МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$|8-6-x| + |8-6+x| = 12$

$|2-x| + |2+x| = 12$

$x=6,\ y=8$

$|7-6-6| + |8-6+6|$

$|6-6-6| + |6-6+6|$

$|7-6-6| + |7-6+6|$

$|5-6-6| + |5-6+6| =$

$= |-7| + |5|$

$196 + 36 = 232$

$232 : 4 = 58$

$58 : 2 = 29$

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

Разложим $x^2+10x+24$ на многочлены:

$D=100-4\cdot24=100-96=4$

$$x_{1,2}=\frac{-10\pm2}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-6\\x_2=-4\end{array}\right.\Rightarrow x^2+10x+24=(x+6)(x+4)$$

Тогда:

$$\left(\frac{x+3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)\ \Big|\cdot\sqrt{2}>0$$

$$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+6)(x+4)$$

Если $x=-6$, то $x^3-4x+80=-216+80+24=-112<0\Rightarrow$ нельзя, т.к. корень не определён. Тогда можно сократить:

$$\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+4)\ \Big|^2 \quad \begin{array}{l}(x+4)>0!\\x^3-4x+80>0\end{array}\rightarrow \text{О.Д.З}$$

$\cancel{x^3-4x+80=2(x^2+8x+16)}$

$\cancel{x^3-4x+80=2x^2+16x+32}$

$\cancel{x^3-2x^2-20x+448=0}$

$$x^3-4x+80=2(x+4)^2$$

~~Исследуем, что 4 является корнем левой части уравнения~~

$$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

Заметим, что 4 является корнем*. Тогда:

$*\ 4^3-2\cdot4^2-20\cdot4+48=64-32-80+48=0$

(См. оборот)

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \cline{2-2}
x^3-4x^2 & x^2+2x-12 \\ \cline{1-1}
2x^2-20x+48 & \\
2x^2-8x & \\ \cline{1-1}
-12x+48 & \\
-12x+48 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$D=4+4\cdot 12=4+48=52$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm 2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$

То есть:

$\cancel{(4+4)}$ $4+4=8>0$

$4^3-4\cdot 4+80\geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=4 \text{ – подходит по ОДЗ} \\ x_2=-1+\sqrt{13} \text{ – подходит по ОДЗ} \\ x_3=-1-\sqrt{13} \text{ – не подходит, т.к. } -1-\underbrace{\sqrt{13}}_{<-3}+4<0 \end{array}\right.$$

Итог: $x_1=4$, $x_2=-1+\sqrt{13}$

№4.

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

① $x\geq 2$

$2x^4+x^2-4x-3x^2(x-2)+4\geq 0$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4\geq 0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$x^3(2x-3)+4x(2x-3)-x^2+8x+4\geq 0$

$(2x-3)x(x^2+4)-x^2+8x-4+8\geq 0$

$(2x-3)x(x^2+4)-(x^2+4)+8x+8\geq 0$

$(2x^2-3x-1)(x^2+4)+8x+8\geq 0$

Рассмотрим множитель

$2x^2-3x-1$.

(продолж. на след. стр.)

② $x<2$

$2x^4+x^2-4x-3x^2(2-x)+4\geq 0$

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4\geq 0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

$x^3(2x+3)-2x(2x+3)-x^2+2x+4\geq 0$

$x(2x+3)(x^2-2)-x^2+2x+4\geq 0$

$x(2x+3)(x^2-2)-(x^2-2)+2x+2\geq 0$

$(x^2-2)(2x^2+3x-1)+2(x+1)\geq 0$

$(x^2-2)\,2\left(x-\frac{-3-\sqrt{17}}{4}\right)\left(x-\frac{-3+\sqrt{17}}{4}\right)+2(x+1)\geq 0$

$2\left((x^2-2)(x^2+1{,}5x-0{,}5)+x+1\right)\geq 0$

Заметим, что $x=1$ является корнем $(2+3-5-4+4=0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолж.)

① $2x^2-3x-1$. Разложим на множители:

$D = 9+4\cdot 2 = 17$

$x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{17}}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{4} \\ x_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$

Это парабола с ветвями вверх $\Rightarrow$ при $x \in \left[\frac{3-\sqrt{17}}{4}; \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right]$ значение ≤ 0. По ОДЗ $x \geq 2$

$\frac{3+\sqrt{17}}{4} \vee 2$

$3+\sqrt{17} \vee 8$

$3+\sqrt{17} < 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 > \frac{3+\sqrt{17}}{4} \Rightarrow$ при всех $x \geq 2$ значение >0. Тогда и всё выражение >0 при всех $x \geq 2$

Итог: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

$$\begin{array}{r|l} 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 & x-1 \\ \hline 2x^4-2x^3 & 2x^3+5x^2-4 \\ -5x^3-5x^2-4x+4 & \\ 5x^3-5x^2 & \\ -4x+4 & \\ -4x+4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4) \geq 0$

Заметим, что -2 - корень $-2x^3+5x^2-4$

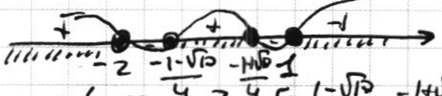
$$\begin{array}{r|l} 2x^3+5x^2-4 & x+2 \\ \hline 2x^3+4x^2 & 2x^2+x-2 \\ x^2-4 & \\ x^2+2x & \\ -2x-4 & \\ -2x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$

$2x^2+x-2$: $\quad -2 < \frac{-1-\sqrt{17}}{4} < -1$

$D = 1+16 = 17$

$x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{4} \Rightarrow (x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\cdot\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$



$x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$

№1

Разложим 700 на простые множители:

$700 = 7\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5$.

Т.к. цифр 8, всего может быть 2 варианта

1) Составляем из 7, двух 2, двух 5 и трёх 1

2) Составляем из 7, 4, двух 5 и четырёх 1.

В первом случае:

1) 7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1

Место для 7 можно выбрать 8 способами. Для 5 – $\frac{7\cdot6}{2!}$ (т.к. неважен порядок). Для 2 – $\frac{5\cdot4}{2!}$, Для 1 – $\frac{3\cdot2\cdot1}{3!}$. Итого:

$$\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot\cancel{3\cdot2\cdot1}}{2!\cdot2!\cdot\cancel{3!}} = 8\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2$$

2) 7, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1. Аналогично п. 1 выбираем для 7 – 8 способами, для 4 – 7 способами, для 5 – $\frac{6\cdot5}{2!}$ (т.к. неважен порядок), для 1 – $\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{4!}=1$. Итог:

$$\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot\cancel{4\cdot3\cdot2\cdot1}}{2!\cdot\cancel{4!}} = 8\cdot7\cdot5\cdot3$$

Сложим 2 варианта:

$8\cdot7\cdot5\cdot3+8\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2 = 8\cdot7\cdot5\cdot3\cdot3 = 56\cdot45 = 2520$ способов $\Rightarrow$ 2520 чисел.

№2.

Сама прогрессия:

$a,\ ax,\ ax^2,\ ax^3 \ldots ax^{2999}$

Найдем ее сумму:

$$a+ax+ax^2+\ldots+ax^{2999} = a\,\frac{x^{3000}-1}{x-1}$$

Когда каждый третий увеличим в 50 раз:

$a,\ ax,\ 50ax^2,\ ax^3, \ldots 50ax^{2999}$

Сумма:

$$a(x+1)(1+x^3+x^6+\ldots+x^{2997}) + 50ax^2(1+x^3+x^6+\ldots+x^{2997}) = 10S$$

$1+x^3+x^6+\ldots+x^{2997}$ – геометрическая прогрессия. Ее сумма равна:

$$1+x^3+x^6+\ldots+x^{2997} = \frac{x^{3000}-1}{x^3-1}$$

$$a(50x^2+x+1)\,\frac{x^{3000}-1}{x^3-1} = 10S = 10a\,\frac{x^{3000}-1}{x-1}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолж.)

$$\cancel{a}(\overset{50}{x^2}+x+1)\frac{\cancel{x^{3000}-1}}{x^3-1}=10\cancel{a}\frac{\cancel{x^{3000}-1}}{x-1}$$

$$\frac{50x^2+x+1}{x^2+x+1}=10$$

$$50x^2+x+1=10x^2+10x+10$$

$$40x^2-9x-9=0$$

$$D=81+160\cdot 9=1521=9(9+160)=9\cdot 169=(3\cdot 13)^2=(39)^2$$

$$x_{1,2}=\frac{9\pm 39}{80}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{-30}{80}=-\frac{3}{8}\text{ — невозможно, } x>0\\ x_2=\frac{48}{80}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0{,}6\end{array}\right.$$

— ~~раз~~ то, во сколько раз возрастает след. член прогрессии.

Рассмотрим случай, когда все на чётных местах удвоили:

$a,\ 2ax,\ ax^2,\ 2ax^3\ldots$

$$a(1+x^2+x^4+\ldots+x^{2998})+2ax(1+x^2+x^4+\ldots+x^{2998})=S\cdot y$$

изменения S.

$$1+x^2+x^4+\ldots+x^{2998}=\frac{x^{3000}-1}{x^2-1}$$

$$\cancel{a}\left(\frac{\cancel{x^{3000}-1}}{x^2-1}\right)(2x+1)=y\cdot\cancel{a}\cdot\frac{\cancel{x^{3000}-1}}{x-1}$$

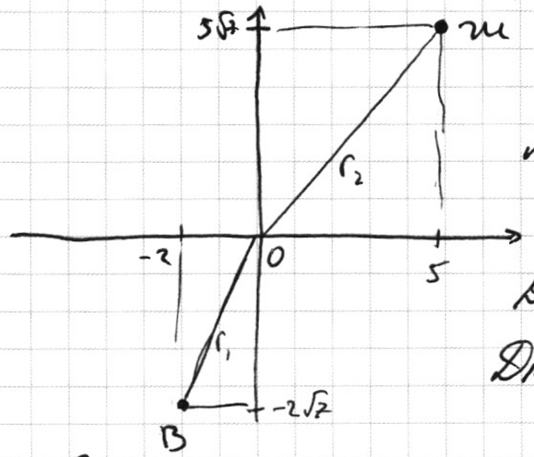
$$\frac{2x+1}{x+1}=y$$

$$x=0{,}6\Rightarrow y=\frac{1{,}2+1}{1{,}6}=\frac{2{,}2}{1{,}6}=\frac{22}{10}\cdot\frac{10}{16}=\frac{22}{16}=\boxed{\frac{11}{8}}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №5 (Нумеровать только чистовики)

№5



Найдём радиусы окружностей, по которым скользят жук и водомерка. По т. Пифагора:

Для жука: $\sqrt{(5\sqrt7)^2+5^2}=\sqrt{25+25\cdot7}=10\sqrt2$

Для водомерки: $\sqrt{2^2+(2\sqrt7)^2}=\sqrt{4+4\cdot7}=4\sqrt2$

Водомерка движется в 2 раза быстрее. Пусть её скорость $=2v$, если у жука v.

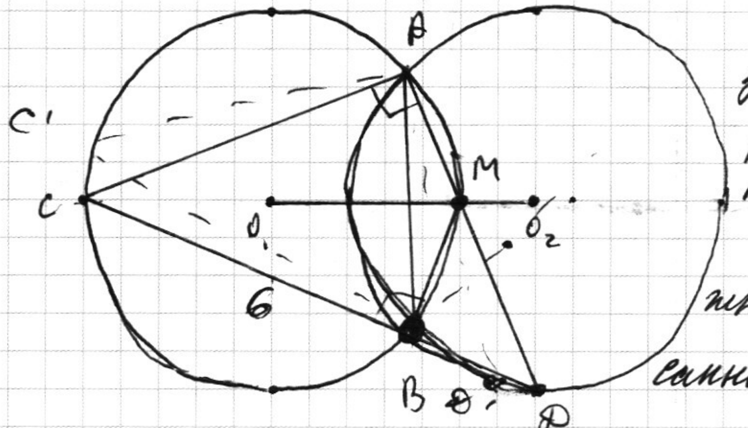
Расстояние между ними кратчайшее, если все 3 точки лежат на 1 прямой с O. Наименьшее возможное расстояние — разность радиусов. $10\sqrt2-4\sqrt2=\boxed{6\sqrt2}$

~~Пусть в какой-то момент времени у жука координаты (x,y). Тогда у водомерки —~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

а) Рассмотрим частный случай (см. рис.)

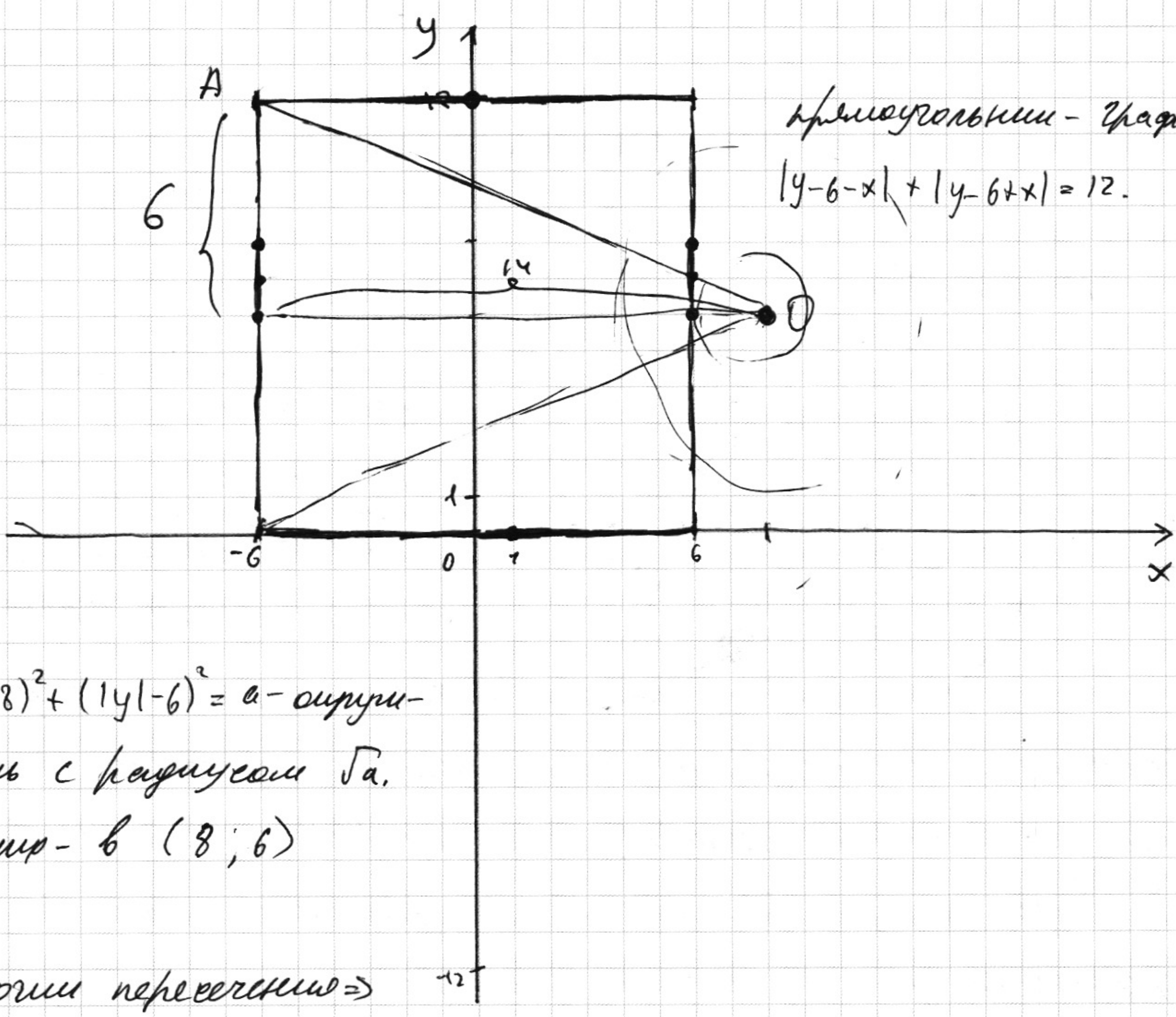


Во-первых можно доказать, что всегда перпендикуляр из B с AD ~~пер~~ пересекаются на окружности (т.к. ч/у $CAMB$ - вписанный). В нашем случае картинка симметрична относительно пересечения радикальной оси с линией центров, поэтому BDM - р/б. $\Rightarrow M$ совпадает с F. Тогда отрезок $CF = 2R = 10$. При движении точки D по окружности угол A жестко фиксирован, поэтому перпендикуляр „отклоняется" на такой же угол, как и изменена угла в $\triangle CAD$. Т.о., ~~длина~~ углы в $\triangle CFB$ при движении постоянны $\Rightarrow$ постоянна и длина CF

б) Как уже было сказано, $S_\triangle$ не меняется. Известно, что $CF = 10$, $CB = 6$, $\angle CBF = 90°$. Несложно найти FB:

$FB = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$. Тогда $S_\triangle = \frac{FB \cdot CB}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$.

№7.



прямоугольник — график $|y-6-x|+|y-6+x|=12$.

$(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$ — окружность с радиусом $\sqrt{a}$.

Центр — в $(8;6)$

2 точки пересечения $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $R>2$ (при $R\le 2$ 0 или касание) и $R\le OA$.

Найдем OA по т. Пифагора:

$OA=\sqrt{14^2+6^2}=\sqrt{196+36}=\sqrt{232}=4\sqrt{58}$

Тогда: ~~R~~

$2<R\le 4\sqrt{58}$

$2<\sqrt{a}\le 4\sqrt{58}$ $\uparrow^2$

$4<a\le 232$

$a\in(4;232]$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

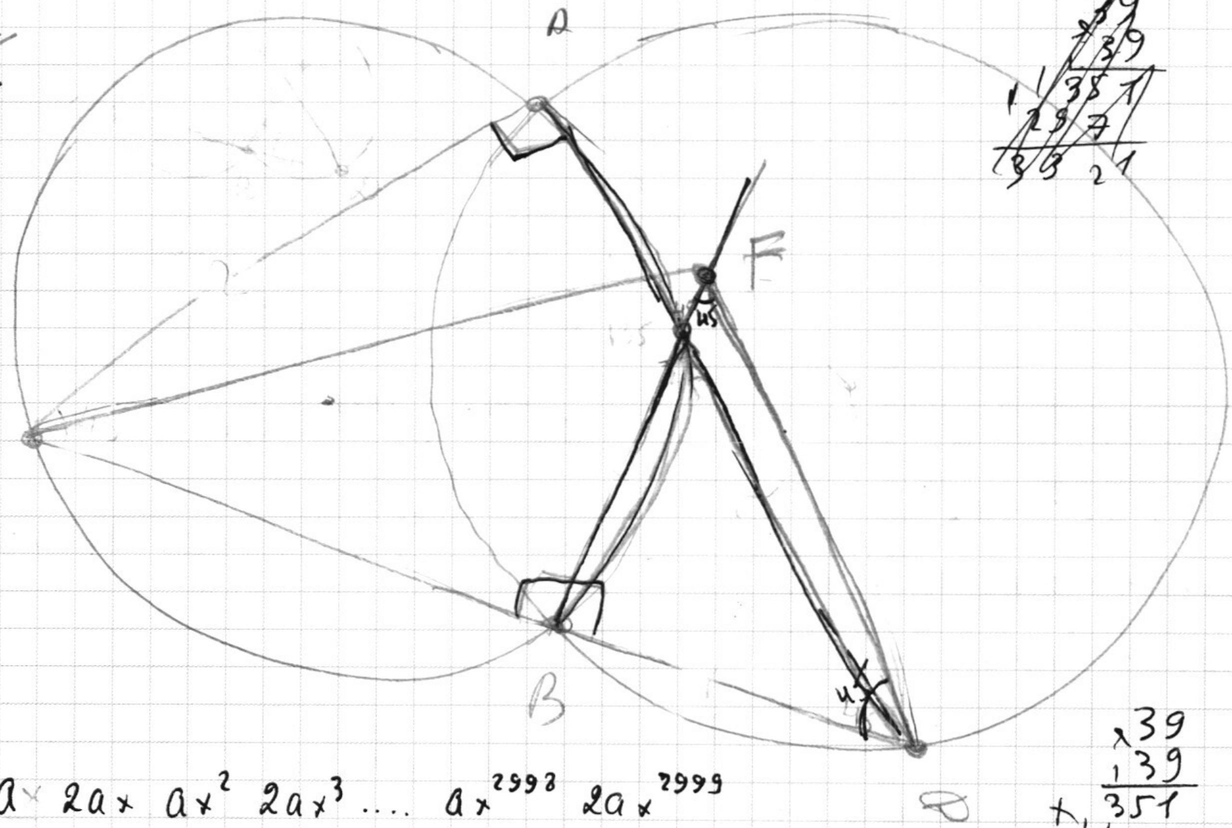
$700 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

1) 7, 2 по 2, 2 по 5, 3 по 1
2) 7, 4, 2 по 5, 4 по 1

$a + ax + ax^2 + ax^3 \ldots = a(1 + x + x^2 + \ldots + x^{2999}) = a\frac{x^{3000}-1}{x-1}$

$9(9+160) = 9$

~~1~~
~~2~~
~~3~~
~~4~~
5
6
7



$39 \cdot 39$: 351, 117, 1521

$a \quad 2ax \quad ax^2 \quad 2ax^3 \ldots \quad ax^{2998} \quad 2ax^{2999}$

$a(1 + x^2 + x^4 + \ldots) + ax(1 + x^2 + x^4 + \ldots) = S$

$a(1 + x^2 + x^4 + \ldots) + 2ax(1 + x^2 + x^4 + \ldots) = yS$

$ax(1 + x^2 + x^4 + \ldots) = (y-1)S$

$160 \cdot 9 = 1440$, $1440 + 81 = 1521$

$2^{12} - 1$

$1 + 2^3 + 2^6 + 2^9 = \frac{2^9 - 1}{2^3 - 1}$

$1 + 8 + 64 + 512 = \frac{1023}{7}$

585

$4095 : 7 = 585$
35
59
56
35
35

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$x^3(2x-3)+4x(2x-3)-x^2+8x+4$

$\mathcal{D}=9+8$

$x(2x-3)(x^2+4)-x^2+8x-4+8=$

$=x(2x-3)(x^2+4)-(x^2+4)+8(x+1)=$

$=(x^2+4)(2x^2-3x-1)+8(x+1)$

$x^3(2x-3)+3x(2x-3)+x^2+5x+4\geq 0$

$(2x-3)x(x^2+3)+x^2+3+5x+1$

$\mathcal{D}=9-8=1$

$(x^2+3)(2x^2-3x+1)+5x+1\geq 0$

$\frac{3\pm 1}{4}\Rightarrow\begin{cases}x_1=1\\x_2=1/2\end{cases}$

$(x^2+3)(x-1)(x-0,5)\geq 0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

$2x^2-3x-1$

$x=1$

$\mathcal{D}=9+8=17$

$\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

56×45: 280, 224, 2520

$2x^3+5x^2-4$

$-2\cdot 8+5\cdot 4-4$

$a\ \ ax\ \ 50ax^2\ \ ax^3\ \ ax^4\ \ 50ax^5\ldots\ \ ax^{2998}\ \ 50ax^{2999}$ ~~50a~~

$a+ax^3+ax^6$

$ax^2+ax^5+ax^8+\ldots=ax^2(1+x^3+x^6\ldots)$

~~$a+ax+$~~ $ax+ax^4+ax^7$

$a(1+x^3+x^6+x^9+x^{12}+\ldots)$

$ax(1+x^3+x^6+x^{12}+\ldots)$

$a(x+1)(1+x^3+x^6\ldots)+ax^2(1+x^3+x^6\ldots)=$

~~$a(1+x^3+x^6+\ldots)(x+1)^2+$~~

~~$a(x^2+x+1)(1+x^3+x^6+\ldots)$~~ $=S$

$a(x+1)(1+x^3+x^6\ldots)+50ax^2(1+x^3+x^6+\ldots)=10S$

$49ax^2(1+x^3+x^6+\ldots)=9S$

$|y-7|+|y-5|=12$

0

$y>6+x$

$y-6-x+y-6+x=12$

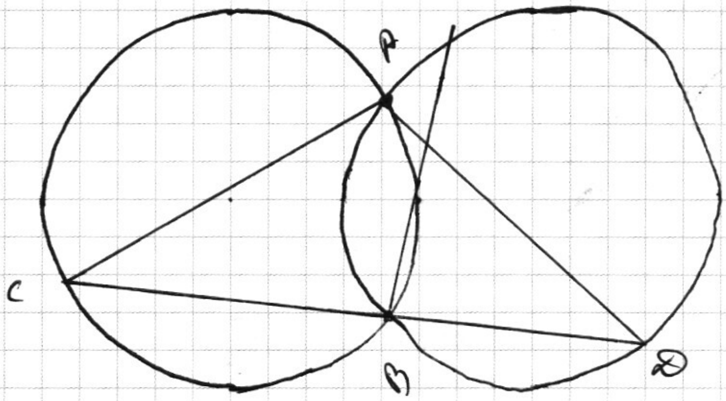
$2y=24$

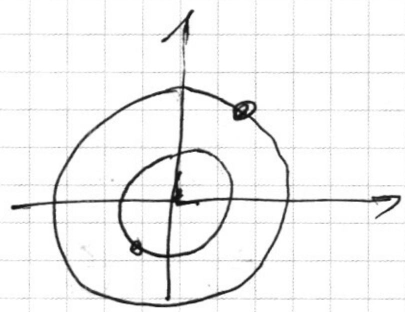
$y=12$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

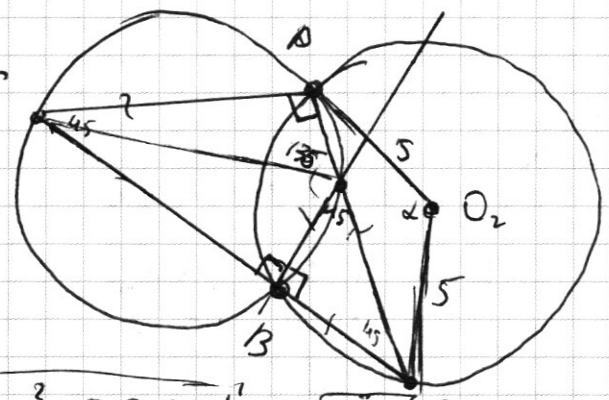
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

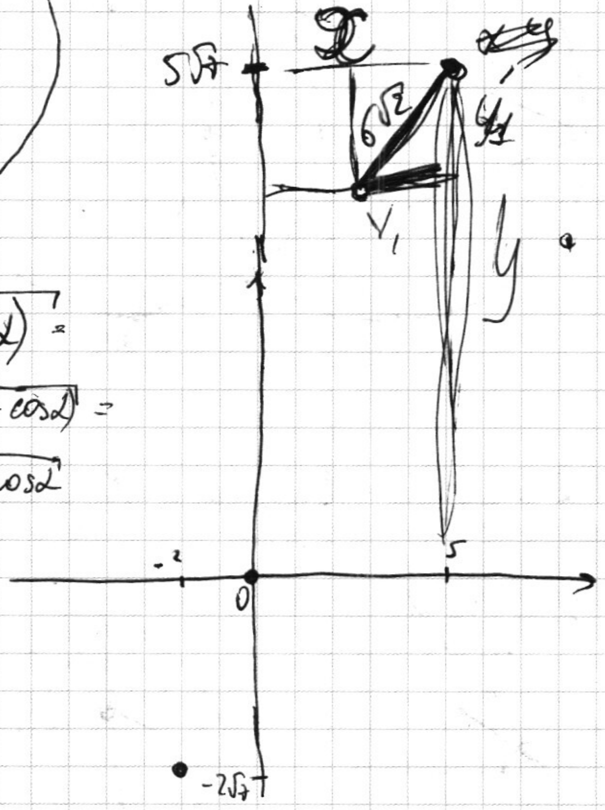
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





X_1





$\sqrt{5^2+5^2-5\cdot5\cdot\cos\alpha} = 5\sqrt{2-\cos\alpha}$

$\sqrt{2(50-25\cos\alpha)} =$

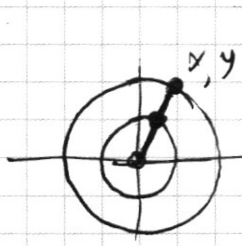
$= 5\sqrt{2(2-\cos\alpha)} =$

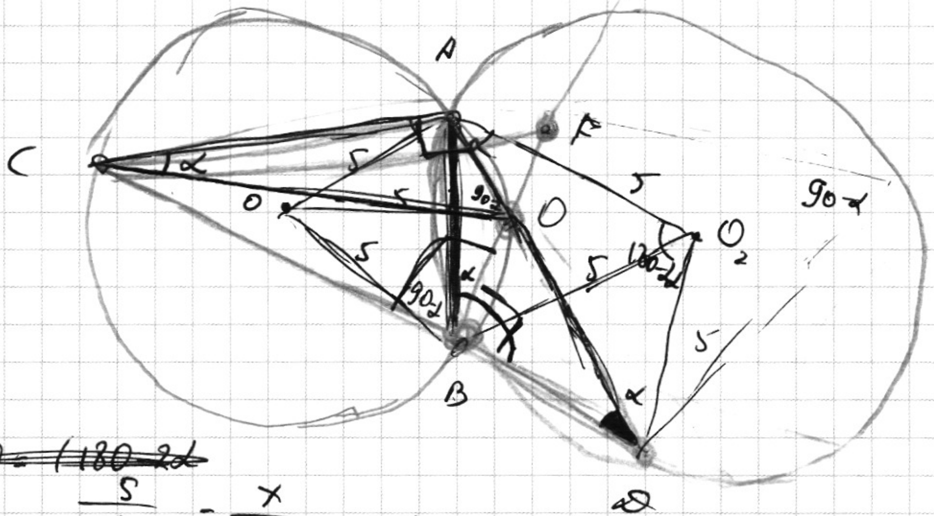
$2\sqrt7 \vee 5$ $= 5\sqrt{4-2\cos\alpha}$

$28 \vee 25$

$5\sqrt7$ 13

$25 \times 7 = 175$





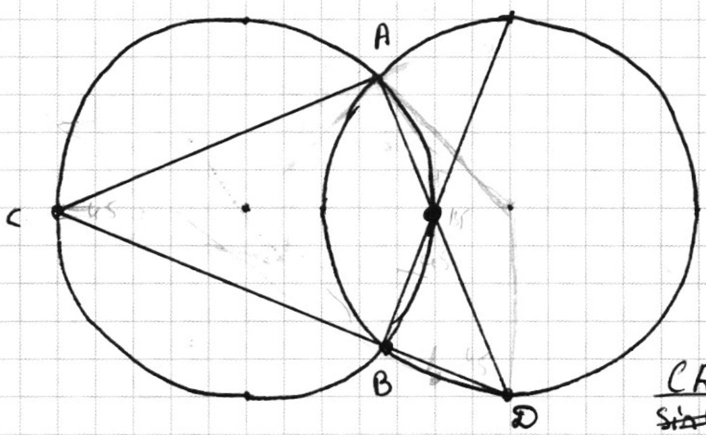
~~AD = (180-2α~~

$$\frac{5}{\sin\alpha} = \frac{x}{\sin(180-2\alpha)}$$

$$\frac{5}{\cancel{\sin\alpha}} = \frac{x}{2\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha}$$

$$x = 10\cos\alpha$$

$$\frac{10\cos\alpha}{\sin(90+\alpha)} = \frac{AB}{\sin}.$$



$AD = 10\cos\alpha$

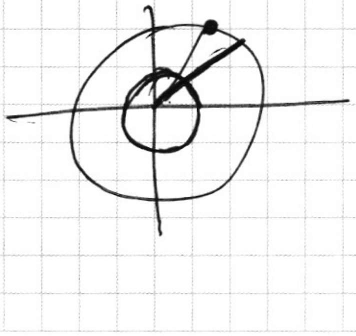
$$\frac{10\cos\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{CD}{\cancel{\sin 90}}$$

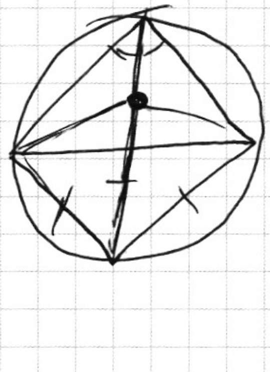
$$CD = \frac{10}{2\sin\alpha}$$

$$\frac{CA}{\cancel{\sin\ }\cos 2\alpha} = \frac{10\cos\alpha}{\sin 2\alpha}$$

$$CA = \frac{10\cos\alpha\cdot\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{5\cos 2\alpha}{\sin\alpha}$$

$$BD = \frac{10}{2\sin\alpha} - \frac{10\cos 2\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{10-10\cos 2\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{5-5\cos 2\alpha}{\sin\alpha}$$





☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)