

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$③ \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^3 + 10x + 24$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+6)(x+4)$$

$$(x+6)(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} x+6=0 \\ \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4) \quad (1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ x=4 \\ x=-1+\sqrt{13} \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$\sqrt{2}(x+4) \geq 0$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x+4)^2 \quad (2)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$x = 4$ - Корень

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & x^2 + 2x - 12 \\ \hline -2x^2 - 20x & \\ -2x^2 - 8x & \\ \hline -12x + 48 & \\ -12x + 48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

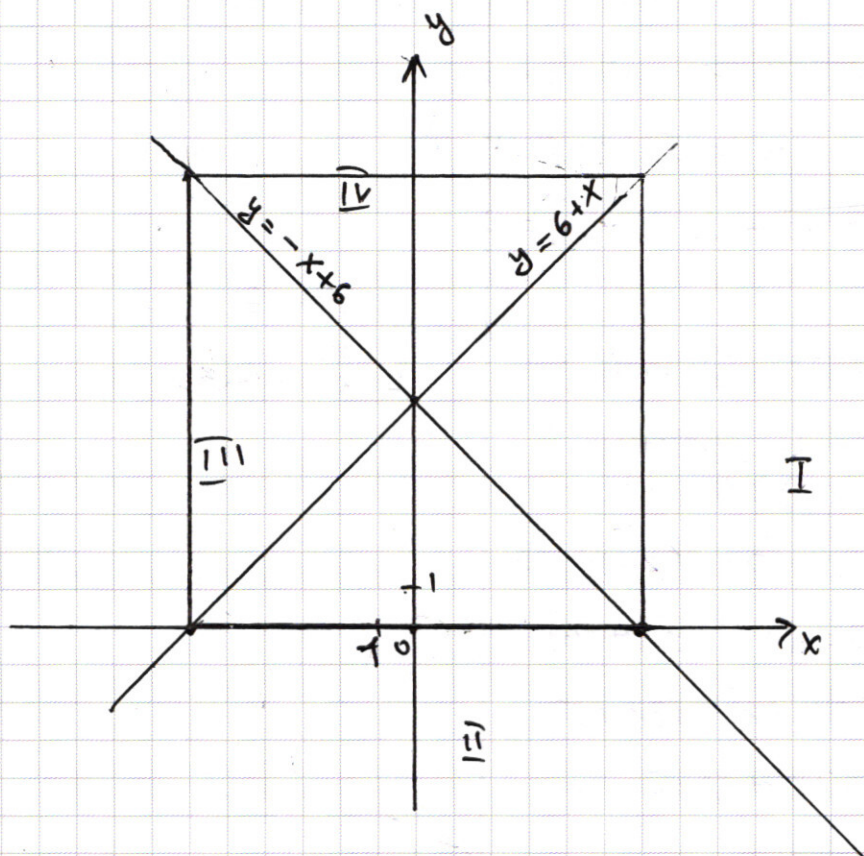
$$(x-4)(x+1+\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13}) = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x=4 \\ x=-1-\sqrt{13} \\ x=-1+\sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow x=4, x=-1+\sqrt{13}$$

Ответ: $x=-6; x=4; x=-1+\sqrt{13}$

$$\textcircled{7} \begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

(1) Данное уравнение при раскрытии модулей на плоскости задает 4 области:



$$\text{I: } - + : -y + 6 + x + y - 6 + x = 12 \\ 2x = 12 \\ x = 6$$

$$\text{II: } - - : x + 6 - y + 6 - y - x = 12 \\ -2y = 0 \\ y = 0$$

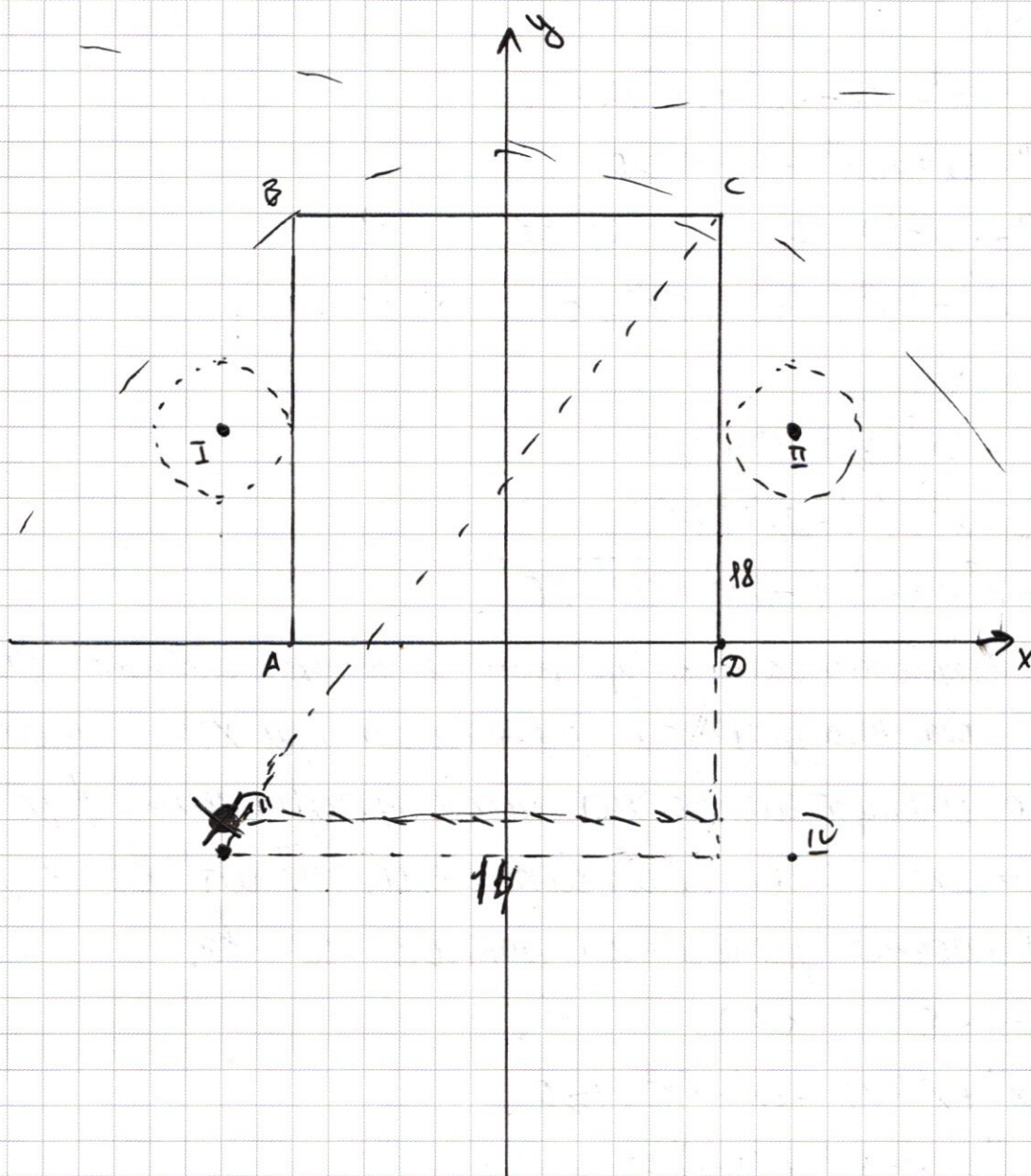
$$\text{III: } + - : y - 6 - x + 6 - y - x = 12 \\ -2x = 12 \\ x = -6$$

$$\text{IV: } ++ : y - 6 - x + y - 6 + x = 12 \\ 2y = 24 \\ y = 12$$

Первое ур-ние задает квадрат с ~~вершинами~~ центром в т. (0; 6) и стороной 12. Вершины: (6; 0); (6; 12); (-6; 0); (-6; 12)

(2) Ур-ние (2) задает семейство окружностей $R = \sqrt{9}$ и центрами в т. (8; 6); (-8; 6); (8; -6); (-8; -6). Присемем одна из окружностей с центром на прямой $y = 6$ имеет 2 общие точки с квадратом, то и другая выходящая окружность на этой прямой имеет столько же общих точек с квадратом, в силу симметрии. Это утверждение верно и для окр. с центрами на прямой $y = -6$. Изобразим на плоскости наиболее интересное соотношение окружностей и квадрата

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- 1) Первая пара окружностей и квадрат касаются, когда $R=2$.
Будет ровно 2 общие точки, т.к. "внутреннее" окружности не будут иметь
общих точек с квадратом $a = \sqrt{R} \Rightarrow a = 4$
- 2) В последующем, когда "внешнее" окружность будет давать боль-
ше 1, а "внутреннее" окружности будут давать больше 2-х общих точек, то
того момента, как радиус будет больше, чем расстояние от
окр. I до точки C (или D, расстояние до этих точек одинаково). Тогда
расстояние от т. C и D для I окр. и до т. B и A для II окр. одинаково.
В момент, когда окружности будут проходить через эти точки будет 4
общих точки, а когда радиус увеличится — 0. То есть для следующей
подходящей окружности будет, когда окр. II и IV будут иметь по 1 общей
точке с квадратом, но чтобы I и II окр. с ним общих точек.

не имеют. Такое произойдет, когда $\sqrt{14^2 + 18^2} = 2\sqrt{130} \Rightarrow a = 520$ пройдет т. С. В этом случае $R = \sqrt{14^2 + 18^2} = 2\sqrt{130} \Rightarrow a = 520$

Ответ: $a = 4$; $a = 520$

④ $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 / |x-2| + 4 \geq 0$

1) $x - 2 \geq 0$
 $x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 + 6x^2 + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2(x-2) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$(x-2)^2 - 3x^2(x-2) + 2x^4 \geq 0$$

$$t = x - 2$$

$$t^2 - 3x^2 + 2x^4 \geq 0$$

$$(t - x^2)(t - 2x^2) \geq 0$$

$$(-x^2 + x - 2)(-2x^2 + x - 2) \geq 0$$

Дискриминанты ур-ний в обеих скобках отрицательны $\Rightarrow$ оба квадратных трехчлена при $x \geq 2$ принимают только отрицательные значения; произведение двух отрицательных чисел положительно, значит все x , при $x \geq 2$ являются решениями данного нер-ва.

2) $x - 2 < 0$ $x < 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^2 - 6x^2 + (x-2)^2 \geq 0$$

$$(x-2)^2 + 3x^2(x-2) + 2x^4 \geq 0$$

$$t = x - 2$$

$$t^2 + 3x^2 + 2x^4 \geq 0$$

$$(t + x^2)(t + 2x^2) \geq 0$$

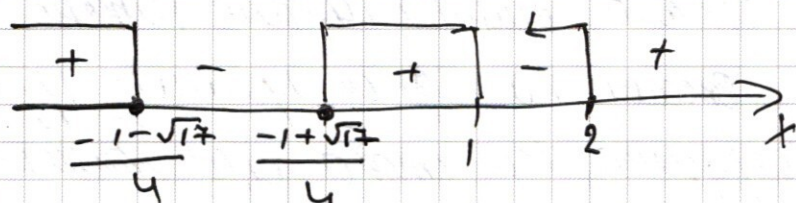
$$(x^2 + x - 2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$(x-1)(x-2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x-1)(x-2)\left(x-\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$

$$(x-1)(x-2)\left(x-\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{17}}{4}] \cup [-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; 1] \cup [2; +\infty)$$

Объединяя два случая получаем ответ:

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{17}}{4}] \cup [-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; 1] \cup [2; +\infty)$

9) $700 = 4 \cdot 5^2 \cdot 2^2$

Т.к. каждая цифра числа не может быть больше 9:

Число состоит из цифр: 7, 5, 5, 2, 2, 0, 0, т.к. 1 не влияет произведение цифр.

Тогда число способов размещения данных цифр, учитывая, что такие числа как 71515212 и 71515212 одинаковы (то есть нам не важно взаимное разп. цифр).

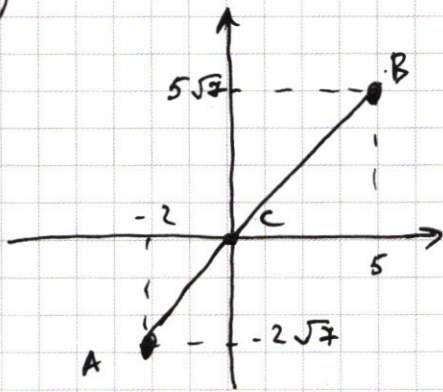
чисел.

$$\int = \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2}{1} = 1680$$

кол-во различных чисел

Ответ: 1680

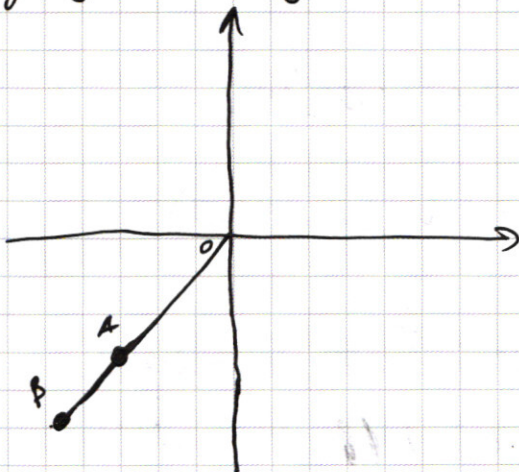
5



Т.А, Т.В лежат на 1 прямой, т.к. у отрезков СВ и АС одинаковой коэф. наклона.

То есть в начальный момент времени находятся на одном

большом расстоянии друг от друга. Чтобы расстояние между ними стало минимальным нулем, чтобы эти точки лежали на одной прямой проходящей через начало координат, но чтобы они были по одну сторону от начала координат:



Найдем радиусы окружностей по которым скальзят водолер-КВ и лук-матвиль

$$R_1 = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{7})^2} = 4\sqrt{2}$$

радиус окр. по которой водолерка

R_2 - радиус окр. по которой лук.

$$R_2 = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2} = 10\sqrt{2}$$

v_1 - скорость водолерки

v_2 - скорость лука

$$\left(\frac{v_1}{v_2} = 2\right)$$

ω_1 - угловая скорость водолерки

ω_2 - угловая скорость лука

$$\omega_1 \approx v_1 / R_1$$

$$\omega_2 \approx v_2 / R_2$$

скорости лука больше

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{R_2}{R_1} = 2 \cdot \frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5 \Rightarrow \text{угловая}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_1 = \omega_1 R_1$$

$$v_2 = \omega_2 R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 R_2}{v_2 R_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

т.е. скорость водометра больше, чем угловая скорость пушки.

$$\omega_1 = \frac{\Delta \varphi_1}{t} \quad \text{угл. поворота водометра}$$

$$\omega_2 = \frac{\Delta \varphi_2}{t} \quad \text{угл. поворота пушки}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \varphi_1}{\Delta \varphi_2} = \frac{5}{4}$$

Чтобы их координаты прижали к минимуму, при котором между ними будет наименьшее расстояние, ~~и нужно~~, чтобы $\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_2 = 180^\circ$, то есть угл поворота ^{водометра} должен быть на 180° больше угла поворота пушки

$$(\Delta \varphi_2 + 180^\circ) \cdot 4 = \Delta \varphi_2 \cdot 5$$

$$4\Delta \varphi_2 + 720^\circ = \Delta \varphi_2 \cdot 5$$

$\Delta \varphi_2 = 720^\circ$; 720° это два полных круга $\Rightarrow$ первая встреча ^(мин. расст.) состоится когда водометр на 360° перешелитесь (как полный круг + 180°) $\Rightarrow$ её координаты $(2; 2\sqrt{7})$. Местоположение пушки будет такое же как вначале $(5; 5\sqrt{7})$

Расстояние между ними в этот момент: $R_2 - R_1 = 6\sqrt{2}$

Исчисляем местоположение, когда угл поворота $\Delta \varphi_1$ будет больше, чем $\Delta \varphi_2$ на 540° (то есть когда произойдет 2 встречи)

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{540^\circ + \Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_2} = \frac{5}{4}$$

$$2700^\circ + 4\Delta\varphi_2 = 5\Delta\varphi_2$$

$$2700^\circ = \Delta\varphi_2$$

$$(6 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \Delta\varphi_2 \Rightarrow$$

~~теперь место встречи произойдет, когда водолерка
будет занимать первоначальное положение, а луж
будет находится в т. $(-5; -5\sqrt{7})$. Мы видим, что
каждый раз, когда~~

$$2160^\circ \cdot 4\Delta\varphi_2 = 5\Delta\varphi_2$$

$$\Delta\varphi_2 = 2160^\circ$$

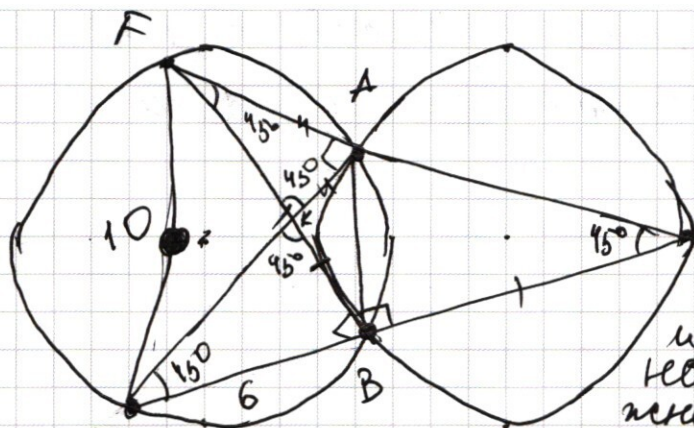
$\Delta\varphi_2 = 5 \cdot 360^\circ \Rightarrow$ вторая встреча произойдет в месте
первой.

Как мы видим встречи происходят на одной
и той же месте, это происходит, потому что
при изменении ~~на~~ проксенение водолерки 2к кругу
луж водолерка проходит 4к 10, 5к кругов; то есть
на ~~на~~ манусальное кол-во поворотов $\Rightarrow$ их встре-
чи могут произойти только на местах, где они
первоначально находились, но раз это ^(встреча во 2-й поворот) не произошло
при 1 и 2 встрече, то этого не будет никогда $\Rightarrow$
они могут встретиться только в 1 месте.

Ответ: $(5; 5\sqrt{7})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



$BF \perp BD$.

Решение: $\angle BFA \approx \angle BOA \approx 45^\circ$

Т.к. $\triangle BFO$ — равнобедренный и равнобедренный. Т.к. оба угла опираются на одну и ту же дугу д окружности рав-
нобедренный $\Rightarrow$ точка F лежит на окру-
жности.

$\angle FBC = 90^\circ \Rightarrow FC$ — диаметр $\Rightarrow CF = 2R = 2 \cdot 5 = 10$

8) K — точка пересечения AC и FB. $\angle FKA \approx 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\angle FKA \approx \angle CKB \approx 45^\circ$, т.к. вертикальные $\Rightarrow CB = KB = 6$

$FB = \sqrt{FC^2 - CB^2} = \sqrt{100 - 36} = 8 \Rightarrow FK = FB - KB = 8 - 6 = 2$
теорема Пифагора

$\triangle FAK \sim \triangle CKB \Rightarrow \frac{FA}{CB} = \frac{FK}{CK} \Rightarrow FA = \frac{CB \cdot FK}{CK}$

$CK = \sqrt{KB^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$

$FA = \frac{6 \cdot 2}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$
 $AC = \sqrt{FC^2 - FA^2} = \sqrt{100 - 2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot FA \cdot AC \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 7$

Ответ: $CF = 10$; $S_{ACF} = 7$

2) Запишем сумму членов ряда z и увеличим на 50:
 $10S = \frac{b_3(1 - (39)^{1000} - 1)}{39 - 1} = \frac{b_1 q^2(1 - (39)^{1000} - 1)}{39 - 1}$

Знаменатель данной прогрессии $q = 39$, т.к.

$\frac{b_3}{b_1} = 39$

Сумма всех членов первоначальной геометрической прогрессии:

$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

Сумма всех членов геометрической прогрессии состоящей из b с четными коэффициентами:

$$X = \frac{b_1 q (q^{1500} - 1)}{2q - 1}$$

$$\frac{S}{X} = \frac{(q^{3000} - 1)(2q - 1)}{q(q^{1500} - 1)(q - 1)}$$

$$X = \frac{q(q^{1500} - 1)(q - 1)}{(q^{3000} - 1)(2q - 1)} S$$

~~$$X = \frac{q}{2} X$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② b_1, b_2
 $b_1 \sim b_1$
 $b_2 \sim b_1 q$

$$S_2 = \frac{b_1 (q^2 - 1)}{q - 1}$$

$b_3 \sim b_1 q^2$
 $b_6 \sim b_1 q^5 \Rightarrow$

$q_3 \sim 3q$

~~108~~ $108 \sim \frac{b_1 q^2 (13q)^{1000} - 1}{3q - 1}$

$$S_2 = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$b_2 \sim b_1 q$
 $b_4 \sim b_1 q^3$

$q_2 \sim 2q$

$X S_2 = \frac{q b_1 (2q)^{1500} - 1}{2q - 1}$

$$\frac{X}{1} = \frac{q (2q)^{1500} - 1}{(q^{3000} - 1)(2q - 1)} = \frac{q^2 - q (2q)^{1500} - 1}{2q^{3001} - 2q + 1 - q^{3000}}$$

$$\frac{10}{X} = \frac{q ((3q)^{1000} - 1)(2q - 1)}{q ((2q)^{1500} - 1)(3q - 1)}$$

$$= \frac{(2q^2 - q)((3q)^{1000} - 1)}{(2q^{1500} - 1)(3q - 1)}$$

$$10 \cdot \frac{6q^{1002} - 3q^{1001} - 2q^{1000} + q^{1001}}{6q^{1500} - 3q^{1500} - 2q^{1500} + 1}$$

$b_1 + b_2 + b_3 = S$

$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = S$

$b_1 (1 + q + \dots + q^{3000}) = S$

~~108~~ 108

$b_1 q^2 + b_1 q^5 + b_1 q^8$
 $b_1 (q^2 + q^5 + q^8) \dots$

10

~~$S_2 = \frac{q (q^{3000} - 1)}{q - 1}$~~

$60q^{1500} - 30q^{1500} - 20q^{1500} + 10 \cdot 6q^{1002}$
 $- 3q^{1001} - 2q^{1000} + q^{1001}$

$q + q^2 + \dots + q^{3000}$
 $q^2 + q^5 + q^8 \dots q^{3000} = 10$

$60q^{1500} - 6q^{1002} - 30q^{1001} + 3q^{1001} - 20q^{1500} + 2q^2 + 10$
 $6(10q^{1500} - q^{1002}) + 3(q^{1001} - 10q) - 2(10q^{1500} + 2)$

$$\frac{q^2 - q(2q)^{1500} - 1}{2q^{3001} - q^{3000} - 2q + 1}$$

$$\frac{2 \cdot q^{1500} - q^{1802} + q^2 - 2 \cdot q^{1500}}{2q^{3001} - q^{3000} - 2q + 1} \cdot 2x$$

$$2q \cdot (q^{1500})^2 - (q^{1500})^2 - 2q + 1$$

$$2 \cdot q^{1500} \cdot q^{1500}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_1 - 900^\circ} = \frac{5}{4}$$

$$5\varphi_1 - 4500 = 4\varphi_1$$

$$\varphi_1 = 4500$$

$$= 3600 + 900$$

$$a_2 = \frac{v^2}{R^2} \cdot \frac{m}{c^2}$$

$$a_2 = \frac{v^2}{R^2} \cdot \omega^2 R$$

$$\frac{\omega_1}{R}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + 180^\circ$$

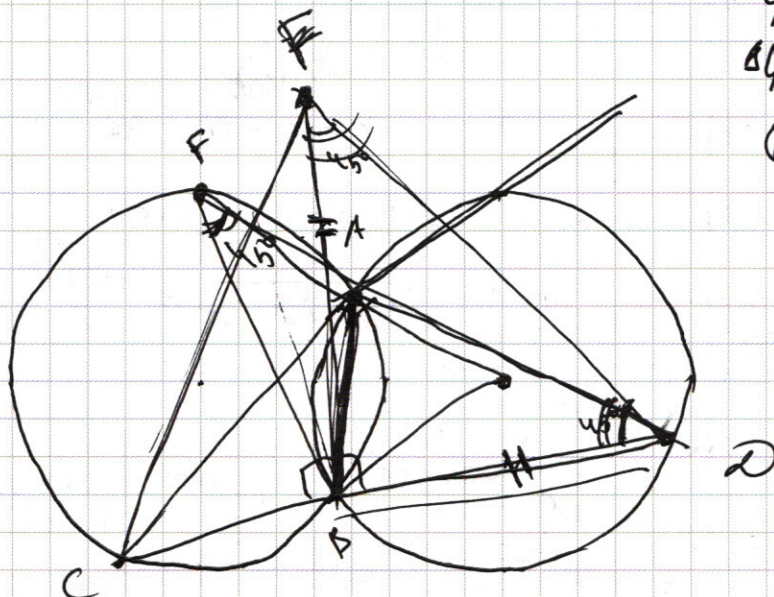
$$\varphi_2 = \varphi_1 - 180^\circ$$

$$\frac{\varphi_2 + 180^\circ}{\varphi_2} = \frac{5}{4}$$

$$5\varphi_2 = 4\varphi_2 + 900$$

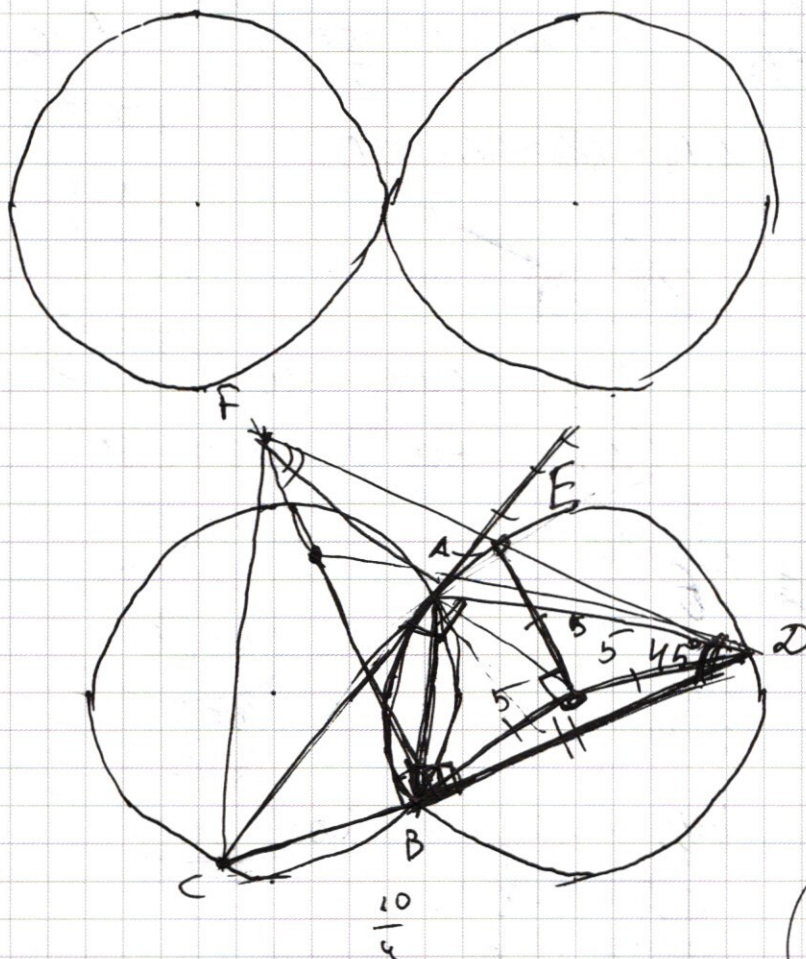
$$\Delta\varphi_2 = 900^\circ$$

$$\Delta\varphi_2 = 180^\circ$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑥

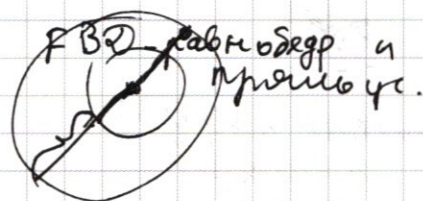


$$v_2 = \omega R$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R} = \frac{1}{5}$$

$R = 5$.



$$R_1 = 11\sqrt{2}$$

$$R_2 = 10\sqrt{2}$$

$$\Delta B = 26\sqrt{2}$$

$$v_2 = 2v_1$$

$$v = \omega R$$

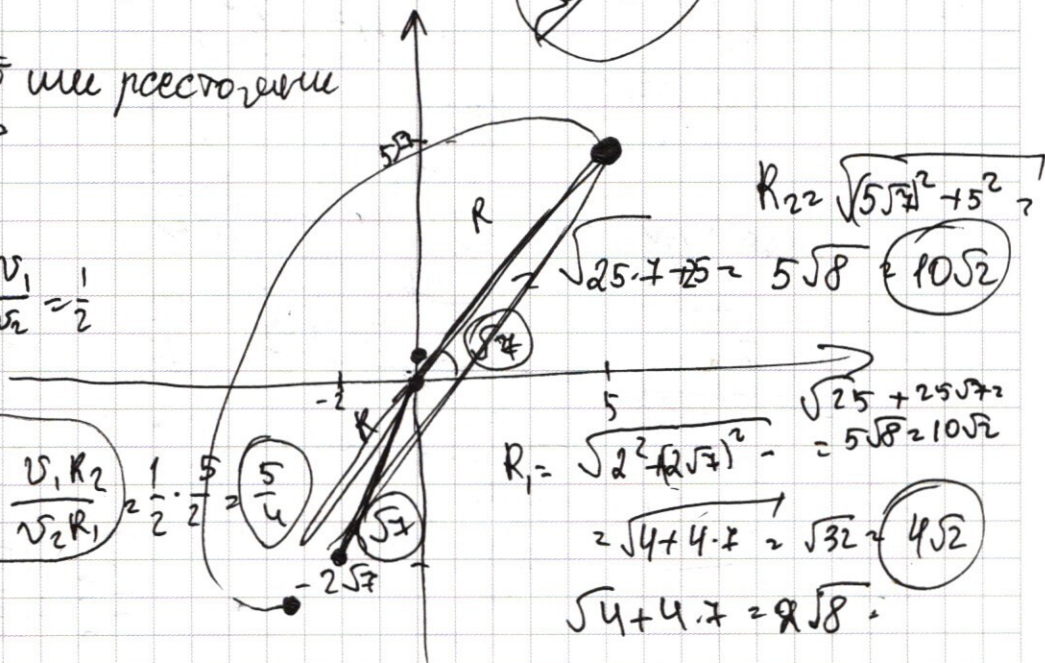
$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

кратчайший или расстояние
когда

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 R_2}{v_2 R_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$



Вектор $\vec{v}$ в начальный момент времени макс. на прямой проходящей через $(0,0)$



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t} \quad \Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi_1 =$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2}$$

$$360^\circ$$

$$5 \cdot 360^\circ + 1,5 \cdot 360^\circ = 3,5 \cdot 540^\circ$$

$$2(160 - 540)$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ \times 4 \\ \hline 2160 \end{array}$$

$$540 = 180 + 360$$

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_1 - 180^\circ$$

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_1 - 180^\circ} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{array}{r} \times 360 \\ 6 \\ \hline 2160 \\ + 2160 \\ \hline 4320 \end{array}$$

$$\Delta\varphi_2$$

$$\Delta\varphi_1 = 2$$

$$4\Delta\varphi_1 = 5\Delta\varphi_1 - 900^\circ$$

$$\Delta\varphi_1 = 900^\circ$$

$$-920 = 180^\circ$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 720 \\ 1440 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_1 - 540} = \frac{5}{4}$$

$$4 \cdot 180^\circ = 2700$$

$$\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = 90$$

$$4\Delta\varphi_1 = 5\Delta\varphi_1 - 2700$$

$$\Delta\varphi_1 = 2700$$

$$\Delta\varphi_1 = 180^\circ$$

Каждые 2 круга
пути =

вращаются:

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}, \quad T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}$$

$$v = \omega R$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$$

$$\begin{array}{r} 2340 \\ - 180 \\ \hline 2160 \end{array}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{K}{5}$$

$$\frac{K}{4}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{4}{5}$$

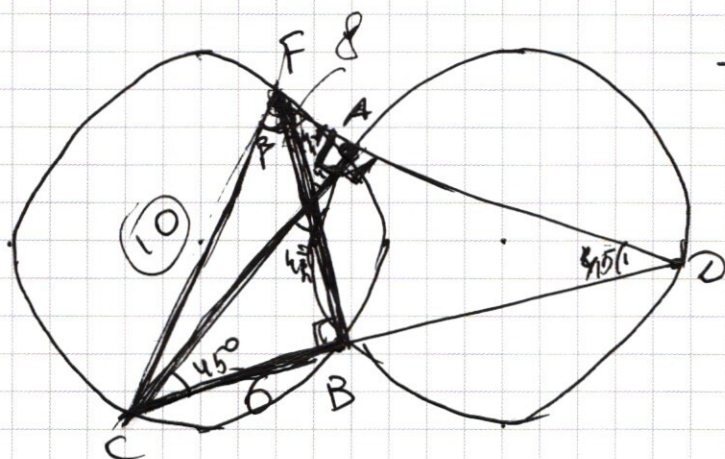
$$\begin{array}{r} 2340 \\ - 180 \\ \hline 2160 \end{array}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}$$

$$T_2 > T_1$$

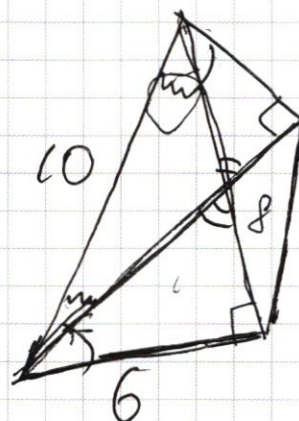
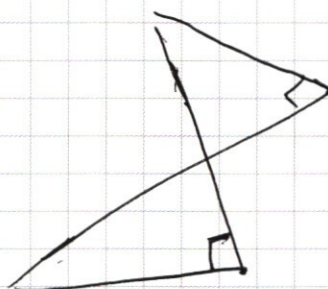
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

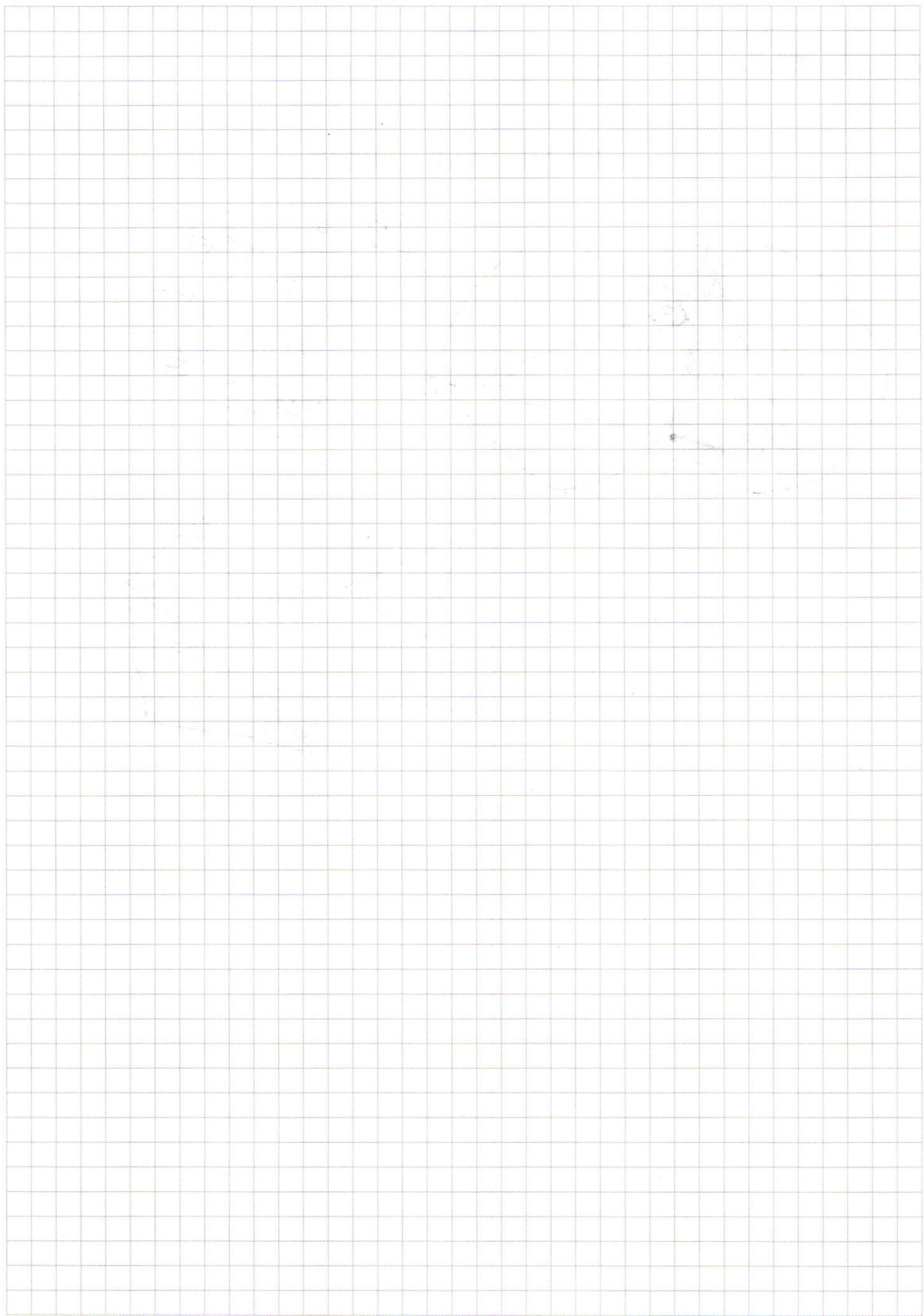


$$\frac{6}{4} \sin \beta = 20$$

$$\sin \beta = \frac{20}{6}$$

$$\arcsin \beta$$





☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $\overline{abcd2fg}$

$$700 = 7 \cdot 100 = 7 \cdot 2 \cdot 50 = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$700 = 7$$

$$12 + 18 + 5 = 35$$

первые 2 места:

$$\overline{815}$$

$$\overline{5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\begin{array}{r} 700 \\ 100 \\ 20 \\ 10 \\ 2 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \end{array} = 7$$

⇒ два нуля 0:
затем

$$9^{3000}$$

② $b_1, b_2 = b_1 q$

$$b_3 = 3b_1 q^2$$

$$b_5 = 3b_1 q^5$$

$$q_1 = b_1 q$$

$$S_2 = \frac{3b_1 q^2 ((3q)^{1000} - 1)}{3q - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x^2 + 10x + 24)$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 4x + 80)$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2} (x^2 + 6) (x+4) = 0$$

$$(x+6) \left(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2} (x+4) \right) = 0$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x+4 \geq 0$$

$$x \geq -4$$

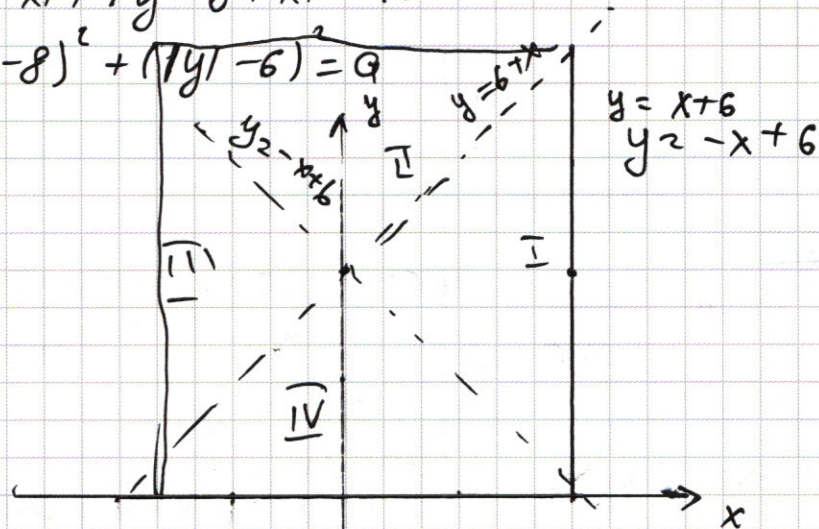
$$x^2 + 10x + 24 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 16 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm 6}{2} =$$

$$-6; -4$$

$$\textcircled{7} \begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 0 \end{cases}$$



IV: - - :

$$x+6-y+6-y-x=12$$

$$-2y=0$$

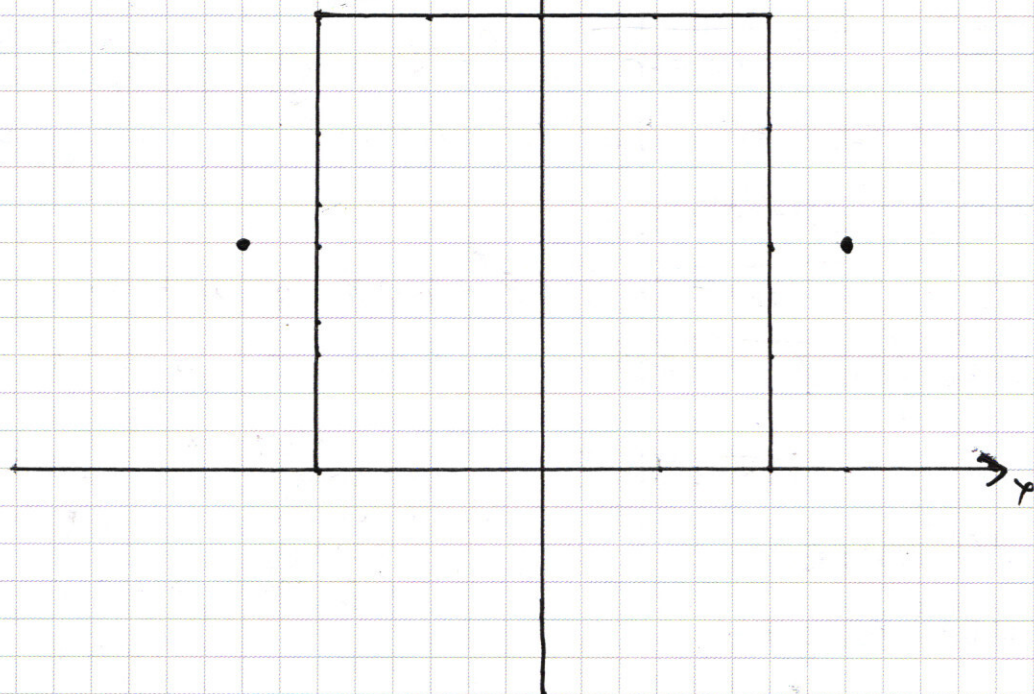
$$y=0$$

I: (6;6):

$$x+6-y+y-6+x=12$$

$$2x=12$$

$$x=6$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$27 - 18 - 60 + 48 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32 \quad 32 \\ 64 - 32 - 80 + 48 = 0 \\ 112 \end{array}$$

$x = 4$ — корень

$$64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$64 - 16 + 80 = 128$$

$$\sqrt{128} = \sqrt{2} \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \quad | \quad x - 4 \\ x^3 - 4x^2 \\ \hline -2x^2 - 20x + 48 \\ -2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$D = 4 \pm 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = 1, 3$$

$$4 \pm \sqrt{12} = \sqrt{52}$$

$$x_{1,2} = 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \cdot x - 2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 \cdot x - 2 + 4 \geq 0$$

$$x - 2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}$$

$$T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}$$

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}$$

$$T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{4}{5}$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} \times 6 \\ 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

$$R = 2$$

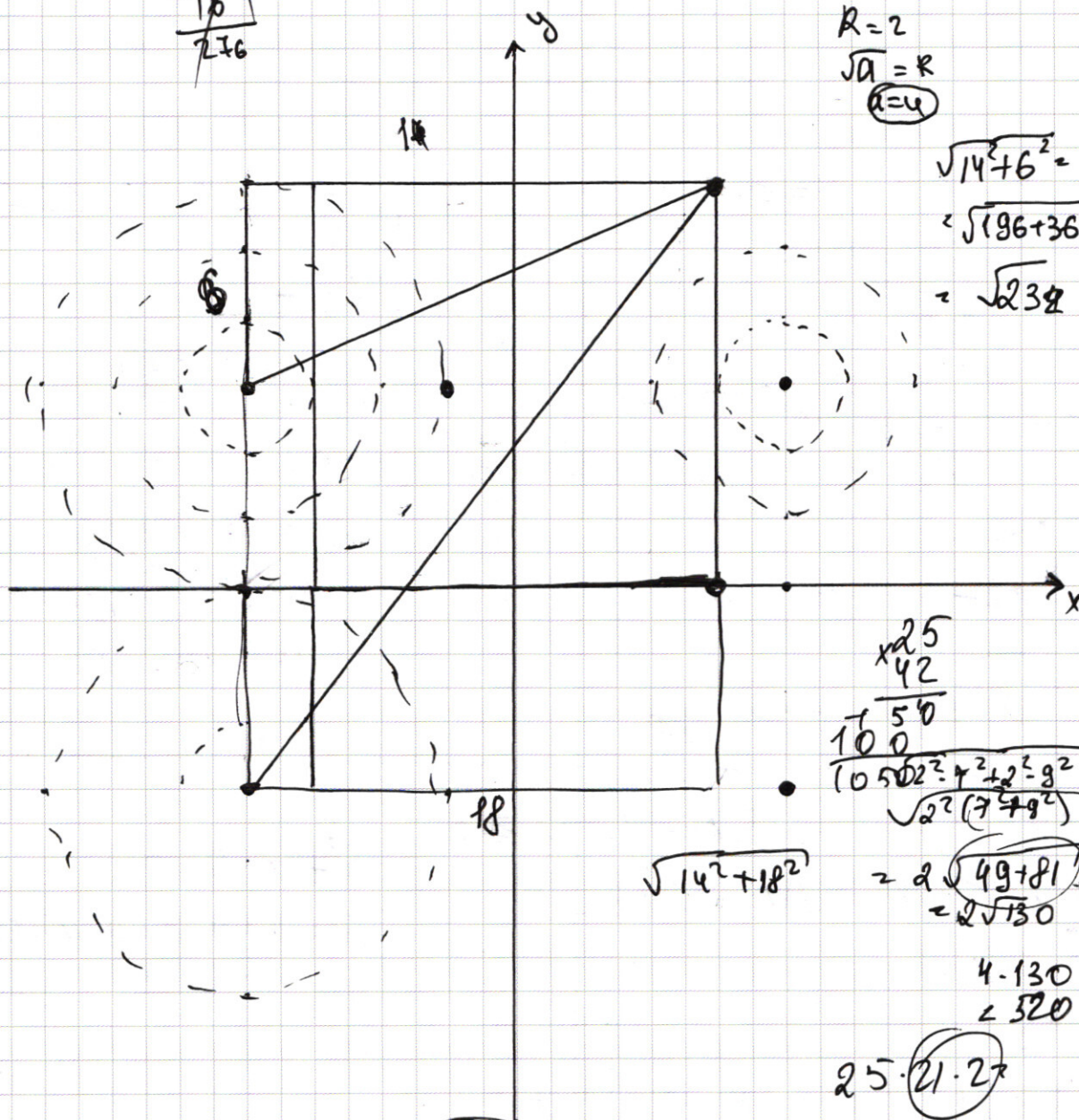
$$\sqrt{a} = R$$

$$a = 4$$

$$\sqrt{14^2 + 6^2} =$$

$$= \sqrt{196 + 36} =$$

$$= \sqrt{232}$$



$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 42 \\ \hline 1050 \\ + 100 \\ \hline 10502 \end{array}$$

$$\sqrt{10502^2 + 2^2 + 9^2} =$$

$$\sqrt{2^2(7^2 + 9^2)} =$$

$$= 2\sqrt{49 + 81} =$$

$$= 2\sqrt{130}$$

$$4 \cdot 130 =$$

$$= 520$$

$$25 \cdot 21 \cdot 2 =$$

$$= 25 \cdot 42 =$$

11

$$700 = 7 \cdot 100 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \quad 0:00$$

на первое место

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 5 \cdot 25000 \\ 7 \cdot 5 \cdot 25000 \end{array}$$

$$\frac{5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2} =$$

$$= 5^2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 = 1050$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \cdot (x-2) \geq 0$$

$$x^2 (1 - (x-2))$$

$$2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + (x-2)^2 \geq 0$$

$$\cancel{2x^2(x^2 + 3) - 5x^3}$$

$$3x^2(2 - x)$$

$$-3x^2(x-2) + (x-2)^2 + 2x^4 \geq 0$$

$$(x-2)^2 + 3x^2(x-2) + 2x^4 \geq 0$$

$$x-2 \neq 0$$

$$x^2 - 3x^2 + 2x^4 \geq 0$$

$$2x^4 - 8x^2 = x^4$$

$$t_{1,2} = \frac{3x^2 \pm x^2}{2} = x^2; 2x^2$$

$$(x-2-x^2)(x-2-2x^2) \geq 0$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - 2x^3 - 2x + 4 + 4x^2 - x^3 + 2x^2 + 2x^4 \\ & 2x^4 - 3x^3 - 4x + 7x^2 + 4 \end{aligned}$$

$$x-2 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3$$

$$(x-2-x^2)(x-2-2x^2) \geq 0$$

или

$$(-x^2 + x - 2)(2x^2 + x - 2)$$

$$D_{1,2} \text{ из } 4.2 = -7$$

$$-2x^2 + (x-2) = 0$$

$$2x^2 - x + 2 = 0$$

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$56 \cdot 30$$

$$\frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 6} \cdot (8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2)$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 3 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$x-2 \leq 0$$

$$x \geq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 = 0$$

~~4344~~

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + (x-2)^2 = 0$$

$$+ 3x^2(x-2) + 2x^4 + (x-2)^2 = 0$$

$$(x-2) + 3x^2(x-2) + 2x^4 = 0$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3x^2 \pm x^2}{2} = -2x^2, -x^2$$

$$(x-2+x^2)(x-2+2x^2) = 0$$

$$(x^2+x-2)(2x^2+x-2) = 0$$

$$D: 1+4 \cdot 2 = 9$$

$$D: 1+4 \cdot 2 \cdot 2 = 1+16 = 17$$

$$x_1 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x_2 = -2$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \left(\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}\right)\right)(x$$

$$x=2: 2^5 + 2^2 - 2^3 + 4$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D: 1+4 \cdot 2 \cdot 2 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x \left(\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \right) \neq -\frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} - 2 \quad 1.2$$

$$\sqrt{17} \cdot 2\sqrt{17} + 17 - 1 + \sqrt{17} - 2 = 0$$

$$17 - \sqrt{17} - 2 = 0$$

$$4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\sqrt{17} \geq 4$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{<4}{4}$$

$$<1$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$<-1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 x_2 = -4$$

$$\frac{(\sqrt{17}-1)(-\sqrt{17}-1)}{(-1 \pm \sqrt{17})(-1 \mp \sqrt{17})}$$

$$1 - \sqrt{17} \times \sqrt{17} - 17 = -16$$