

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

У1 $4900 = 7^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2$

среди цифр — только 7: 7 и ни одна не делится на 7^2 , тогда
в числе есть ^{ровно} 2 семерки. Аналогично есть ровно 2 пятёрки (либо нет
нулей, либо их произвед. — 0). И либо есть ровно 2 двойки и остальные
единицы, либо есть ровно одна четвёрка и ост. единицы.

Чисел с двумя двойками: $\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{7!}{2} = 2520$

(либо C_8^2 поставить 7-ки, C_6^2 на ост. места 5-ки и
 C_4^2 — двойки)

Аналогично чисел с четвёркой $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4} \cdot 4 = 1680$

Ответ: 4200 чисел

У2 Пусть a_i — член прогрессии — k ($k > 0$ либо все числа — положительные)
тогда $a_i = a_1 \cdot k^{i-1}$ (а если $k=0$ то сумма либо не увелич.
ды, либо увелич. в неопред. раз)

Из условия $39 \sum_{i=0}^{999} a_1 k^{3i} \cdot a_1 k^2 = 5S - S = 4S$, то есть $a_1 \sum_{i=0}^{999} k^{3i} = \frac{4S}{39 a_1 k^2}$

но $S = \left(\sum_{i=0}^{999} k^{3i} \right) a_1 + a_1 k \sum_{i=0}^{999} k^{3i} + a_1 k^2 \sum_{i=0}^{999} k^{3i}$ или

$S = \frac{4S}{39} \left(1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k} \right) \Rightarrow 39k^2 = 4k^2 + 4k + 4 \Leftrightarrow 35k^2 - 4k - 4 = 0$

$k = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 35}}{35} = \frac{2 \pm 12}{35}$, но раз $k > 0$, то $k = \frac{2}{5} = 0,4$

Тогда, раз $(1+k)a_1 \sum_{i=0}^{1499} k^{2i} = S$, тогда $k a_1 \sum_{i=1}^{1499} k^{2i} = \frac{2}{7} S$ и

$2k a_1 \sum_{i=1}^{1499} k^{2i} = \frac{4}{7} S$, это есть увелич. суммы всех чётных.

тогда сумма увеличится в $\frac{\frac{4}{7}S + S}{S} = \frac{11}{7}$ раз

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

54

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

a) $x \geq -2$

$$4x^4 - 5x^3 + 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

~~$$(x-1)(4x^3 - 5x^2 + 4x + 4) \geq 0$$~~

~~$$(x-1)(4x^3 - x^2 - 10x - 6) \geq 0$$~~

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2) \left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right) \left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8} \right) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

используя условие $x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$

b) $x \leq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x^2 + 4x \\ x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

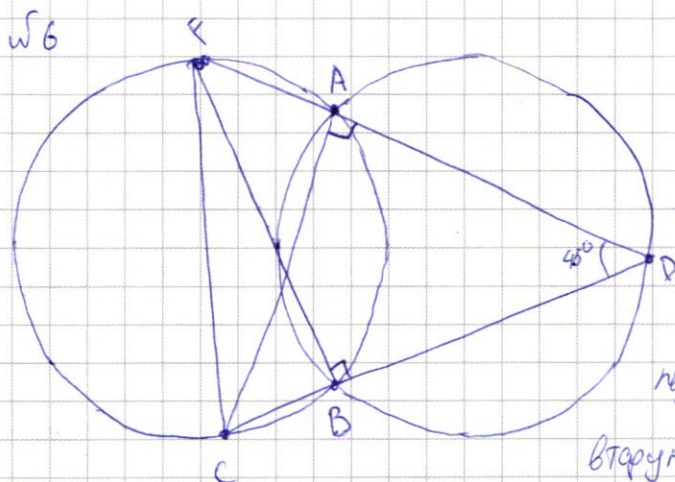
или $x \geq 2$ $4x^3(4x-5) + x(11x+4) + 4 = 0$

при $x \geq 2$ каждый из-ль больше нуля, тогда больше нуля и все произвед., тогда и сумма больше 0, неравенство будет выполняться на всех $x \in (-\infty; 2]$

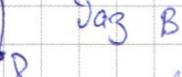
Ответ: ~~$x \in (-\infty; 2]$~~

$$(-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА


$$BF = BD \Rightarrow \triangle BFD - \text{pobitrode gyp.} \Rightarrow \angle BDF = \angle DFB$$

$\angle FBD = 90^\circ$, ~~da~~ Tang $\angle BDF = 45^\circ = \angle DFB$


 Связь β с α , то образ точки C
 при поворотной гомографии $M_A^{\alpha, \beta}$
 переводит первую окр-ть во
 вторую. (с центром в A)

Из $\angle CAD = 90^\circ$, то $\alpha = 90^\circ$. Из радиусы ок-тей равны, то коэфф. поворота $k = 1$ (либо $k = -1$, а поворот на -90° , не имеет значения). Тогда $AC \rightarrow AD \Rightarrow AD = kAC \Rightarrow AD = AC$, значит ACD - равнобедр. $\triangle$. Так, тогда $\angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$. Из Аи F по одну сторону от CD и $\angle CDA = \angle CDF$, то F, A, D - коллинеарны.

Значит, $\angle CAF = 90^\circ$ (так как $\angle ACB$, и $\angle CAF = 180^\circ - \angle ACB$, вместо 90°)

Но CF опираются $\angle FAC = \angle FBC = 90^\circ$, Тогда $ABCF$ - коциклически и CF диаметр этой окр-ти. Тогда F центр ии первой ок-ти и $CF = 2R = 26$

Задача 103. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC и высотой AD известно, что $AD = 10$. Найти длину отрезка BD .

Тогда $BD = CB + BF = 34$. По Т. Пифагора (гипотенуза $AD = AC$) имеем
 $2AD^2 = CD^2 \Rightarrow AD^2 = \sqrt{2} \cdot 17$.

Аналогично, $DF = \sqrt{2 \cdot BD^2} = 24\sqrt{2}$.

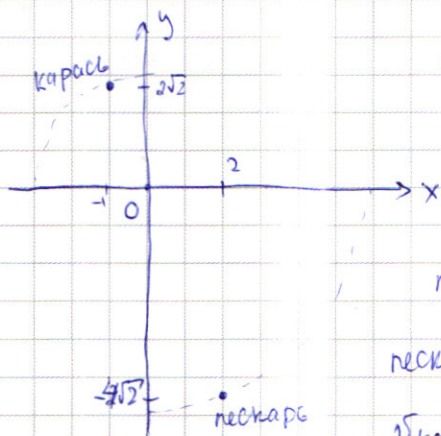
Из $DF > DA$, то A на отрезке

DF, рисунок выше правильной (раньше я его не использовал(a)).

$$AF = DF - AD = 7\sqrt{2}. \quad S_{ACF} = AF \cdot AC \cdot \frac{1}{2} = 7 \cdot 17 = 119.$$

Answer: $CF = 26$; $S_{ACF} = 119$

55



Пусть $R = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$

Заметим, что изначально ~~карась и пескарь~~

~~летят~~ начало координат летит на отрезке,

соед. положительных карася и пескаря,

приним от 0 до карася в 2 раза больше чем до

пескаря (карась летает по ок-ти с рад. R , пескарь - $2R$)

$v_{кар} = 2,5 v_{пес}$; тогда (при $\omega = \frac{v}{R}$) $\omega_k = 5 \omega_n$ где

$v_{кар}$, $v_{пес}$ - скорости карася и пескаря соотв, ω_k и ω_n - угловые скорости карася и пескаря соотв.

Тогда угол между полост. кар. и пес. меняется со скоростью $\omega = \omega_k - \omega_n = 4\omega_n$

Расстояние между пес. и кар. наименьшее, когда кар.

летит на отр. от (0;0) до полож. песк. (угол между ними - 0)

Тогда первое ~~встреча~~ Такие расположения произойдёт, когда песк.

пройдёт $\frac{1}{8}$ оборота и повторится каждые его $\frac{1}{4}$ оборота:

$\frac{\pi}{4} - 4\omega_n t \equiv 0 \pmod{2\pi} \Leftrightarrow \omega_n t \equiv \frac{\pi}{4} \pmod{\pi/2}$, тогда карася летит

на одной из прямых $y=x$ и $y=-x$. Положения карася из т. Митрополита

(здесь, что $R=3$): $(\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; \sqrt{3}), (\sqrt{3}; -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

(получено, решая системы $\begin{cases} y=x \\ x^2+y^2=3 \end{cases}$ и $\begin{cases} y=-x \\ y^2+x^2=3 \end{cases}$)

Ответ: $(\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; \sqrt{3}), (\sqrt{3}; -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 & (1) \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

из (1): $a > 0$ (если $a = 0$, то $x = y = 0$)

$$(y+x+8) + (y-x+8) = 16 \quad \text{и оба слагаемых больше 0} \quad (5)$$

$$(y+x+8) - (y-x+8) = 16 \quad \text{и } (y+x+8) \geq 0 \wedge (y-x+8) \leq 0 \quad (6)$$

$$(y+x+8) + (y-x+8) = -16 \quad \text{и оба слагаемых меньше 0} \quad (7)$$

$$(y+x+8) - (y-x+8) = -16 \quad \text{и } (y+x+8) \leq 0 \wedge (y-x+8) \geq 0 \quad (8)$$

~~(5) - тогда $y = 0$~~

$$(|x|-15)^2 = a - 64$$

$$\begin{cases} |x|-15 = \sqrt{a-64} \\ |x|-15 = -\sqrt{a-64} \end{cases}$$

при $a \leq 49$

при $a = 64$

и $a - 49 \neq 49 - a$ имеем 3 случая решения

имеем два решения: 15 и -15

откуда $a \geq 64$

$$\begin{cases} |x| = a - 49 \\ |x| = 49 - a \end{cases}$$

раз $a - 49 \geq 15$, то
есть хотя бы 2 решения.
 $a - 49$ и $49 - a$

(5) Тогда $y = 0$, а $|x| \leq 8$

$$(|x|-15)^2 = a - 64 \quad \text{откуда } a \geq 64$$

раз $|x| \leq 8$, то $|x|-15 \leq -7$

$$|x|-15 = -\sqrt{a-64}$$

$$|x|-15 = -\sqrt{a-64} \Leftrightarrow |x| = 15 - \sqrt{a-64}$$

для $7 \leq \sqrt{a-64} < 15$ -
всего 2 решения

53

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

а) $x+10=0$. $x=-10$, тогда под корнем $-1000+640+200 < 0$, $x=-10 \notin \mathbb{D}$

б) $x \neq -10$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$\Leftrightarrow x \geq -4$$

Тогда $x \geq -4$ и:

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-3)(x^2-5x+24)=0$$

$$\left(\frac{1}{2}x-3\right)y = \frac{1}{2}x$$

$$(y-3)(y^2-y-3)=0$$

$$y_1=3; y_{2,3}=\frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$y_1 \in \mathbb{D}; \frac{1-\sqrt{13}}{2} \in \mathbb{D}; \frac{1+\sqrt{13}}{2} \in \mathbb{D}$$

$$x_1=6; x_2=\frac{1-\sqrt{13}}{2}; x_3=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{D} \quad x_1, x_2 \in \mathbb{D} \quad x_3 \in \mathbb{D}$$

$$\text{Ответ: } 3/2, \frac{1-\sqrt{13}}{4}, \frac{1+\sqrt{13}}{4}$$

$$\text{Ответ: } 6, 1-\sqrt{13}, 1+\sqrt{13}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$4x^3 - 9x^2 + 4 = 0$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{27}{2} - \frac{81}{4} + 4 = 0$$

$$54 - 81 + 16 = 0$$

8.2

$$4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$4x^3 - 9x^2 + 4 = 0$$

$$(x-2)(4x^2 - x - 2)$$

~~8.2~~

$$\frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$\frac{5}{8}$$

4

~~8.2~~

$$4 + 1 - 4$$

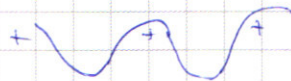
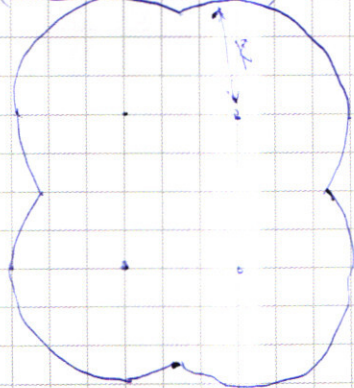
$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = 0$$

~~8.2~~

$$4x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 4x + 4$$

$$x^3(4x-5) + 4x(11x-4) + 4 = 0$$

$$(|x|-15)(|x|-15)$$

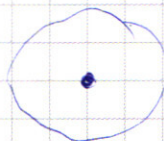


~~8.2~~

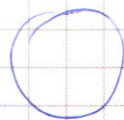
$$\exists x (\exists y [(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9])$$



8



15



~~8.2~~

$$x = 8$$

$$|16+y| + |y|$$

$$y < 0$$

$$-1$$

$$15 + 1 = 16$$

$$y+x+8$$

$$y-x+8$$

$$|x+y+8| = 0$$

$$|x+y| = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4900 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$ $4 + 1 - 4 - 5$ $12 \cdot 24 \cdot 567$
 7755 $4 // 202$ $5 \cdot 8$ $5(x^2 | x+2)$
 $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ $(x^2 + 1x + 2)^2$
 $\frac{7 \cdot 8}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 + \frac{7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2}$ $36 + 210$ $9 + 40$ $100 - 60 - 40$
 $2S = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}$ 276 7^2
 $2S = b_1 k^2 (1 + k^3 + k^6 + \dots + k^{2997})$ $4 - 10$ $(x-4)(x+10)$
 $4S = 39 b_1 k^2 (1 + k^3 + \dots + k^{2997})$ $\frac{4S}{39} (1 + k + k^2) = S$ $4x^3 - 9x^2 + 4x = 0$
 $a_3 a_5 k^3$ $4(1 + k + k^2) = 39$ $4x^2 - 9x + 4 = 0$
 $a_5 k^6$ $4k^2 + 4k - 35 = 0$ $4x^2 + 4x - \frac{1}{2} = 0$
 $a_3 k^9$ $k = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 35}}{4} = -\frac{1}{2} \pm \frac{12}{4} = -\frac{1}{2} \pm 3$ $-\frac{3}{4} - \frac{9}{4} + 4$
 $(1+k)a_1 (1+k^3+k^6+\dots+k^{2997}) = S$ $k > 0 \Rightarrow k = \frac{7}{2}$
 $(1+\frac{7}{2})a_1 Q = S$ $(x+5)(x+8)$ $200 - 63$ 185
 $\frac{9}{2} a_1 Q = S$ $125 - 320 + 200$
 $\frac{7}{2} a_1 Q = S \frac{7}{9}$ $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$
 $ka_1 Q = S \frac{1}{9}$ $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$
 $2ka_1 Q = S \frac{14}{9}$ $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$
 $S' = S(1 + \frac{14}{9}) = S \cdot \frac{23}{9}$ $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$
 $(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4x) \geq 0$ $(x-1)(4x^3 - x^2 - 90x)$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$y+x=8$$

$$|z+8| + |t+8| = 16$$

$$y = -16$$

$$x = 1$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}$$

$$64 \quad 200 \quad 2 \quad 8$$

$$x^2 - 8x - 128 = 192$$

$$39 \quad 24 - 192 + 200$$

$$-64 \cdot 3 + 200$$

$$125 - 10 \cdot 32 + 200$$

$$325 - 320$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$(x+y)(-x+y) < 0$$

$$x-y=0$$

$$\begin{cases} y+x < 0 \\ y-x < 0 \end{cases}$$

$$-32$$

$$(y+x) = -(y-x)$$

$$y+x+y-x=0$$

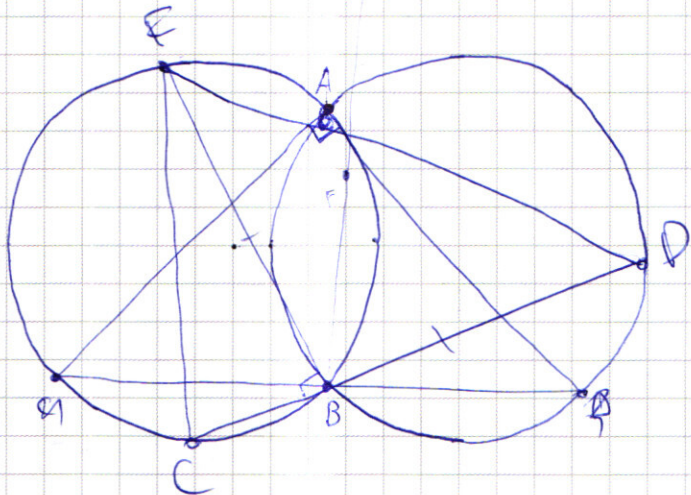
$$y=0$$

$$|x+8| + |x-8| = 16$$

$$y+x = -8$$

$$y-x = -24$$

$$y = -16 \quad x =$$

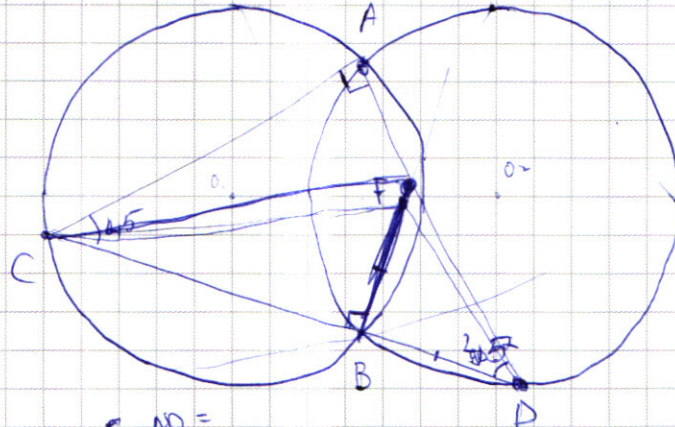


$$(x-15)^2 + 64 = a$$

$$(x-15)^2 = a - 64 \Rightarrow a \geq 64$$

$$|x-15| = \pm(a-64)$$

$$\begin{cases} a = 64 \\ |x-15| = 0 \\ x = \pm 15 \end{cases}$$



$$AB = \sqrt{2} R$$

AC, BO, - диаметр

$$AC = AD$$

$$FE = AD$$

CF - диаметр

$$\begin{cases} |x| = a - 64 + 15 \\ |x| = 64 + 15 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = a - 49 \\ |x| = 49 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 49 \\ a - 49 = 49 - a \\ 2a = 98 \\ a = 49 \end{cases}$$

$$18$$

$$5+7$$

$$18$$

$$BC = 10 \quad CF = 26$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = 2 \cdot 12 = 24$$

$$AF = DF - AD = 24\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot 17 = 7\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{2} \cdot AC = 7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2} = 238$$

$$-2 \cdot 7 \cdot 17 = -119$$

$$70 + 49$$

$$119$$

$$170 + 40 + 28$$

$$140 - 21$$

$$AC = \sqrt{2} \cdot 17$$

$$AB^2 = 2 \cdot 17^2 + 2 \cdot 7^2$$

$$2 \cdot 13^2 = 49 + 17^2$$

$$2 \cdot 169 = 49 + 289 = 169 + 169$$

$$240$$

$$170 + 70 + 49$$

$$289$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_1 = 2.5v_2$
 $2v_1 = 5v_2$
 $d_1 = 2\pi R$
 $d_2 = 4\pi R$
 $\omega = \frac{v}{R}$
 $\omega_1 = \frac{2.5v_2}{R}$
 $\omega_2 = \frac{v_2}{2R}$
 $\omega_1 = 5\omega_2$
 $\frac{x}{2} = 1$
 $y = \frac{x}{2}$
 $y^3 - 16y + 25 = (2y-4)^2$
 $y^3 - 4y^2 + 9 = 0$
 $x(x^2 - 64) = 200$
 $= 8x^2 - 64x - 72 = 0$
 $-8(x^2 - 8x - 9)$
 $8x^2 - 72$
 $8(x^2 - 9) - x^3 = 0$
 $(y-3)(y^2 - y + 1) = 0$
 $|a| + |b| = c$
 $a+b=c$
 $a-b=c$
 $b-a=c$
 $-a-b=c$
 $a>0; b<0$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$8y^3 - 32y^2 + 72 = 0$$

$$y^3 - 4y^2 + 9 = 0$$

$$(y-3)(y^2-y-3)$$

$$\frac{1}{2}x - 3$$

$$1 - 3$$

$$(y-3)(y+1) = y^2 - 3y + y$$

$$1 \pm \sqrt{1+8}$$

$$9 - 6 \pm 2 + 200$$

$$200 - \frac{5}{2} \cdot 64 \quad 5 \cdot 32$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 > 0$$

$$x \geq -2 : 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$(x-1)(4x^3 - x^2 + 4) \geq 0$$

$$\frac{27}{8} - 2 \cdot 9 + 72 = 0 \quad +x^2 \quad (-10x^2)$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 9$$

$$\frac{x}{2} = 3$$

$$x = 6$$

$$y = 3$$

$$2y = 6$$

$$-27 +$$

$$3,5(13,25 - 64) + 200$$

$$-50$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{4}$$

$$4x^3 - 9x^2 + 4 = 0$$

$$\frac{20 \cdot 27}{11} - 9 \cdot \frac{9}{4} + 16 = 0$$

$$54 + 16$$

$$90$$

$$-81$$

$$5 \cdot 25 \cdot \frac{125}{16} - \frac{9 \cdot 25}{16} = \frac{70 \cdot 25}{16} - \frac{9 \cdot 25}{16} = \frac{61 \cdot 25}{16} = \frac{1525}{16}$$

$$\frac{27}{8} - 64 \cdot 32 \cdot 3 + 200$$

$$96$$

$$104$$

$$27 - 104 \cdot 8 = -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{27}{16} - \frac{9}{16} + 4$$

$$\frac{1}{36}$$

$$4x^3 - x^2 + 1$$

$$8x^3 - 2x^2 + 1$$

$$16x^3 - 4x^2 + 2$$

$$2(2x)^3$$

$$\frac{3}{2}$$

$$-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{27}{8} + 64 \cdot 3 + 200$$

$$\frac{5}{2}$$

$$-\frac{125}{8} - 64 \cdot 5 + 200$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$4x^3 - x^2 + 4$$

$$-4 - 1 + 4$$

$$4x^2(x-1) + 4$$

$$4(x^2(x-1) + 1)$$

$$< 3,5$$

$$5 \quad 125 - 320 + 200$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 = (1 + \sqrt{13})^3$$

$$\sqrt{13}$$

$$1300$$

$$300$$

$$3500$$

$$150 + 25$$

$$175$$

$$1325$$

$$4(16-9) + 4$$

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{125}{4} - \frac{9 \cdot 25}{16} + 4 = 0$$