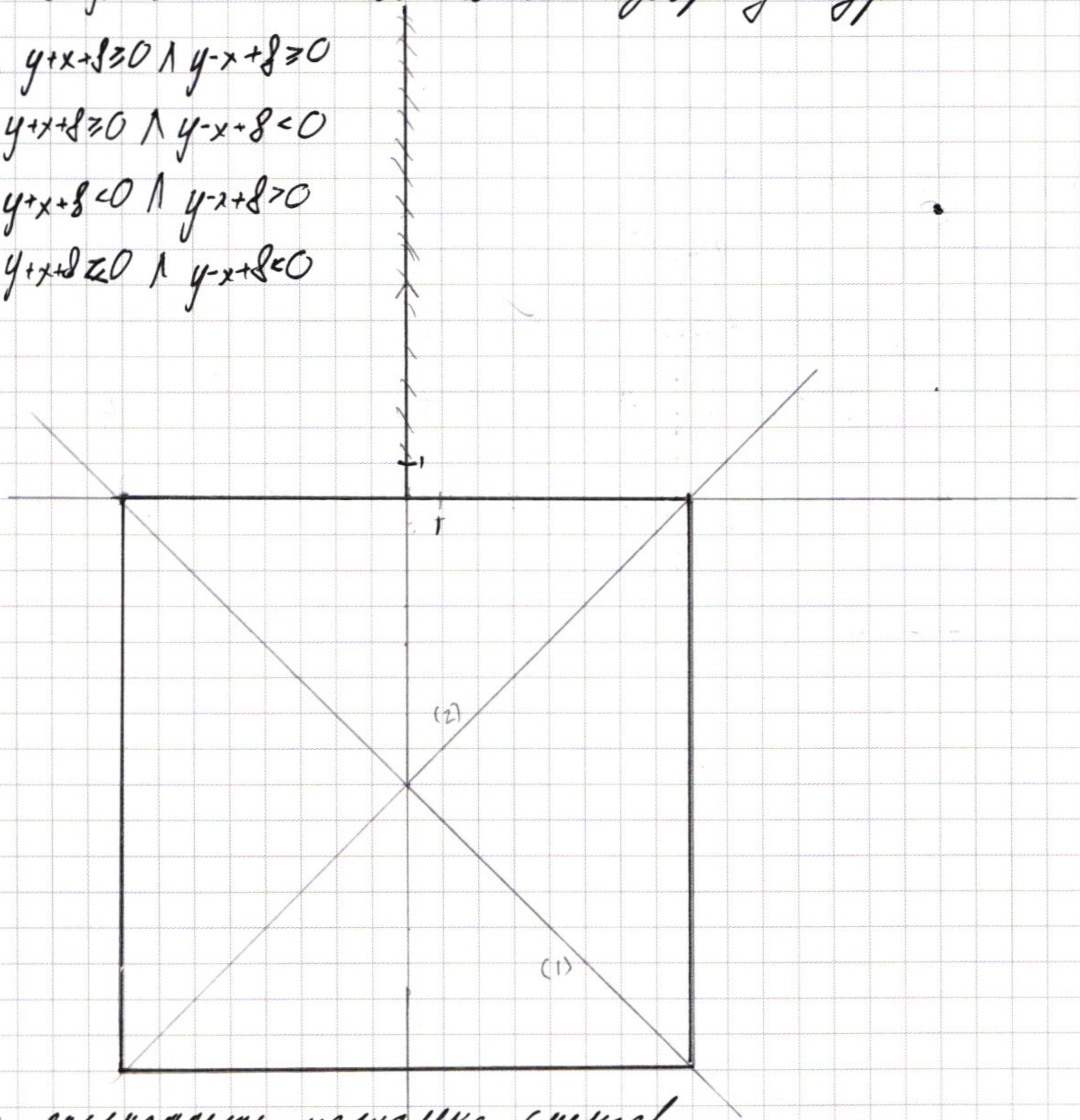
$(1) = \begin{cases} 2y = 0, & y+x+8 \geq 0 \wedge y-x+8 \geq 0 \\ 2x = 16, & y+x+8 \geq 0 \wedge y-x+8 < 0 \\ -2x = 16, & y+x+8 < 0 \wedge y-x+8 \geq 0 \end{cases}$

$-2y = 32, \quad y+x+8 < 0 \wedge y-x+8 < 0$

$y = -16$

(1) $y \geq -x-8$

(2) $y \geq x-8$



Следует рассмотреть несколько случаев

1сл. $a \leq 0 \Rightarrow$ нет не будет или 2 реш (далее буду вместо этого писать S. X

2сл. $\sqrt{a} \leq 8 \Rightarrow$ 0 реш $\Rightarrow$ S. X

$8 < \sqrt{a} \leq 15 \Rightarrow$ 0 реш $\Rightarrow$ S. X

$\sqrt{a} = 15 \Rightarrow$ 1 реш $\Rightarrow$ S. X

$15 < \sqrt{a} \leq \sqrt{15^2+8^2} \Rightarrow$ 2 реш $\Rightarrow a \in [15^2; 17^2]$

$17 < \sqrt{a} < \sqrt{23^2+8^2} \Rightarrow$ 2 реш $\Rightarrow a \in [17^2; 23^2+8^2)$

$\sqrt{a} = \sqrt{23^2+8^2} \Rightarrow$ 1 реш $\Rightarrow$ S. X

$\sqrt{a} > \sqrt{23^2+8^2} \Rightarrow$ 0 реш $\Rightarrow$ ~~$a \in (23^2+8^2; +\infty)$~~ $\Rightarrow$ S. X

ответ: $a \in [17^2; 23^2+8^2)$ ~~$\cup (23^2+8^2; +\infty)$~~

Примечание: построение окр. произв в уме. с ориентировкой ~~иметь~~ 2 (·)-и на y

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(r=6;\ \alpha = 360 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$; => при первой встрече коорд. пескаря
$= (6;\ \cancel{360+45}\ 315 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$ => при 2-й встрече $(6;\ 225 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$
=> при 3-й встрече $(6;\ 135 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$; при 4-й встрече $(6; 45 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$

Ответ: $(6;\ 315 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$; $(6;\ 225 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$;
$(6;\ 135 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$; $(6;\ 45 - \operatorname{arctg}(\frac{1}{2\sqrt{2}}))$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4900 = 10^2 \cdot 7^2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

$1^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

11

33

$25 \cdot 6 = 150$

1122 $\quad 2 \cdot C_4^2 =$ $\quad 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

1212 $\quad$ 112233 $\quad 4 \cdot 3 \cdot 2$

1221 $\quad$ 121233 $\quad 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

2121 $\quad$ 122133 $\quad 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

2112 $\quad$ 122313

2211 $\quad$ 122331

$1^2 \, 2^2 \, 5$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

18

2211
2121
2112
2121

$\underbrace{\quad}_{6} \cdot \underbrace{\quad}_{6}$

$b_1; b_2; \ldots; b_{300}$

$\forall b_i > 0$ $\quad \sum_i b_i = 5$

$1^2 \cdot 2$

$2 \cdot 2 \cdot 1$

121

112

211

$3x^2 - 64$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = 5$

$b_1; b_1 q; \ldots; b_1 \cdot q^{2999}$

$40 \cdot (b_1 \cdot q^2 + b_1 q^5 + b_1 q^8 + \ldots + b_1 \cdot q^{2999})$

$b_1; b_1 q; 40 \cdot b_1 q^2; b_1 q^3; b_1 q^4; 40 b_1 q^5; b_1 q^6; b$

$3/6$

$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$ $\quad x \geq -2$

$x^3 - 64x + 200 =$

$(x+10)\sqrt{\ldots} = 2\sqrt{2}(x^2 + 6x - 40)$

$(x+10)(x-4)$

$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$

$x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8(x-4)^2 = 8x^2 - \cancel{64x} + 128$

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$4x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$4x^2(x^2 + 1) - 5x^2(x-1) + 4(x+1) \geq 0$

$x^3 + 72 = 8x^2$

$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$

$x(x^2 - 8x) + 72 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$1^2 \cdot 2$

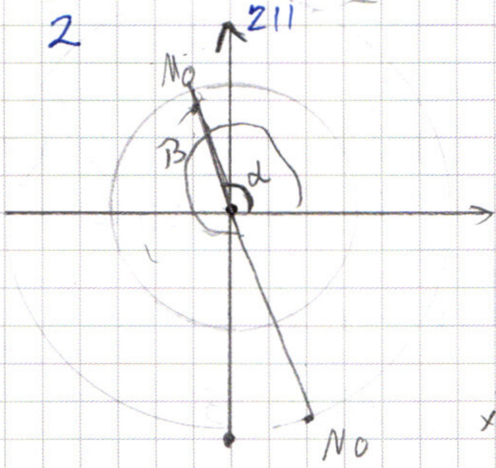
112

121

211

$V_M = 25 V_N$

$x^2+y^2 = 3^2$



$V_N = V$

$-x-2$

$x < -2$

$t \to \alpha, B$

$4x^4+x^2+4x+5x^3+10x^2+4$

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4 \geq 0$

-2

$x^3(x+5)$

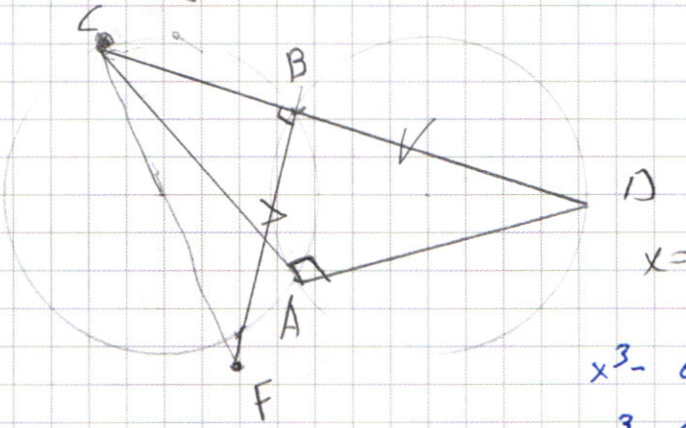
$x^2+y^2 = 34$ 64

$4x^4+5x^3+\frac{25}{16}x^2+9\frac{6}{16}x^2+4x+4$

$R = 13$ $2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$

$y+x+8$

$|y+8+x| + |y+8-x| = 16$



$\cancel{\frac{x+10}{2\sqrt2}}$ $\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$

$= \cancel{(x+10)}(x-4)$

$x=-1$

$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt2(x-4)$

$x^3-64x+200 = 8(x-4)^2$

$x^3-\cancel{64x}+200 = 8x^2-\cancel{64x}+128$

$x^3-8x^2+72=0$

$x^3-8x^2+72=0$

$72 = 12\cdot 6$

$18\cdot 4$

$x^3-6x^2-2x^2+72=0$

$x^3-8(x^2-9)=0$

$3x^2-16x=0$

$x^2(x-6)-2(x^2-36)=0$

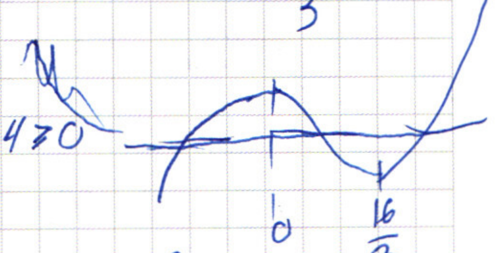
$x^3 = 8(x^2-9)$

$x(3x-16)=0$

$(x-6)(x^2-2(x+6))=0$

$x=0$ $x=\frac{16}{3}$

$(x-6)(x^2-2x-12)=0$ x^2+y^2; $tg\left(\frac{x}{y}\right)$ 2 1



$D = 1+12$

$x = 1 \pm \sqrt{13}$

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geq 0$

$315-90$

3; $tg\left(-\frac{1}{2\sqrt2}\right)$ 3;

$x \geq -2$

$225-90$

135

$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4 \geq 0$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 \geq 0$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 \mid x+1$

$4x^3+4x^2$ | $4x^3-9x^2+4$

$-9x^3-9x^2$

$4x^3-9x^2+4 \mid x-2$

$4x^3-8x^2$ | $4x^2-x-2$

$-x^2+4$

$-x^2+2x$

$-2x+4$

$4x^3-9x^2+4$

$x^2(4x-9)+4$

$32-36+4$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1 + 13\sqrt{13} + 3\sqrt{13} + 3\cdot 13 - 64 - 64\sqrt{13} + \cancel{200}$ 176

$-48\sqrt{13} + 176$

$176 = 288$

28 11

$1^2 \cdot 2$

C_3^2

4 4 4 4   3 2 1

3 11 131 113

C_4^2

22 33

$9 \cdot 13$

117

$C_4^2 +$

$C_2^2 = 1$

C_6^2

53 = 15

$C_2^2 = 1$

11 22

12 12   6

1221

2

$\cdot C_4^2 \cdot C_2^2$

5·6

$C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 3\cdot 5\cdot 6 = 90$

$\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$

$1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}$

$b_1; b_2; \dots; b_{3000}$ $\boxed{\forall b_i: b_i > 0}$ $b_3; b_6; \dots; b_{3000}$

$b_1; b_1 q; \dots; b_1 \cdot q^{2999}$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$

$40 \cdot b_1 q^2; b_1 q^5; \dots; b_1 \cdot q^{2999}$

$b_1; b_1 q; 40 \cdot b_1 q^2; b_1 q^3; b_1 q^4; \dots; 40 b_1 q^{2999} =$

$= \frac{b_1(q^{300}-1)}{q-1} + 39 \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 5S$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$

$39 b_1 \frac{(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4S$

$39 \frac{q-1}{q^3-1} = 4$

$39 = 4q^2 + 4q + 4$

$4q^2 + 4q - 35 = 0$

$D = 2+$

$3(b_1 q + b_1 q^3 + \dots; b_1 q^{2999})$

$S + 2b_1 \frac{(q^{3000}-1)}{q^2-1} \overset{?}{=} KS$

$2b_1 \frac{(q^{3000}-1)}{(q-1)(q+1)} =$

$= 2S \cdot \frac{1}{q+1}$

$2 \cdot b_1 q \quad 1 + q^2 + \dots q^{2998}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$b_1; b_2; \dots; b_{3000}$ $\quad \Sigma = S \quad \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S \quad q>0$

$S + \frac{39 b_1 q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 5S \Rightarrow \frac{39 b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4S$

$\frac{39 b_1 q^2 (q^{\dots}-1)}{q^3-1} \cdot \frac{q-1}{\cancel{(q^{3000}-1)} b_1} = 4$

$S + \frac{2 b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} = ?$

$\frac{39q^2}{q^2+q+1} = 4$

$\frac{2q}{q+1} - ?$

$4q^2+4q+4 = 39q^2$

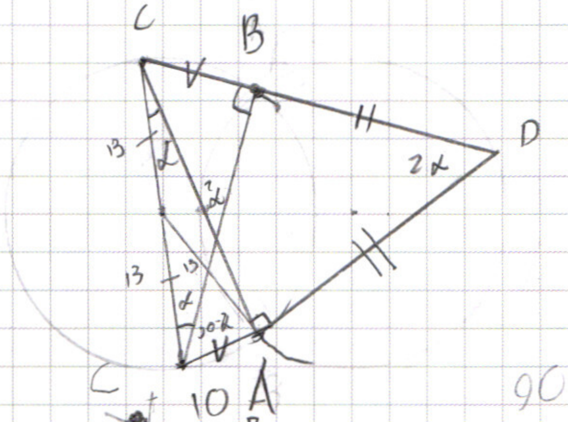
$\frac{4}{7} : \frac{9}{7}$

$35q^2 - 4q - 4 = 0$

$\frac{4}{9}$

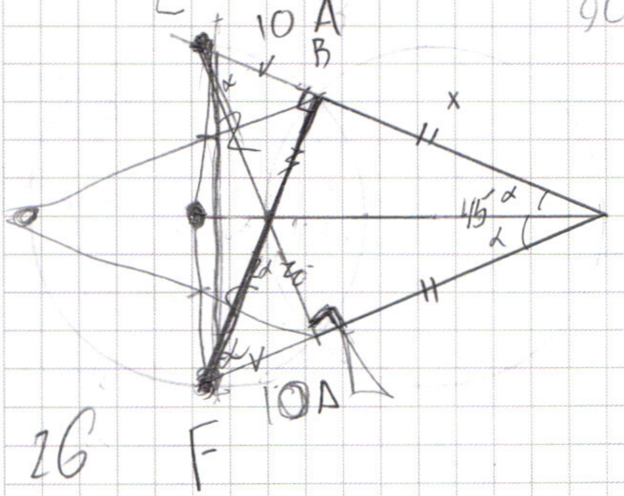
$D = 4 + 144 = 12$

$x = \frac{2 \pm 12}{35} \Rightarrow x = \frac{14}{35} = \frac{2}{7}$



$\frac{180-2\alpha}{2}$

$90-\alpha$



90

$\sqrt{28^2 - x^2}$

90

180

$270 - 4\alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 30$

$\alpha = 45$

26