

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

Наборы цифр, которыми можно получить в произведении 700 - это $\{2, 2, 5, 5, 7\}$ и $\{4, 5, 5, 7\}$ (не включая единицы)

(10, 14 и др. числа, получающиеся путём перемножения каких-то чисел из $\{2, 2, 5, 5, 7\}$ - не подходят, т.к. они не явл. цифрами)

Тогда цифры искомого 8значного числа - это I $\{1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7\}$ или II $\{1, 1, 1, 4, 5, 5, 7\}$

I. Чтобы посчитать кол-во чисел с такими наборами цифр, мы можем воспользоваться след. рассуждением:

на первое место мы можем поставить любую из 8ми цифр. на второе - любую из 7ми. Таким образом, у нас получится $8!$ таких чисел, однако, так как в следствии повтора цифр в наборах, некоторые числа были посчитаны несколько раз.

Дадим повторяющимся цифрам индексы: $\{1_1, 1_2, 1_3, 2_1, 2_2, 5_1, 5_2, 7\}$. Так как, что частота n_i к примеру числа $\underline{1_1} 2_1 2_2 \underline{1_2} 1_3 5_1 5_2 7$ и $\underline{1_2} 2_1 2_2 \underline{1_1} 1_3 5_1 5_2 7$ - равны.

Если все оставшиеся цифры у двух чисел
сравни, то у нас есть 3! вариантов
расстановки единицы в оставшиеся,

Для заданного числа с цифрами
из I набора, есть 3! вариантов расста-
вить индекс единицам. (Для первого
места - выбор из 3-х, для 2-го - из 2-х и для 3-го - из 1)

Примеры:

$1_1 1_2 1_3 2 2 5 5 7$
$1_1 1_3 1_2 2 2 5 5 7$
$1_2 1_1 1_3 2 2 5 5 7$
$1_2 1_3 1_1 2 2 5 5 7$
$1_3 1_1 1_2 2 2 5 5 7$
$1_3 1_2 1_1 2 2 5 5 7$

Помимо этого есть 2! вариантов расста-
вить индексы двойкам и пятёркам 2! вар-
иантами.

И.е. для каждого числа есть $3! \cdot 2! \cdot 2! = 6 \cdot 4 = 24$
вариантов расстановки индексов. Значит
"расстановок" в 24 раза больше самих чисел.
Заметим, что ранее мы посчитали именно
"расстановки" и получили $8!$. Значит,
всего чисел с набором цифр I —

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 210 \cdot 8 = 1680$$

Аналогично для II набора цифр.

4! вар. - расставим единицы

2! вар. - расставим пятёрки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Всего таких чисел $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 =$
 $= 7 \cdot 120 = 840$

каждое
Сложим числа с каждой цифрой I и II, и получим
некоторое количество всех 8-ми значных
чисел с 7-ми цифрами - $700 \cdot (840 + 1680) = 1720 + 800 = 2520$
 Ответ: 2520

и 2
 $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{3000} = \sum_{i=1}^{3000} b_i = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S,$

где $b_2 = b_1 q$, $b_3 = b_1 q^2$ и т.д.; $q > 0$, т.к. все члены прогр.
положительны

$$b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots + 50b_{3000} = S + 49(b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}) =$$

$$= S + \left(\sum_{i=1}^{1000} b_{3i} \right) \cdot 49 = 10S$$

$$49 \sum_{i=1}^{1000} b_{3i} = 9S$$

$$\frac{49 \cdot b_1 q^2 (q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = 9S$$

$$\frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{9 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \quad \left| \begin{array}{l} b_1 > 0 \\ q > 0 \\ q \neq 1 \text{ из-за того, что все члены прогр.} \end{array} \right.$$

$$\frac{49 q^2}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{9}{q-1};$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 9 \cdot 40}}{2 \cdot 40}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 43 \\ \hline 1440 \\ + 81 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 39 \\ \hline 351 \\ + 144 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\left[q = \frac{9+39}{80} \right.$$

$$\left. q = \frac{9-39}{80} \right] \Leftrightarrow$$

$$\left[q = \frac{48}{80} = 0,6 \right.$$

$$\left. q = -\frac{3}{8} \right]$$

- не подходит, т.к. $q > 0$

$$b_1 + 2b_2 + b_3 + \dots + 2b_{3000} = S + \sum_{i=1}^{1500} b_{2i} = ?$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{1500} b_{2i}}{S} = \frac{\sum_{i=1}^{1500} b_{2i}}{\sum_{i=1}^{3000} b_i} = \frac{b_1 q (q^{2 \cdot 1500} - 1) (q - 1)}{(q^2 - 1) b_1 (q^{3000} - 1)} = \frac{q(q-1)}{q^2 - 1} =$$

$$= \frac{q}{q+1} = \frac{0,6}{1,6} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$b_1 + 2b_2 + b_3 + \dots + 2b_{3000} = 1,375S$$

Отв: S увеличивается в 1,375 раз

$$\sim 3 \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{2} (x+6) - \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6) \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$y = x^3 - 4x + 80; y(-6) = -216 + 24 + 80 = -112 < 0$$

$$\Downarrow \\ x \neq -6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 8x + 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 < 0 \\ x \in \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \end{cases}$$

Схема Горнера:

	1	-2	-20	48
5	1	3	-5	23
4	1	2	-12	0

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & x^2 + 2x - 12 \\ \hline -2x^2 - 20x & \\ -2x^2 - 8x & \\ \hline -12x + 48 & \\ -12x + 48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} (x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0 \\ x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{cases}$$

$$(x-4) \vee x=4$$

$$\begin{cases} x = -1 + \sqrt{13} > 0 \\ x = -1 - \sqrt{13} < -1 - \sqrt{9} = -4 \\ x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} x=4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \\ x(x-2)(x+2) + 80 \geq 0 \end{cases}$$

$$4^3 - 16 + 80 = 64 - 16 + 80 = 128 > 0$$

$$-1 + \sqrt{13} > -1 + 3 = 2; \Rightarrow (-1 + \sqrt{13})(-1 + \sqrt{13} - 2)(-1 + \sqrt{13} + 2) > 0$$

↓

$$\leftarrow (-1 + \sqrt{13})(-1 + \sqrt{13} - 2)(-1 + \sqrt{13} + 2) + 80 \geq 0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\text{Реш: } -1 + \sqrt{13}; 4$$

$$\sim 4 \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\overset{x < 2}{2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0}$$

Схема Горнера:

2	3	-5	-4	4
-2	2	-1	-3	2

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 & x+2 \\ \hline 2x^4 + 4x^3 & 2x^3 - x^2 \\ \hline -x^3 - 5x^2 & -3x + 2 \\ \hline -x^3 - 2x^2 & \\ \hline -3x^2 - 4x & \\ \hline -3x^2 - 6x & 2x + 4 \\ \hline 2x + 4 & 2x + 4 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$$

Схема Горнера:

2	-1	-3	2
1	2	1	-2

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - x^2 - 3x + 2 & x-1 \\ \hline 2x^3 - 2x^2 & 2x^2 + x - 2 \\ \hline x^2 - 3x & \\ \hline x^2 - x & \\ \hline -2x + 2 & \\ \hline -2x + 2 & 0 \end{array}$$

$$D = 1 + 16$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ (x+2)(2x^3 - x^2 - 3x + 2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ (2x^4 - 3x^3) + (7x^2 - 4x) + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ ((x+2)(x-1)(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4})(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4})) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ (2x^4 - 3x^3) + (7x^2 - 4x) + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{2x^4}{x^3} \geq \frac{3x^3}{x^3}$$

Получилим вилу м-лу:

$$2x^4 \geq 3x^3 \text{ на } [2; +\infty)$$

$$\frac{2x^4}{x^3} \geq \frac{3x^3}{x^3} \Rightarrow 2x^4 - 3x^3 > 0 \text{ на } [2; +\infty)$$

$$7x^2 \geq 4x \text{ на } [2; +\infty)$$

$$7x > 4$$

$$x \in \mathbb{R} \quad x > \frac{4}{7} = 7 \quad 7x^2 - 4x > 0 \text{ на } [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2x^4 - 3x^3) + (7x^2 - 4x) + 4 \geq 0 \text{ на } [2; +\infty)$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ (x+2)(x-1)(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4})(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}) \geq 0 \end{cases} \text{ Нельзя интервалов}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ -\frac{1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq -\frac{1+\sqrt{17}}{4} \\ 1 \leq x < 2 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$$

15

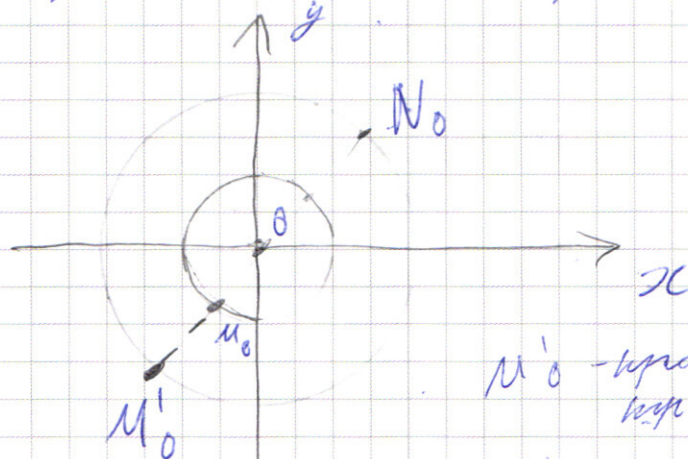
Можно и вика как на короч.
опр-хх.

$$\rho(M_0; 0) = r = \sqrt{4+28} = 4\sqrt{2}$$

$$\rho(N_0; 0) = R = \sqrt{25+25 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{\omega_M}{\omega_N} = \frac{V_M \cdot R}{V_N \cdot r} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5$$

Угл. скорость вращения в 5 рад/с
 больше.



M'_0 - проекция M на
 нр-ю N

$$M'_0 = \left(-2 \cdot \frac{R}{r}; -2\sqrt{7} \cdot \frac{R}{r} \right) = (-5; -5\sqrt{7}) = 7$$

M'_0 макс-л ~~век~~ макс-но нр-ю N

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sim y \begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (x-8)^2 + (y-6)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$2y-12=12;$$

$$\begin{cases} y-6-x < 0 \\ y-6+x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ 0 \leq y < 12 \end{cases}$$

$$-2x=12$$

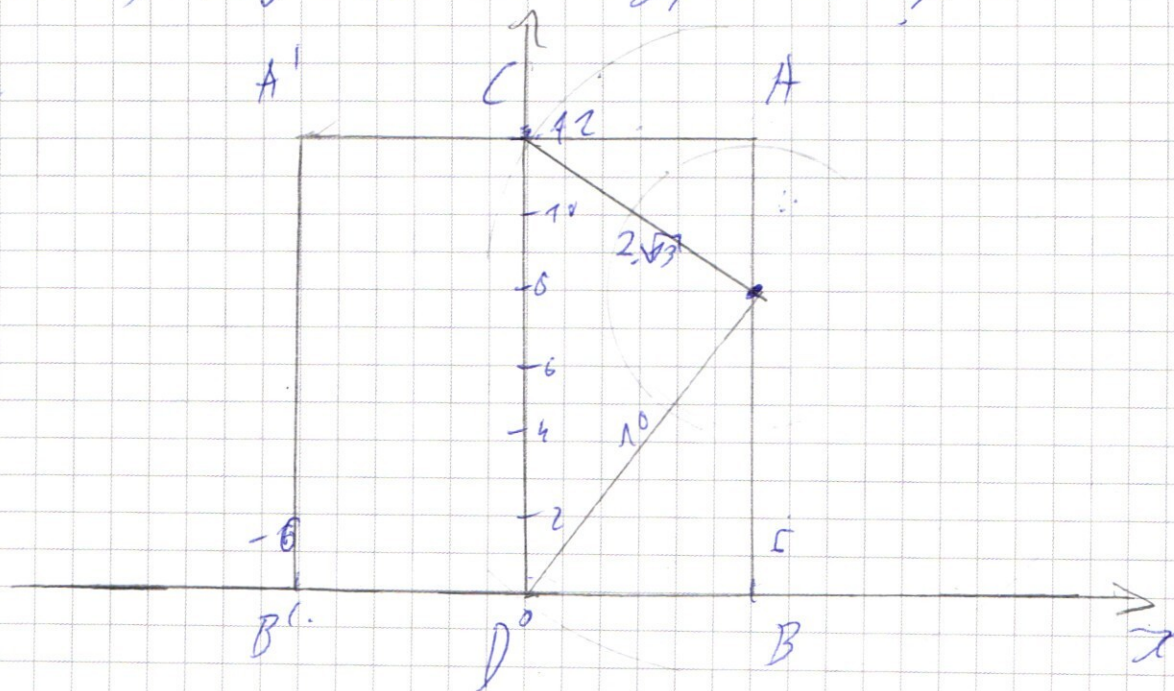
$$\begin{cases} y-6-x \leq 0 \\ y-6+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y < 12 \\ x=6 \end{cases}$$

$$2x=12$$

$$\begin{cases} y-6-x \leq 0 \\ y-6+x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < x \leq 6 \\ y=0 \end{cases}$$

$$12-2y=12$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 4 \text{ - окружность}$$



Визначте, як змінюється температура при зміні швидкості руху тіла.

8 I m-ma. - karo m-ma kpa. c
y-m. p. (-8, 6)

2) для $\alpha = 0.52$ $m_{\text{пр-я}}$ в сч ра. АВ.

Будем $n = 2$ (и на $A'B'$ с аналогичными). 64

3/ для α : $5.2 < \alpha \leq \pi$ все будет
м. пер-я пол. AB (и на $A'B'$)

4) Que: $89 \leq \alpha < 100$ Sgdem m. $\text{ref} \rightarrow \alpha$
mol. $\text{D} \text{BD}$ (u ka B'D).

5) ~~для~~ $\alpha \geq 100$ в. пер. и пер.

2.2 $a = 100$ $\mu\text{g/cm}^2$ ar.
nep α o β .

30.10.2020: $\frac{1}{2} \text{DL} \rightarrow$ Kromogras uprazumne
+ voda xcl.

11. Пусть $\alpha \leq 52$ — число 2-х верш.-
на AB, AC (и на $A'B',$ и на $A'C'$)

$$5200 < a < 7000$$

Orbital: (52, 100)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

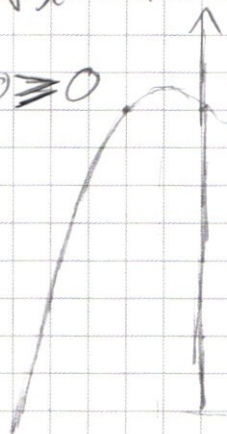
$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$(x+5)^2 - 1 = (x+4)(x+6)$$

$$-125 + 20 + 80$$

$$-54 - 16 + 80$$



$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$$

$$y = x^3 - 4x + 80$$

$$y(-6) = -216 + 24 + 80 = -112$$

или

$$x \neq -6$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x+4 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$(x-4)(x+1+\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13}) \neq 0$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \\ x = -1 - \sqrt{13} < -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 & & & \\ \hline x^3 - 4x^2 & & & & \\ \hline 2x^2 - 20x & & & & \\ -2x^2 - 8x & & & & \\ \hline -12x + 48 & & & & \\ -12x + 48 & & & & \\ \hline 0 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} x^2 + 2x - 12 & & & \\ 1 & -2 & -20 & 48 \\ 5 & 1 & 3 & -5 \\ 4 & 1 & 2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$2 < -1 + \sqrt{13} < 3$$

$$x(x^2 - 2)(x+2) + 80$$

☒ черновик

☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$2 + 6 + 18 = 26$$

$$2 + 4 + 8 = 14$$

$$2 \cdot (3^3 - 1) = 26$$

$$2 \cdot (2^3 - 1) = 14$$

$$\frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$700 = 100 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S$$

$$\sum_{i=1}^{3000} b_i = S = \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\sum_{i=1}^{2000} b_i + \sum_{i=1}^{1000} b_{3i} \cdot 49 = 10S$$

$$\sum_{i=1}^{1000} b_{3i} \cdot 49 = 9S$$

$$\frac{b q^2 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \cdot 49 = 9S$$

$$\sum_{i=1}^{1500} b_{2i} = \frac{b q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} - ?$$

$$\sum_{i=1}^{1500} b_{2i} = \frac{b q (q^{3000} - 1) (q - 1)}{(q^2 - 1) b (q^{3000} - 1)}$$

$$= \frac{q(q-1)}{q^2-1} = \frac{q}{q+1} = \frac{0,6}{1,6} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$\sum_{i=1}^{1500} b_{2i} + \sum_{i=1}^{3000} b_i = 1,375S$$

Усл. в 1,375 раз.

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

$$1 \ 2 \ 5 \ 7$$

$$1 \ 2 \ 5$$

$$1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} \times 210 \\ 8 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot C_4^2 \cdot 2 \cdot C_2^2}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 1680$$

$$\begin{array}{r} 1688 \\ + 1680 \\ \hline 3368 \end{array}$$

$$\frac{b q^2 (q^{3000} - 1)}{(q^3 - 1)} \cdot 49 = 9 \cdot \frac{b (q^{3000} - 1)}{(q - 1)}$$

$$\frac{49 q^2}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{9}{(q-1)}$$

$$49 q^2 = 9 q^2 + 9 q + 9$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 36 \cdot 40}}{80}$$

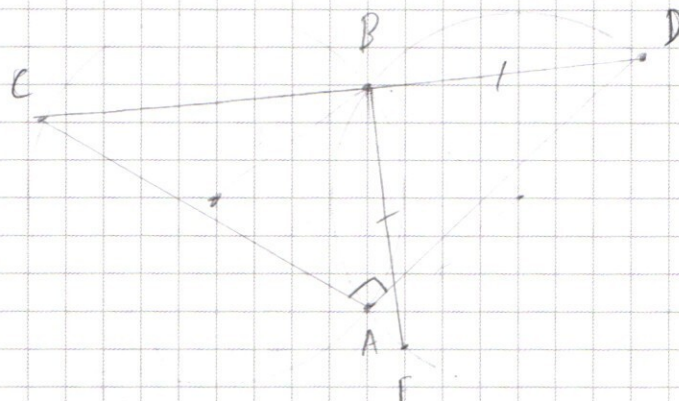
$$q = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q = \frac{48}{80} = \frac{24}{40} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$q = -\frac{3}{8} = -0,375 - \text{не подходит}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 40 \\ \hline 1440 \\ + 81 \\ \hline 1521 \\ \times 39 \\ 59 \\ \hline 351 \\ + 111 \\ \hline 1521 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~ 4

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$$

$$2y-12=12 \quad y=12 \quad -6 \leq x \leq 6$$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \leq 0 \end{cases}$$

$$-2x=12 \quad x=-6 \quad 0 \leq y < 12$$

$$\begin{cases} y-6-x < 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$$

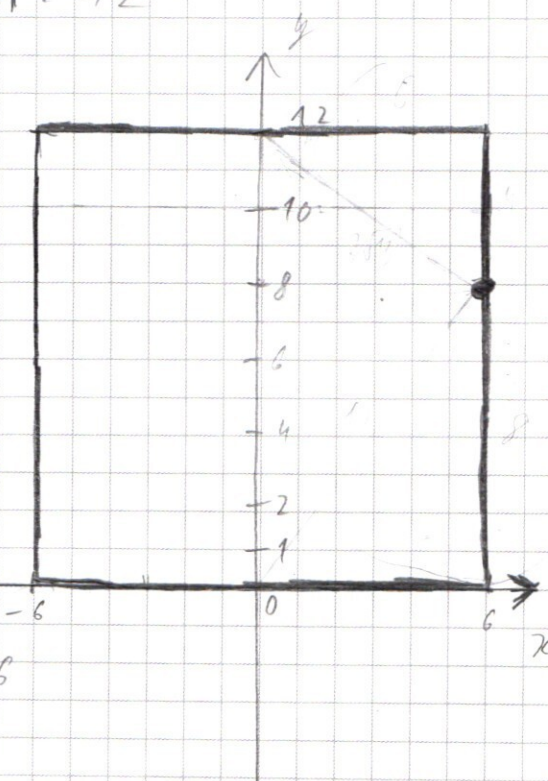
$$\begin{cases} y-6-x < 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$$

$$2x=12 \quad x=6 \quad 0 \leq y < 12$$

$$\begin{cases} y-6-x < 0 \\ y-6+x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-x < 0 \\ y-6+x < 0 \end{cases}$$

$$12-2y=12 \quad y=0 \quad -6 < x < 6$$



$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot -3 + 7 \cdot -4 + 4 \\ 5 \cdot 2 \cdot -7 \cdot 80 \cdot -11 \cdot 3,5 \\ 5 \cdot 2 \cdot +7 \cdot 42 \cdot 20 \\ 9/4 \cdot 2 \cdot -2,5 \cdot 5,75 \end{array}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ (x-1)(x+2)(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4})(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}) \geq 0 \end{cases}$$

$$2 \cdot 3 \cdot -5 \cdot -4 \cdot 4$$

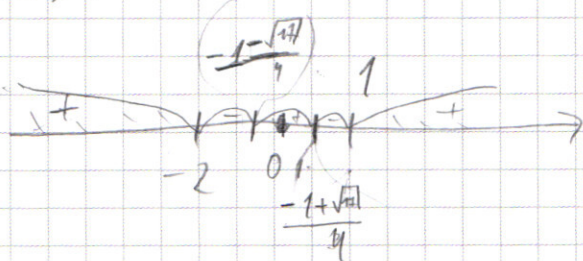
$$-2 \cdot 2 \cdot -1 \cdot -3 \cdot -2 \cdot 4$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \quad | \quad x+2$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 4x^3 \\ -x^3 - 5x^2 \\ -x^3 - 2x^2 \\ -3x^2 - 4x \\ -3x^2 - 6x \\ 2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 3x + 2 \quad | \quad x-1 \\ 2x^3 - 2x^2 \\ x^2 - 3x \\ -x^2 - x \\ -2x + 2 \\ -2x + 2 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x \leq -2 \\ -\frac{1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq -\frac{1+\sqrt{17}}{4} \\ 2 \geq x \geq 1 \end{cases}$$



$$D_{\text{обл}}: (-\infty; -2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$$

~5

$$\rho(M_0; 0) = \sqrt{4 + 28} = 4\sqrt{2}$$

$$\rho(N_0; 0) = \sqrt{25 + 25 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7^2 + 49 \cdot 2} = \sqrt{7^2 + 98}$$

$$\sqrt{3^2 + 9 \cdot 2}$$

$$\min \rho(M, N) = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{T_M}{2} \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{W_M}{W_N} = \frac{V_{M0} V_{M1}}{V_{N0} V_{N1}} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5$$

