

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ , все члены которой положительны, а их сумма равна  $S$ . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е.  $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 40 раз, сумма  $S$  увеличится в 5 раз. А как изменится  $S$ , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е.  $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение  $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$ .
4. [6 баллов] Решите неравенство  $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$ .
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке  $(0; 0)$ . В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках  $M_0(-1; 2\sqrt{2})$  и  $N_0(2; -4\sqrt{2})$  соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по одну сторону от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ . б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 10$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложим 4900 на простые множители:

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

Т.к. в числе 7 цифр, то может быть много вариантов состава цифр: 7, 7, 2, 2, 5, 5, 1, 1 или 7, 7, 4, 5, 5, 1, 1, 1. Большие варианты чисел не можем, т.к. цифра - однозначное число, а произведение остальных цифр, отличных от 1, будет больше  $2 \cdot 7 > 10 > 9$   
 $5 \cdot 2 = 10 > 9$   
 $5 \cdot 7 > 9$   
След.-но, наиб. значащая цифра равна 4900  
предварение  
есть 2 варианта состава цифр:

- 1). 2, 2, 7, 7, 5, 5, 1, 1. - их можно расставить в 8 мест (3-значное число)  
число их сочетаний:  $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2520$  (т.к. 7, 7, 5, 5 - повтор. 2 раза)
- 2). 4, 7, 7, 5, 5, 1, 1, 1.  
 $\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 56 \cdot 3 \cdot 10 = 1680$  (т.к. 7, 5 - 2 раза, 1 - 3 раза)

Общее число:  $2520 + 1680 = 4200$ .

Ответ: 4200.

н.д.  $b_1$  - первый член,  $q$  - знаменатель

$$(1) S = b_1 \cdot (1 + q + q^2 + \dots + q^{1999})$$

$$(2) 5S = b_1 \cdot (1 + q + 40q^2 + \dots + 40q^{1999}) - \text{умноженное на 40}$$

каждый 3 член пропущен  $\Rightarrow$  каждый  $q_i (i \equiv 2 \pmod{3})$

$$(3) xS = b_1 \cdot (1 + 3q + q^2 + 3q^3 + \dots + 3q^{1999}) - \text{умноженное на 40}$$

каждый 2 член  $\Rightarrow$  каждый  $q_k (k \equiv 1 \pmod{2})$

$$(1) : (2) = \frac{1}{5} = \frac{1 + q + \dots + q^{1999}}{1 + q + 40q^2 + \dots + 40q^{1999}}$$

$$5 + 5q + \dots + 5q^{1999} = 1 + q + 40q^2 + q^3 + q^4 + 40q^5 + \dots + 40q^{1999}$$

$$q^{1997} \cdot (35q^2 - 4q - 4) + q^{1994} \cdot (35q^2 - 4q - 4) + \dots + 35q^1 - 4q - 4$$

$$(q^{1997} + q^{1994} + q^{1991} + \dots + q^0) \cdot (35q^1 - 4q - 4) = 0$$

$$q^{1997} + q^{1994} + \dots + 1 \neq 0, \text{ т.к. } b_1, b_2, b_{1000} > 0 \Rightarrow$$

$$q > 0 \Rightarrow q^{1997} + q^{1994} + \dots + 1 > 0 \Rightarrow$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0 \Rightarrow q = 0.4$$

$$(3) : (4) = x = \frac{1 + 3q + q^2 + 3q^3 + \dots + 3q^{1999}}{1 + q + q^2 + \dots + q^{1999}}$$

$$x + xq + xq^2 + \dots + xq^{1999} = 1 + 3q + q^2 + 3q^3 + \dots + 3q^{1999}$$

$$(3-x) \cdot q^{1999} + q^{1996} \cdot (1-x) + q^{1993} \cdot (3-x) + q^{1990} \cdot (1-x) + \dots + q \cdot (3-x) + 1 - x = 0$$

$$q^{1999} \cdot ((3-x) \cdot q + 1-x) + q^{1996} \cdot ((3-x)q + 1-x) + \dots + q^0 \cdot ((3-x)q + 1-x) = 0$$

$$(q^{1999} + q^{1996} + \dots + q^0) \cdot ((3-x) \cdot q + 1-x) = 0$$

0, т.к.  $q > 0$ .  $(3-x) \cdot 0.4 + 1-x = 0$

$$1, 2 - 1, 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

Ответ:  $x = 1 \frac{4}{7}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n3. \left( \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{2 \cdot (x+10)}{4\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$1). x = -10 ; x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \text{не подходит.}$$

$$x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0 \Rightarrow \text{не подходит.}$$

$$2). \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4) \cdot 2\sqrt{2}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x = 6 \quad x = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\text{Проверка: } 36 \cdot 6 = 216 \quad 216 + 200 - 64 \cdot 6 = 416 - 384 > 0$$

$$4 < 1 + \sqrt{13} < 5 \Rightarrow x^3 - 64x + 200 \neq 125 - 64 \cdot 5 + 200 = \text{не подходит.}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 64 - 256 + 200 = 8 > 0 \Rightarrow$$

$$1 + \sqrt{13} - \text{подходит.}$$

$$-4 < 1 - \sqrt{13} < -3 \quad -64 + 64 \cdot 4 + 200 > 0 \Rightarrow \text{подходит.}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{13}; x_3 = 6.$$

24.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \cdot \cancel{x+2} + 4 \geq 0.$$

1).  $x \geq -2$ .

$$* 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 = 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

при  $x = 2$   $*$   $= 0$ .

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & -5 & -9 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(4x^3 + 3x^2 - 3x - 2) \geq 0. \quad - \text{исб. разлож. коэффици.}$$

2).  $x \leq -2$ .

$$4x^4 + x^2 + 4x + 10x^2 + 5x^3 + 4 = 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

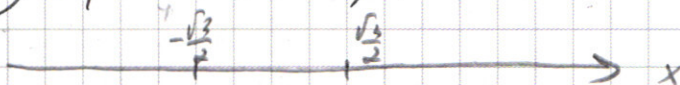
$$(* 4x^4 + 11x^2 + 4 \geq -5x^3 - 4x) \quad - \text{исб. разлож. коэффици.}$$

если  $4x^3 + 3x^2 - 3x - 2$  - имеет <sup>урав.</sup> корни, то

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \geq 0.$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = x^2 \cdot (4x + 3) - \frac{3}{4} \cdot (4x + 3) + \frac{1}{4} =$$

$$= \left(x^2 - \frac{3}{4}\right) \cdot (4x + 3) + \frac{1}{4} \geq 0.$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

рб.

$$R_k = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3.$$

$$R_n = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4 + 32} = 6.$$

$$v_k = 2,5 v_n.$$

$$\omega_k = \frac{v_k}{R_k} = \frac{2,5 v_n}{3} = \frac{5 v_n}{6}$$

$$\omega_n = \frac{v_n}{6} \Rightarrow \omega_k = 5 \omega_n.$$

в начальный момент -  
угол  $\angle M_0 O N_0 = 180^\circ$

т.к. шарики на одной  
прямой  $y = kx + b$ .

$$\begin{cases} M_0: 2\sqrt{2} = -k + b \\ N_0: -4\sqrt{2} = 2k + b \end{cases} \Rightarrow 6\sqrt{2} = -3k \Rightarrow k = -2\sqrt{2} \Rightarrow b = 0.$$

$$y = -2\sqrt{2}x \Rightarrow \text{при } x=0, y=0 \Rightarrow \text{прох. } 1/3 \text{ и } (0,0)$$

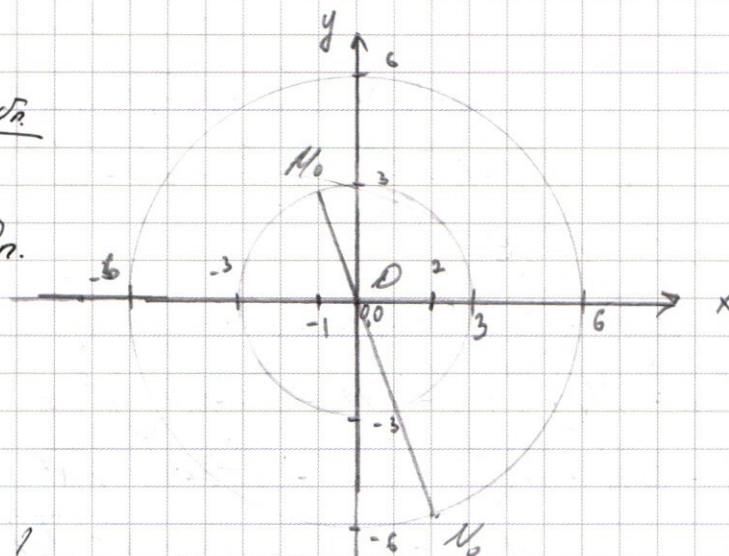
расстояние между карасями и пещерками при  
 $\angle MON = 0$ . (д.б.:  $MO = 3$ ;  $NO = 6$  (всегда))

$$MN^2 = 36 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos \angle MON = 45 - 36 \cos \angle MON$$

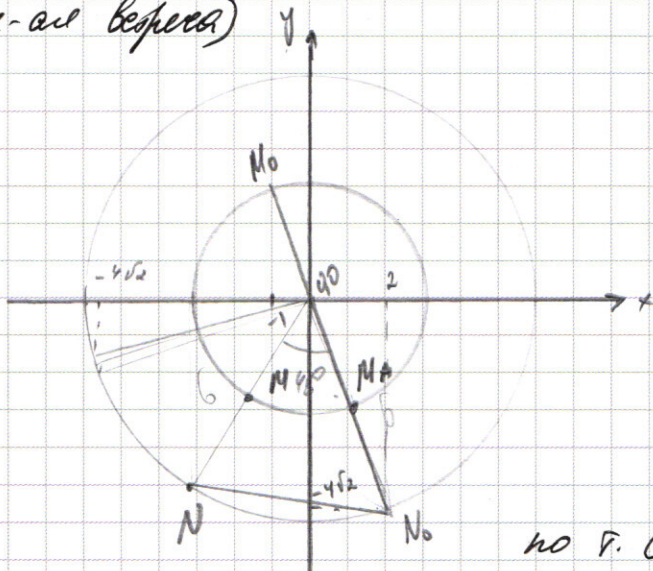
$MN - \min$ , при  $\cos \angle MON = \max$ ,  $\Rightarrow \cos \angle MON = 1 \Rightarrow \angle MON = 0$ .

$\angle MON = 0$ , ~~при этом караси и пещерки не встречаются~~

$$\omega_k - \omega_n = 4 \omega_n.$$



(1-ая версия)



$$\angle M_0 O M = 45^\circ \quad \angle N_0 O N = 45^\circ$$

$$\angle N_0 O N + \angle N_0 O M_0 = \angle N O M_0$$

$$\angle N_0 O N + 180^\circ = \angle N O M_0$$

$$(\angle N O M_0 = \angle M O M_0)$$

$\Downarrow$

$$4 \angle N_0 O N = 180^\circ$$

$$\angle N_0 O N = 45^\circ$$

по f. cos:

$$M_0 M = \sqrt{36 + 36 - 2 \cdot 36 \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{72 - 72 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{72 \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})} = 6 \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$$x^2 + y^2 = 6$$

$$\Delta y^2 + \Delta x^2 = 72 \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$(2 - N_x)^2 + (-4\sqrt{2} - \sqrt{6 - N_x^2})^2 = 72 \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$4 - 4\sqrt{2}N_x + N_x^2 + 32 - 8\sqrt{2}\sqrt{6 - N_x^2} + 6 - N_x^2 = 72 \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$42 - 4N_x - 8\sqrt{2}\sqrt{6 - N_x^2} = 72 \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$42 - 4N_x - 8\sqrt{2}\sqrt{6 - N_x^2} = 72 - \frac{72}{\sqrt{2}}$$

$$-30 + \frac{72}{\sqrt{2}} - 4N_x = 8\sqrt{2}\sqrt{6 - N_x^2}$$

$$\frac{72\sqrt{2} - 60}{2} - 4N_x = 8\sqrt{2}\sqrt{6 - N_x^2}$$

$$\left(\frac{72\sqrt{2} - 60}{2}\right)^2 =$$

$$M_0 M^2$$

$$M_0 M^2 = 9 + 9 - 18 \cdot \cos 45^\circ = 18 \cdot (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$M_0 M^2 = 9 + 9 - 18 \cdot \cos 45^\circ = 18 \cdot (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$18 \cdot (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = (1 - N_x)^2 + (-2\sqrt{2} - N_y)^2$$

$$18 - \frac{18}{\sqrt{2}} = 1 - 2\sqrt{2}N_x + 3 - N_y^2 - 4\sqrt{2}N_y + N_y^2$$

в ссз. фаз карав и некарв "вспомогательные", когда

$$M = \frac{1 - 2\sqrt{2}}{2}$$

$$N = 1 - 2\sqrt{2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AB = 2r \cdot \sin 45^\circ = 2 \cdot 13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 13\sqrt{2}.$$

пусть  $\omega_3$  - окружность ок  $\triangle AFB$ .

$$\omega_3 \cap \omega_2 = A, B, \text{ так } A, B \in \omega_2.$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2r_1$$

$$\frac{AB}{\sin \angle AFB} = 2r_2$$

$$\angle ADB = \angle AFB = 45^\circ$$

$$\Rightarrow r_1 = r_2 \Rightarrow$$

$\omega_3$  - совпадает с  $\omega_1$ ,

т.к.  $A, B \in \omega_1$ .

$$F \in \omega_1.$$

$$\angle FBC = 90^\circ \Rightarrow FC - \text{диаметр } FC = 2r = 26.$$

д). по теореме косинусов в  $\triangle ABC$ :

$$169 \cdot 2 = 100 + AC^2 - 20 \cdot AC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$238 = AC^2 - 10\sqrt{2}AC.$$

$$D = 800 + 4 \cdot 238 = 1152 = (24\sqrt{2})^2.$$

$$AC = \frac{10\sqrt{2} + 24\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}.$$

$$CF = 26$$

$$AC = 17\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} CF = 26 \\ AC = 17\sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow AF = \sqrt{676 - 578} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 119.$$

Ответ: ~~119~~ а). 26 б). 119.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5 + 5q + \dots + 5q^{2999} = 1 + q + 40q^2 + \dots + 40q^{2999}$$

$$\cancel{35 \cdot (q)} \quad 35 \cdot (q^{2999} + q^{2996} + q^{2993} + \dots + q^2) - 4 \cdot (1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \dots)$$

$$= 0 \quad q^3 -$$

$$35q^{2009} - 4q^{2008} - 4q^{2007} + 35q^{2006} - 4q^{2005} - 4q^{2004} + 35q^{2003}$$
$$+ 35q^2 - 4q - 4 = 0.$$

$$q^{1997} \cdot (35q^2 - 4q - 4) + q^{1994} \cdot (35q^2 - 4q - 4) = 0$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0 \quad \text{oder} \quad q^{1997} + q^{1994} = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 35.4 = 16.36 = (4.6)^2$$

исвори, т.к.  $g > 0$ .

$$g = \frac{4 + 24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} \quad (0.4)$$

$$X = \frac{1 + 3q + \dots + 3q^{1999}}{1 + q + q^2 + \dots + q^{1999}}$$

~~$1 + xq + xq^2 + xq^{2909}$~~

$$X = Xq + Xq' + \dots + Xq^{299} = 1 + 3q + q^2 + 3q^3 + \dots + 3q^{299}$$

$$\cancel{x} \cdot (3-x) \cdot q^{1999} + q^{1998} \cdot (1-x) + q^{1997} \cdot (3-x) + q^{1996} \cdot (1-x) + \dots + q^1 \cdot (1-x) + q \cdot (3-x) + 1-x = 0.$$

$$q^{2998} \cdot ((3-x) \cdot q + 1-x) + q^{2996} \cdot (q \cdot (3-x) + 1-x) + \dots + 1-x + q \cdot (3-x) \cdot 0$$

$$q^{2998} + q^{2996} + \dots + 0 \Rightarrow (3-x) \cdot q + 1-x = 0$$

$$2 - 1,4x = 0$$

2 2 2 1, 4x

$$x = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\delta}: t - t^2$$

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2r$$

$$t - t^2 - \frac{1}{2} = 0$$

$$V = \frac{AB}{2 \sin K}$$

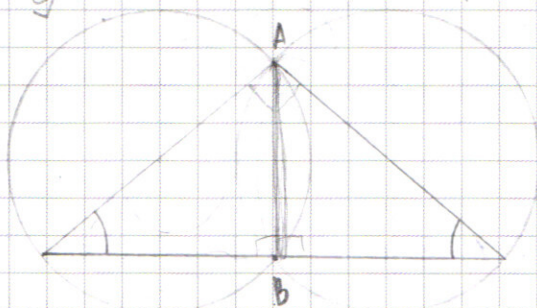
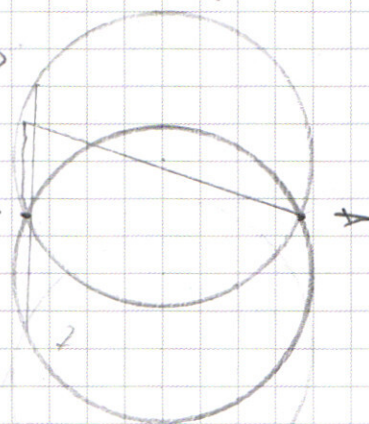
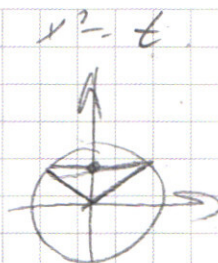
$$D = 1 + \frac{4}{2} = \frac{12}{2} = \frac{3}{2}$$

$$t = \frac{1 + \sqrt{\frac{3}{2}}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{\frac{5}{2}}}{2} = \frac{8}{9}$$

$$1.6 = 9 + 3\sqrt{\frac{3}{2}}$$

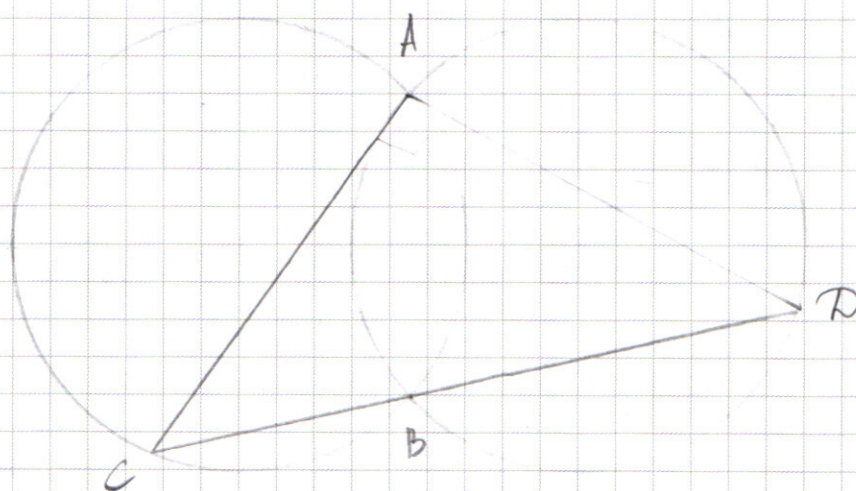
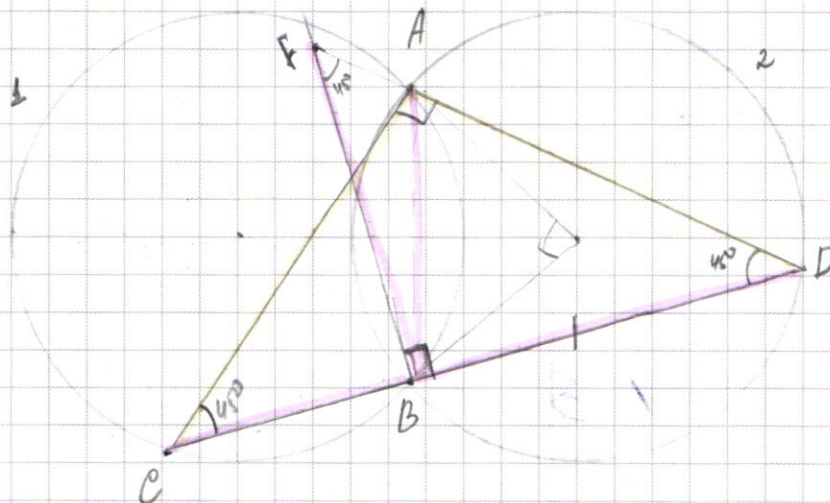
$$9\sqrt{\frac{3}{2}}$$



AF-26

$$A \in \mathbb{R}^n$$
$$AC_2 = 13\sqrt{2}$$
$$AC = AD = 13\sqrt{2}$$
$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

AB. 1111



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

абсолютно

$$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 1$$

$$4900 = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 25 = 7 \cdot 7 \cdot 100 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

1)  $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$  [2 2 5 5 7 7 1 1]

2 единицы:  $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$  [1 2 5 7]

$$\frac{24 \cdot 24}{2} = 12 \cdot 24 = 144 \cdot 2 = 288 \cdot 2 = 576$$

$$2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 7 = 70$$

$$3360 \cdot 2 = 6720$$

2) 3 единицы: 4 5 5 7 7 1 1 1

8: 3 3 3 3 3 3 3 3

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$$

$$\frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{40320}{16} = 2520$$

$$2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 2520$$

$$11 \cdot 2 = 22$$

$$2520 + 3360 = 5880$$

№ 2  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{1000}$

$$b_1 = b_1 \cdot q^0 \quad b_2 = b_1 \cdot q^1 \quad \dots \quad b_{1000} = b_1 \cdot q^{999}$$

$$3 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 96 \cdot 192 \cdot 384 \cdot 768 \cdot 1536 \cdot 3072 \cdot 6144 \cdot 12288 \cdot 24576 \cdot 49152 \cdot 98304 \cdot 196608 \cdot 393216 \cdot 786432 \cdot 1572864 \cdot 3145728 \cdot 6291456 \cdot 12582912 \cdot 25165824 \cdot 50331648 \cdot 100663296 \cdot 201326592 \cdot 402653184 \cdot 805306368 \cdot 1610612736 \cdot 3221225472 \cdot 6442450944 \cdot 12884901888 \cdot 25769803776 \cdot 51539607552 \cdot 103079215104 \cdot 206158430208 \cdot 412316860416 \cdot 824633720832 \cdot 1649267441664 \cdot 3298534883328 \cdot 6597069766656 \cdot 13194139533312 \cdot 26388279066624 \cdot 52776558133248 \cdot 105553116266496 \cdot 211106232532992 \cdot 422212465065984 \cdot 844424930131968 \cdot 1688849860263936 \cdot 3377699720527872 \cdot 6755399441055744 \cdot 13510798882111488 \cdot 27021597764222976 \cdot 54043195528445952 \cdot 108086391056891904 \cdot 216172782113783808 \cdot 432345564227567616 \cdot 864691128455135232 \cdot 1729382256910270464 \cdot 3458764513820540928 \cdot 6917529027641081856 \cdot 13835058055282163712 \cdot 27670116110564327424 \cdot 55340232221128654848 \cdot 110680464442257309696 \cdot 221360928884514619392 \cdot 442721857769029238784 \cdot 885443715538058477568 \cdot 1770887431076116955136 \cdot 3541774862152233910272 \cdot 7083549724304467820544 \cdot 14167099448608935641088 \cdot 28334198897217871282176 \cdot 56668397794435742564352 \cdot 113336795588871485128704 \cdot 226673591177742970257408 \cdot 453347182355485940514816 \cdot 906694364710971881029632 \cdot 1813388729421943762059264 \cdot 3626777458843887524118528 \cdot 7253554917687775048237056 \cdot 14507109835375550096474112 \cdot 29014219670751100192948224 \cdot 58028439341502200385896448 \cdot 116056878683004400771792896 \cdot 232113757366008801543585792 \cdot 464227514732017603087171584 \cdot 928455029464035206174343168 \cdot 1856910058928070412348686336 \cdot 3713820117856140824697372672 \cdot 7427640235712281649394745344 \cdot 14855280471424563298789490688 \cdot 29710560942849126597578981376 \cdot 59421121885698253195157962752 \cdot 118842243771396506390315925504 \cdot 237684487542793012780631851008 \cdot 475368975085586025561263702016 \cdot 950737950171172051122527404032 \cdot 1901475900342344102245054808064 \cdot 3802951800684688204490109616128 \cdot 7605903601369376408980219232256 \cdot 15211807202738752817960438464512 \cdot 30423614405477505635920876929024 \cdot 60847228810955011271841753858048 \cdot 121694457621910022543683507716096 \cdot 243388915243820045087367015432192 \cdot 486777830487640090174734030864384 \cdot 973555660975280180349468061728768 \cdot 1947111321950560360698936123457536 \cdot 3894222643901120721397872246915072 \cdot 7788445287802241442795744493830144 \cdot 15576890575604482885591488987660288 \cdot 31153781151208965771182977975320576 \cdot 62307562302417931542365955950641152 \cdot 124615124604835863084731911901282304 \cdot 249230249209671726169463823802564608 \cdot 498460498419343452338927647605129216 \cdot 996920996838686904677855295210258432 \cdot 1993841993677373809355710590420516864 \cdot 3987683987354747618711421180841033728 \cdot 7975367974709495237422842361682067456 \cdot 15950735949418990474845684723364134912 \cdot 31901471898837980949691369446728269824 \cdot 63802943797675961899382738893456539648 \cdot 127605887595351923798765477786913079296 \cdot 255211775190703847597530955573826158592 \cdot 510423550381407695195061911147652317184 \cdot 1020847100762815390390123822295304634368 \cdot 2041694201525630780780247644590609268736 \cdot 4083388403051261561560495289181218537472 \cdot 8166776806102523123120990578362437074944 \cdot 16333553612205046246241981156724874149888 \cdot 32667107224410092492483962313449748299776 \cdot 65334214448820184984967924626899496599552 \cdot 130668428897640369969935849253798993199104 \cdot 261336857795280739939871698507597986398208 \cdot 522673715590561479879743397015195972796416 \cdot 1045347431181122959759486794030391945592832 \cdot 2090694862362245919518973588060783891185664 \cdot 4181389724724491839037947176121567782371328 \cdot 8362779449448983678075894352243135564742656 \cdot 16725558898897967356151788704486271129485312 \cdot 33451117797795934712303577408972542258970624 \cdot 66902235595591869424607154817945084517941248 \cdot 133804471191183738849214309635890169035882496 \cdot 267608942382367477698428619271780338071764992 \cdot 535217884764734955396857238543560676143529984 \cdot 1070435769529469910793714477087121352287059968 \cdot 2140871539058939821587428954174242704574119936 \cdot 4281743078117879643174857908348485409148239872 \cdot 8563486156235759286349715816696970818296479744 \cdot 17126972312471518572699431633393941636592959488 \cdot 34253944624943037145398863266787883273185918976 \cdot 68507889249886074290797726533575766546371837952 \cdot 137015778499772148581595453067151533092743675904 \cdot 274031556999544297163190906134303066185487351808 \cdot 548063113999088594326381812268606132370974703616 \cdot 1096126227998177188652763624537212264741949407232 \cdot 2192252455996354377305527249074424529483898814464 \cdot 4384504911992708754611054498148849058967797628928 \cdot 8769009823985417509222108996297698117935595257856 \cdot 17538019647970835018444217992595396235871190515712 \cdot 35076039295941670036888435985190792471742381031424 \cdot 70152078591883340073776871970381584943484762062848 \cdot 140304157183766680147553743940763169886969524125696 \cdot 280608314367533360295107487881526339773939048251392 \cdot 561216628735066720590214975763052679547878096502784 \cdot 1122433257470133441180429951526105359095756193005568 \cdot 2244866514940266882360859903052210718191512386011136 \cdot 4489733029880533764721719806104421436383024772022272 \cdot 8979466059761067529443439612208842872766049544044544 \cdot 17958932119522135058886879224417685745532099088089088 \cdot 35917864239044270117773758448835371491064198176178176 \cdot 71835728478088540235547516897670742982128396352356352 \cdot 143671456956177080471095033795341485964256792704712704 \cdot 287342913912354160942190067590682971928513585409425408 \cdot 574685827824708321884380135181365943857027170818850816 \cdot 1149371655649416643768760270362731887714054341637701632 \cdot 2298743311298833287537520540725463775428108683275403264 \cdot 4597486622597666575075041081450927550856217366550806528 \cdot 9194973245195333150150082162901855101712434733101613056 \cdot 18389946490390666300300164325803710203424869466203226112 \cdot 36779892980781332600600328651607420406849738932406452224 \cdot 73559785961562665201200657303214840813699477864812904448 \cdot 147119571923125330402401314606429681627398955729625808896 \cdot 294239143846250660804802629212859363254797911459251617792 \cdot 588478287692501321609605258425718726509595822918503235584 \cdot 1176956575385002643219210516851437453019191645837006471168 \cdot 2353913150770005286438421033702874906038383291674012942336 \cdot 4707826301540010572876842067405749812076766583348025884672 \cdot 9415652603080021145753684134811499624153533166696051769344 \cdot 18831305206160042291507368269622999248307066333392103538688 \cdot 37662610412320084583014736539245998496614132666784207077376 \cdot 75325220824640169166029473078491996993228265333568414154752 \cdot 150650441649280338332058946156983993986456530667136828309504 \cdot 301300883298560676664117892313967987972913061334273656619008 \cdot 602601766597121353328235784627935975945826122668547313238016 \cdot 1205203533194242706656471569255871951891652245337094626476032 \cdot 2410407066388485413312943138511743903783304490674189252952064 \cdot 4820814132776970826625886277023487807566608981348378505904128 \cdot 9641628265553941653251772554046975615133217962696757011808256 \cdot 19283256531107883306503545108093951230266435925393514023616512 \cdot 38566513062215766613007090216187902460532871850787028047233024 \cdot 77133026124431533226014180432375804921065743701574056094466048 \cdot 154266052248863066452028360864751609842131487403148112188932096 \cdot 308532104497726132904056721729503219684262974806296224377864192 \cdot 617064208995452265808113443459006439368525949612592448755728384 \cdot 1234128417990904531616226886918012878737051899225184897511456768 \cdot 2468256835981809063232453773836025757474103798450369795022913536 \cdot 4936513671963618126464907547672051514948207596900739590045827072 \cdot 9873027343927236252929815095344103029896415193801479180091654144 \cdot 19746054687854472505859630190688206059792830387602958360183308288 \cdot 39492109375708945011719260381376412119585660775205916720366616576 \cdot 78984218751417890023438520762752824239171321550411833440733233152 \cdot 157968437502835780046877041525505648478342643100823666881466466304 \cdot 315936875005671560093754083051011296956685286201647333762932932608 \cdot 631873750011343120187508166102022593913370572403294667525865865216 \cdot 1263747500022686240375016332204045187826741144806589335051731730432 \cdot 2527495000045372480750032664408090375653482289613178670103463460864 \cdot 5054990000090744961500065328816180751306964579226357340206926921728 \cdot 10109980000181489923000130657632361502613929158452714680413853843456 \cdot 20219960000362979846000261315264723005227858316905429360827707686912 \cdot 40439920000725959692000522630529446010455716633810858721655415373824 \cdot 80879840001451919384001045261058892020911433267621717443310830747648 \cdot 161759680002903838768002090522117784041822866535243434886621661495296 \cdot 323519360005807677536004181044235568083645733070486869773243322990592 \cdot 647038720011615355072008362088471136167291466140973739546486645981184 \cdot 1294077440023230710144016724176942272334582932281947479092973291962368 \cdot 2588154880046461420288033448353884544669165864563894958185946583924736 \cdot 5176309760092922840576066896707769089338331729127789916371893167849472 \cdot 10352619520185845681152133793415538178676663458255579832743786335698944 \cdot 20705239040371691362304267586831076357353326916511159665487572671397888 \cdot 41410478080743382724608535173662152714706653833022319330975145342795776 \cdot 82820956161486765449217070347324305429413307666044638661950290685591552 \cdot 165641912322973530898434140694648610858826615332089277323900581371183104 \cdot 331283824645947061796868281389297221717653230664178554647801162742366208 \cdot 662567649291894123593736562778594443435306461328357109295602325484732416 \cdot 1325135298583788247187473125557188886870612922656714218591204650969464832 \cdot 2650270597167576494374946251114377773741225845313428437182409301938929664 \cdot 5300541194335152988749892502228755547482451690626856874364818603877859328 \cdot 10601082388670305977499785004457511094964903381253713748729637207755718656 \cdot 21202164777340611954999570008915022189929806762507427497459274415511437312 \cdot 42404329554681223909999140017830044379859613525014854994918548831022874624 \cdot 84808659109362447819998280035660088759719227050029709989837097662045749248 \cdot 169617318218724895639996560071320177519438454100059419979674195324091498496 \cdot 339234636437449791279993120142640355038876908200118839959348390648182996992 \cdot 678469272874899582559986240285280710077753816400237679918696781296365993984 \cdot 1356938545749799165119972480570561420155507632800475359837393562592731987968 \cdot 2713877091499598330239944961141122840311015265600950719674787125185463975936 \cdot 5427754182999196660479889922282245680622030531201901439349574250370927951872 \cdot 10855508365998393320959779844564491361244061062403802878699148500741855903744 \cdot 21711016731996786641919559689128982722488122124807605757398297001483711807488 \cdot 43422033463993573283839119378257965444976244249615211514796594002967423614976 \cdot 86844066927987146567678238756515930889952488499230423029593188$$

№6.

Дано:

$w_1 (O_1; r_1)$

$w_2 (O_2; r_2)$

$r_1 = r_2 = 13$ .

$w_1 \cap w_2 = A, B$ .

$C \in w_1; D \in w_2$

$B \in [CD]; \angle CAD = 90^\circ$

$BF \perp CD; BF = BD$

Найти:  $BF$

Решение:  $\triangle AB \sin \angle ACB = \frac{AB}{2r_1}$

$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{2r_2}$$

$$r_1 = r_2$$

$$\Rightarrow \sin \angle ACB = \sin \angle ADB$$

$$(\angle C, \angle D < 90^\circ) \angle ACB = \angle ADB$$

$\triangle ADC$

$$\angle A = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle D$$

$$\Rightarrow \angle C = \angle D = 45^\circ \Rightarrow \triangle ACD - \text{п/о}$$

~~$BF$  - перпендикуляр  $AC = AD \Rightarrow \sin \angle ABC = \sin \angle ABD$~~

~~$AB$~~  по теореме синусов:  ~~$AB$~~   $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2 \cdot r = 26$ .

$$AB = 26 \cdot \sin 45^\circ = \frac{26}{\sqrt{2}}$$



☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6

(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13.  $5\sqrt{2}$ .  $2\sqrt{2} = 10 \cdot 2 = 20$   $x = 6$

$$\left( \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$x = -10$

$$\frac{2x + 20}{4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$x = 1 \pm \sqrt{13}$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$x = \frac{-6 \pm 14}{2} = 4 \quad x = -10$$

~~$(2x + 20)$~~   $2(x + 10) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x - 4)(x + 10) \cdot 4\sqrt{2}$

1) Если  $x = -10$ :  $x^3 + 6x - 40 = 0$ .  $\frac{-10}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = -\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} = 0$

~~24~~  $x = -10$

2)  $\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x - 4) \cdot 2\sqrt{2} = 2(x^2 - 4x + 16)$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$6^3 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 216 - 288 + 72 = 0$$

|   |    |     |     |
|---|----|-----|-----|
| 1 | -8 | 0   | 72  |
|   | 6  | -12 | -72 |
| 6 | 1  | -2  | -12 |
|   |    |     | 0   |

$$(x - 6) \cdot (x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 48 + 4 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$x_1 = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$x_3 = 1 + \sqrt{13}$$

$$x_4 = 1 - \sqrt{13}$$

Ответ:

14.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ \hline 696 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ \times 156 \\ \hline 696 \end{array}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

1)  $x \geq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 8 + 4 = 64 - 40 - 36 + 12 = 76 - 26 = 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\begin{array}{cccccc} 4 & -5 & -9 & +4 & 4 & \\ & 8 & 6 & -6 & -4 & \\ 2 & 4 & 3 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(4x^3 + 3x^2 - 3x - 2) \geq 0$$

$$-\frac{1}{2}; -\frac{4}{8} + \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 2 =$$

$$-2; 4 \cdot (-3) + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 2 =$$

$$\begin{array}{r} 1152 \overline{) 288} \\ 35 \\ -32 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$288 \cdot 4 =$$

$$\begin{array}{r} 288 \overline{) 22} \\ -28 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \\ 238 \\ \times 4 \\ \hline 952 + 200 = 1152 \end{array}$$

$$1152 = 72 \cdot 16 =$$

$$\pm 8; \pm 2; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{4}$$

$$2 \cdot 36 \cdot 16$$

$$v = \omega r$$

$$KAPAC$$

$$1 + 8 = 9$$

$$4 + 32 = 36$$

$$перекр$$

$$U_c = 2,5 V_n$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega_1 = \frac{2,5 V_n}{3} = \frac{5}{6} V_n$$

$$\omega_2 = \frac{V_n}{6} = \frac{V_n}{6}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} = \sin \alpha$$

$$\sin 30^\circ = 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \sin x \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \sin x \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{4}{4^2} = \frac{1}{4^2}$$

$$\frac{1}{2} = 4 \sin^2 x \cdot (1 - \sin^2 x)$$

$$\frac{1}{8} = \sin^2 x - \sin^4 x$$

15.

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{3}$$

$$\sin \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

$$\tan \alpha = 2\sqrt{2}$$

$$\omega_3 = 5\omega$$

$$-\frac{1}{3} =$$

$$\cos 2$$

$$\sin 45^\circ = 2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$$