

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [5 баллов] Бросили 90 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что эта сумма не меньше 500, или того, что эта сумма меньше 130?
2. [4 балла] Дана конечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n$ с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна S , а $a_1 > 0$. Известно, что если разность прогрессии увеличить в 4 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма S увеличится в 3 раза. А во сколько раз увеличится S , если разность исходной прогрессии увеличить в 2 раза (оставив первый член неизменным)?
3. [4 балла] Решите неравенство $(\sqrt{x^3 + x - 90} + 7)|x^3 - 10x^2 + 31x - 28| \leq 0$.
4. [5 баллов] Решите уравнение $5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2|x + 4| + 16 = 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(-2; 4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет наибольшим.
6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и пересекает вторично окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{4}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.
7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)^2 + y^2 = 64, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Дано: $a_1, a_2, \dots, a_n$. $d > 0$. $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $a_1 > 0$
для арифм. прогрессии известно, что:
 $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$.

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

Известно, что $d_2 = 4d$; $S_2 = 3S$. a_1 - одинаковый $\Rightarrow$
 $\Rightarrow S_2 = \frac{2a_1 + d_2(n-1)}{2} \cdot n \Rightarrow 3S = \frac{2a_1 + 4d(n-1)}{2} \cdot n$

$$S = \frac{2a_1 + 4d(n-1)}{6} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

1: n
(т.к. при $n=0$ нет
смысла у задачи)

$$2a_1 + 4d(n-1) = 6a_1 + 3d(n-1)$$

$$4a_1 = d(n-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{2a_1 + 4a_1}{2} \cdot n = 3a_1 \cdot n$$

$\frac{S_3}{S} = ?$, $d_3 = 2d$, a_1 - одинаковый.

$$S_3 = \frac{2a_1 + d_3(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 2d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 8a_1}{2} \cdot n =$$

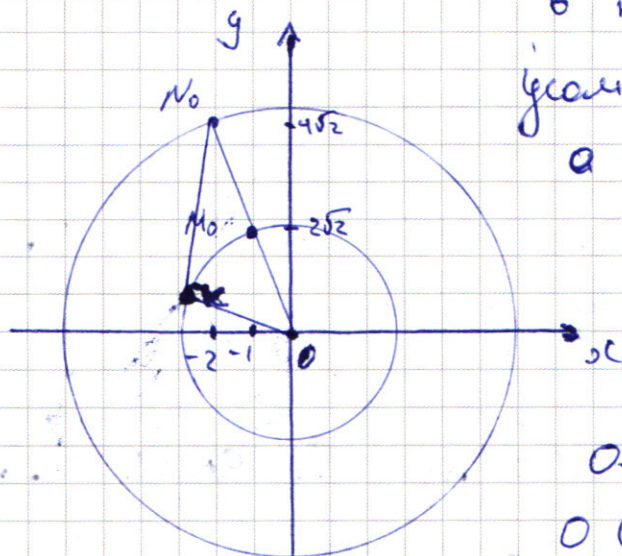
$$= 5a_1 \cdot n$$

$$\frac{S_3}{S} = \frac{5a_1 \cdot n}{3a_1 \cdot n} = \frac{5}{3}$$

Ответ: $6 \frac{5}{3}$ раз.

№5.

Начертим координ. x, y .



В них малая окр. с радиусом r - траектория каравя, а с рад. R - пещара.

Найдем, когда расстояние между ними будет наибольшим:

O - центр обеих окр-и

$O(0; 0)$.

$$OM_0 = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3 \quad (\text{по Т. Пифагора}).$$

$$ON_0 = \sqrt{(-2)^2 + (4\sqrt{2})^2} = 6.$$

Возьмем точку K - нахожд-е ^{каравя} пещара в некоторый момент. Допустим, что пещарь в это время находится в точке N_0 . Тогда N_0K - раст-е между рыбами. Найдем N_0K макс.

$\triangle N_0KO$. $\angle N_0OK = \alpha$. По Т. кос:

$$N_0K = \sqrt{OK^2 + ON_0^2 - 2OK \cdot ON_0 \cdot \cos \alpha} = \sqrt{36 + 9 - 2 \cdot 18 \cdot \cos \alpha} = \sqrt{45 - 36 \cos \alpha}.$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -1 \quad (\cos \alpha \in [-1, 1], \alpha = 180^\circ + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \cos \alpha = -1).$$

$\Rightarrow N_0K_{\max} = \sqrt{45 + 36} = 9$, значит. Каравя и пещарь движутся находясь на одной прямой в разных четвертях на раст-ии 9. С (длина окр. см).

$$C_1 = 6\pi. \quad C_2 = 12\pi. \quad V \text{ (скорость)}. \quad V_1 = \frac{2}{5} V_2.$$

Из физики знаем, что $x_0 = Vt$. где $t_1 = t_2$.

$$9 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

всего 90 кубиков. на каждом кубик выпадает 6 равно-
вероятно. способами, значит всего вариантов
комбинаций $|\Omega| = 6^{90}$.

I ~~$P_{\geq 500}$~~ $P(\geq 500)$: если сумма на кубиках
не меньше 500, то нам подходят варианты для
 S (суммы) $S_i \in \{500; 501; \dots; 540\}$, т.к. максим.
сумма получается, когда на всех кубиках "6",
т.е. $S_{\max} = 6 \cdot 90 = 540$. $S_{\min} = 1 \cdot 90 = 90$ соотв-но.

P_{540} (вероятность $S = 540$) $P_{540} = \frac{1}{6^{90}}$, т.к.
только вариант со всеми "6" нам удовлетвор.

$$P(\geq 500) = P_{540} + P_{539} + \dots + P_{500}.$$

II $P(< 130)$, : если $S < 130$, то $S_i \in \{90; 91; \dots; 129\}$.
Заметим, что в м-ве S_1 - 41 элемент, а в м-ве
 S_2 - 40 элементов.

$P(< 130) = P_{90} + P_{91} + P_{92} + \dots + P_{129}$. Посчитаем веро-
ятности:

$$P_{90} = \frac{1}{6^{90}} \quad (\text{только все "1"})$$

$$P_{539} = \frac{90}{6^{90}} \quad (\text{все "6" кроме одного, на нем "5". эту } S \text{ мы}$$

выбираем 90 способами)

$$P_{91} = \frac{90}{6^{90}} \quad (\text{все "1" кроме одного, на нем "2". Аналог с}$$

P_{539}).

Заметим, что $p_{540} = p_{90}$, $p_{91} = p_{539} \Rightarrow$ эти и другие события равновероятны, т.к. они выбираются одинак кол-вом способов, просто в ($p \geq 500$) преобразуют кубы ≥ 3 , а в ($p < 130$) < 3 .
Таким образом $p_{92} = p_{538} \dots p_{129} = p_{501}$. Но в $p(\geq 500)$ $p(\geq 500) = p_{500} + p_{501} + p_{502} + \dots p_{540} =$
 $= p(< 130) + p_{500}$, т.к у p_{500} нет "пары" (это пара p_{130} , которая не существует). $p_{500} \neq 0$, $p_{500} > 0 \Rightarrow$
 $p(\geq 500) > p(< 130)$.

N6

Dato: $\frac{SO_2CO_2}{SO_2BE} = \frac{4}{3}$.

Reue-e:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3. S_{O_1BO_2C} = S_{O_1BO_2} + S_{O_1CO_2} = 2S_{O_1BO_2}.$$

$$\frac{2S_{O_1BO_2}}{S_{O_2BE}} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3S_{O_1BO_2} = 2S_{O_2BE}.$$

$$4. BA - \text{диagonalь, } BA = 2r. (l_1 \parallel l_2).$$

$$5. O_2D \perp l_1, O_2H \perp l_2. O_2H = x.$$

$$6. AB \parallel DH, l_1 \parallel l_2 \Rightarrow AB = DH, ABHD - \text{параллелограмм}.$$

$$7. BH = \sqrt{R^2 - x^2} \text{ (из } \triangle BO_2H).$$

$$8. EO_2 = O_2E, O_2H - \text{высота} \Rightarrow S_{BO_2H} = S_{O_2HE}.$$

$$S_{BO_2E} = 2S_{BO_2H}. S_{BO_2H} = \frac{1}{2} \cdot O_2H \cdot HB = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{R^2 - x^2}.$$

$$9. O_1B \parallel O_2H \Rightarrow O_1BO_2HO_2 - \text{трапеция}.$$

$$S_{O_1BO_2HO_2} = \frac{r+x}{2} \cdot \sqrt{R^2 - x^2}. S_{O_1BO_2HO_2} = S_{O_1BO_2} + S_{BO_2HO_2}.$$

$$3S_{O_1BO_2} = 2S_{O_2BE} = 4S_{O_2BH}. S_{O_1BO_2HO_2} = \frac{2}{3}S_{BO_2HO_2}.$$

$$10. \frac{S_{O_1BO_2HO_2}}{S_{BO_2HO_2}} = \frac{\frac{r+x}{2} \cdot \sqrt{R^2 - x^2}}{\frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{r+x}{x} = \frac{7}{3} \Rightarrow 3r+3x=7x.$$

$$11. AB = DH, 2r = R+x, 2r = R + \frac{3}{4}R. \begin{cases} r = \frac{4}{3}x \\ x = \frac{3}{4}r \end{cases}$$

$$\frac{5}{4}r = R, \frac{R}{r} = \frac{5}{4}. \text{ Ответ: } \frac{R}{r} = \frac{5}{4}.$$

б) $BD = 2$ (не показываю на рис-ке, чтобы не было пересечения). Найти r и R .

$$1. \angle BHD = 90^\circ \Rightarrow BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{R^2 - x^2 + 4r^2}$$

$$x^2 = \frac{9}{16}r^2. R \text{ (из п. 11)} R = \frac{5r}{4} = \frac{5}{4}r.$$

$$BD^2 = 4 = \frac{25}{16}r^2 - \frac{9}{16}r^2 + 4r^2 = 5r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{4}{5}; r = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$2. \frac{R}{r} = \frac{5}{4} \Rightarrow R = \frac{5}{4}r = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$b) \text{ Ответ: } r(u_1) = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad R(u_2) = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

№3.

$$(\sqrt{x^3+x-80}+7) \cdot |x^3-10x^2+31x-28| \leq 0.$$

$$\sqrt{t} \geq 0. \quad \sqrt{t}+7 \geq 7 \quad |t| \geq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ур-е $f(x) \leq 0$ только, когда $|x^3-10x^2+31x-28|=0$

Проверим, при каких x ур-е имеет смысл:

$$x^3+x-80 \geq 0$$

$$|x^3-10x^2+31x-28|=0$$

$$x^3-10x^2+31x-28=0. \quad ?$$

Заметим, что при $x=4$:

$$64-160+124-28=188-188=0 \Rightarrow x=4 - \text{корень ур-я.}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3-10x^2+31x-28 & x-4 \\ \hline x^3-4x^2 & x^2-6x+7 \\ \hline -6x^2+31x-28 & \\ -6x^2+24x & \\ \hline 7x-28 & \\ -7x+28 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3-10x^2+31x-28 = (x-4)(x^2-6x+7) = 0.$$

$$x^2-6x+7=0$$

$$D = 36-28=8. \quad x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

$$(x-4)(x-3+\sqrt{2})(x-3-\sqrt{2})=0.$$

$$\text{Корни: } x_1=4$$

$$x_2=3-\sqrt{2}$$

$$x_3=3+\sqrt{2}.$$

Вернемся к изнач. ур-ю. Проверим, при каких x

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

II $x < -4 \Rightarrow x + 4 < 0$

$$5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 0$$

	5	6	25	8	16
-1	5	-1	24	-16	0

 $\Rightarrow x = -1$ - реш. е ур-я.

$$(x+1)(5x^3 + 8x^2 + 24x - 16) = 0$$

I приравн. к 0

$$(x-1)(5x^3 - x^2 - 24x + 16) = (x+1)(5x^3 + x^2 + 24x - 16)$$

$$5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 0.$$

при $x = -4$.

$$5 \cdot 256 - 64 \cdot 6 + 25 \cdot 16 - 8 \cdot 4 + 16 =$$

$$= 1280 - 384 + 400 - 32 + 16 =$$

$= 1880 - 384 - 16$, что очень далеко от нуля,
 $\Rightarrow x < -4$ - корней нет. $x > -4$. Возвращ. к I.

$$(x-1)(5x^3 - x^2 - 24x + 16) = 0.$$

$$5x^3 = x^2 + 24x + 16.$$

Построим графики ф-ий:

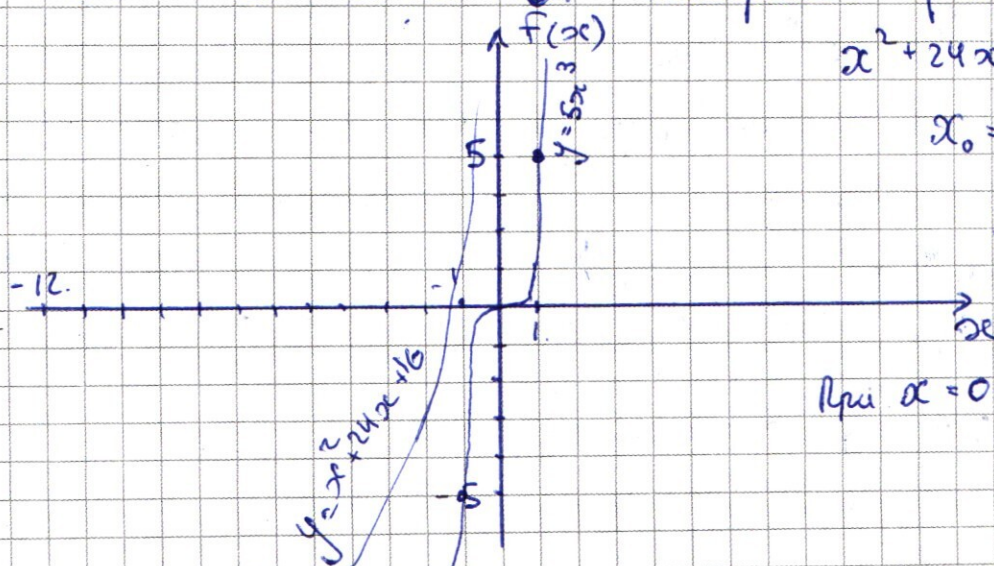
$$x^2 + 24x + 16.$$

$$x_0 = \frac{-24}{2} = -12.$$

$$y_0 = 144 - 288 + 16 =$$

$$= -128.$$

При $x = 0$, $f(x) = 16$.



при каких x ур-е имеет смысл:

$\sqrt{x}$, x обязательно ≥ 0 .

$$\sqrt{x^3 + x - 90} \geq 0$$

$$x^3 + x - 90 \geq 0$$

$$x(x^2 + 1) \geq 90. \quad \text{Подставим поочередно } x_1, x_2, x_3:$$

I $4 \cdot 17 \neq 90 \Rightarrow x_1 = 4$ - не явл-е реш-ем нер-ства.

II $3 - \sqrt{2} < 4 \Rightarrow x_2$ тоже не явл-я реш-ем нер-ва.

III $(3 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})^2 + 1 \geq 90.$

$$(3 + \sqrt{2})(9 + 6\sqrt{2} + 3) \geq 90.$$

$$27 + 18\sqrt{2} + 9 + 9\sqrt{2} + 12 + 3\sqrt{2} \geq 90$$

$$48 + 30\sqrt{2} \geq 90.$$

$\cdot 1,4^2 = 1,96 \Rightarrow \sqrt{2} > 1,4$. Но заметим, что

если заменить $\sqrt{2}$ на 1,4: $30 \cdot 1,4 = 42$.

$48 + 42 \geq 90$. Верно $\Rightarrow x_3 = 3 + \sqrt{2}$ явл-я реш-ем неравенства.

Ответ: $3 + \sqrt{2}$.

№ 4.

$$5x^4 + x^2 + 8x - 6x^3 | x + 4 | + 16 = 0$$

I $x \geq -4 \Rightarrow x + 4 \geq 0 \Rightarrow$

$$5x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 8x + 16 = 0.$$

Вспомогательная схема Горнера (кажется так называется метод реш-я ур-я n степени, где $n > 2$):

	5	-6	-2	8	16
1	5	-1	-24	-16	0

$$\Rightarrow x = 1 - \text{реш-е ур-я.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - 1)(5x^3 - x^2 - 24x - 16) = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5x^3 - x^2 - 24x - 16 = 0$$

$$5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 0$$

5	6	25	8	16
-1	5	1	24	-16
-2	5	-4	29	
-4	5	-14		

$$(x+1)(5x^3 + x^2 + 24x - 16) =$$

5	1	24	-16
-4	5	19	-52

$$\begin{array}{r} 26 \\ 24 \\ \hline 52 \end{array}$$

5	-1	-24	-16
-2	5	-11	2

$$\begin{array}{r} -144 \\ -16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ 56 \\ \hline 526 \end{array}$$

5	-1	-24	-16
2	5	52	-144

$$g = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 112 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$2 \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$D = 526 - 64 = 512 = 2^9$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ 256 \\ \hline 2 \end{array}$$

~~значит, что $q = 9$~~

$$x^2 + 24x + 16 = 0$$

$$D = 576 - 64 = 512 = 2^9$$

$$x_{1,2} = \frac{-24 \pm 2^{\frac{9}{2}}}{2} = -12 \pm 2^{\frac{9}{2}}$$

~~при $x_1 = -12 + 8\sqrt{2} \approx -0,8$ или примерно~~

~~будут пересекаться; Ответ: 1, $-12 + 8\sqrt{2}$~~

остальные корни кубического (вообще 4 степ.)

найти не смог. Старая.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a_1, a_2 \dots a_n \quad d > 0.$$

✓ 2.

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_n = a_1 + d \cdot (n-1).$$

$$S = \frac{a_1 + a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n.$$

$$= \frac{a_1(1 + d \cdot n - d)}{2} \cdot n.$$

1, 2, 3

$$S = \frac{1+3}{2} \cdot 3 = \frac{1(1+1 \cdot 2)}{2} \cdot 3.$$

$$2 \cdot \frac{1(1+2)}{2} \cdot n = \frac{3 \cdot 3}{2}.$$

$$a_2 = a_1 + d \cdot 1, \quad a_3 = a_1 + 2d.$$

$$a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n = a_1 n + \frac{d n(n-1)}{2}.$$

$$S = 1 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 4.$$

$$a_n = a_1 + d \cdot (n-1).$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 + 1 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 6.$$

$$S = \frac{1+3}{2} \cdot 3.$$

$$a_1, a_2 \dots a_n \quad d > 0.$$

$$S = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n.$$

$$d_2 = 4d_1, \quad S_2 = 5$$

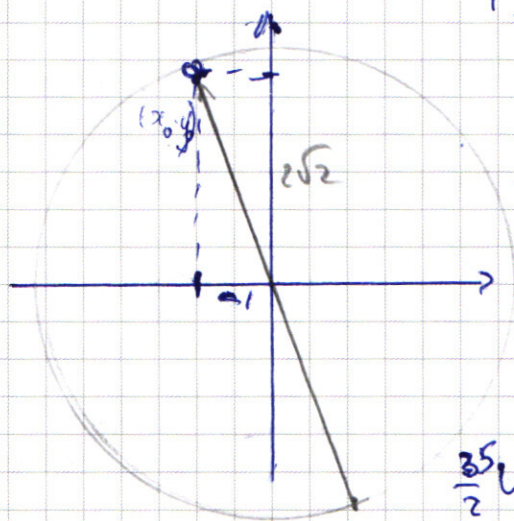
$$3S = \frac{2a_1 + 4d_1 \cdot (n-1)}{2} \cdot n.$$

$$\frac{2a_1 + d_1 \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 4d_1 \cdot (n-1)}{6} \cdot n$$

$$6a_1 + 3d_1 \cdot (n-1) = 2a_1 + 4d_1 \cdot (n-1).$$

$$2a_1 + 3d_1 \cdot (n-1) = 2a_1 + 4d_1 \cdot (n-1).$$

$$4a_1 = d_1 \cdot (n-1).$$



$$r_1 = \sqrt{1 + 4 \cdot 2} = 3.$$

$$x_0^2 + y_0^2 = 3.$$

$$R = \sqrt{4 + 16 \cdot 2} = 6.$$

$$R = 2r$$

$$C_1 = \pi \cdot 6$$

$$C_2 = \pi \cdot 12.$$

$$\frac{35\pi}{2} = \frac{C}{2}.$$

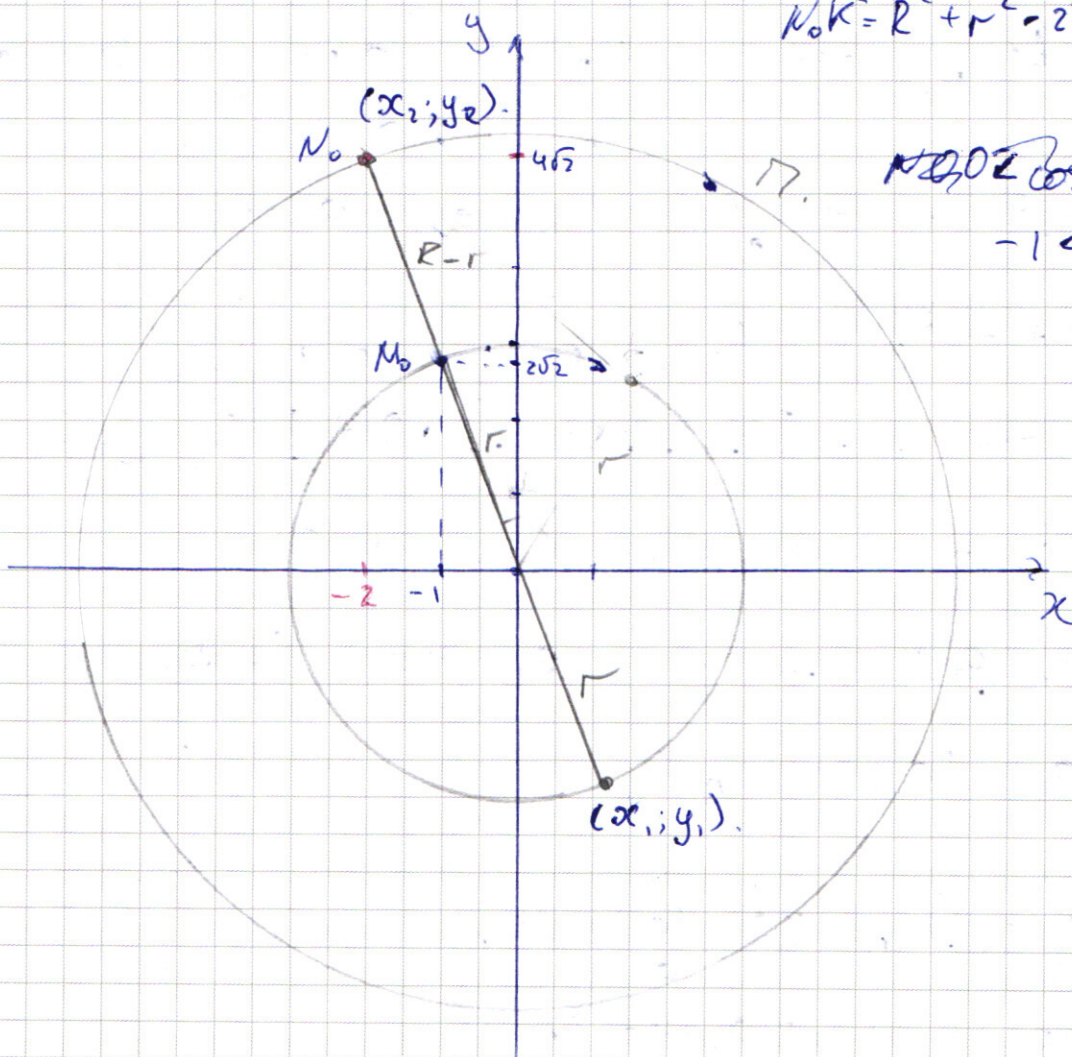
$$\frac{N_0 K}{\sin \alpha} =$$

$$N_0 K^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha.$$

дет

$$N_0 K^2 \cos \alpha =$$

$$-1 < \cos \alpha < 1.$$



$$N_0 L = r + R = 9. \quad N_0 K^2 = \sqrt{9 + 36} - 36 \cos \alpha = \sqrt{45 - 36 \cos \alpha}.$$

$$N_0 K = \sqrt{9 + 36 - 36 \cos \alpha} = \sqrt{45 - 36 \cos \alpha}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

90. P. $\frac{1}{6}$

$$S_{\max} = 90.6 = 540$$

$$S_{\min} = 90.$$

~~540, 539 ...~~ 500

~~(91 pages)~~

~~90, 91... 129 (40 аугу).~~

$$P_{540} = \frac{1}{690}$$

$$P_{90} = \frac{100}{690}$$

$$P_{539} = \frac{90}{690}$$

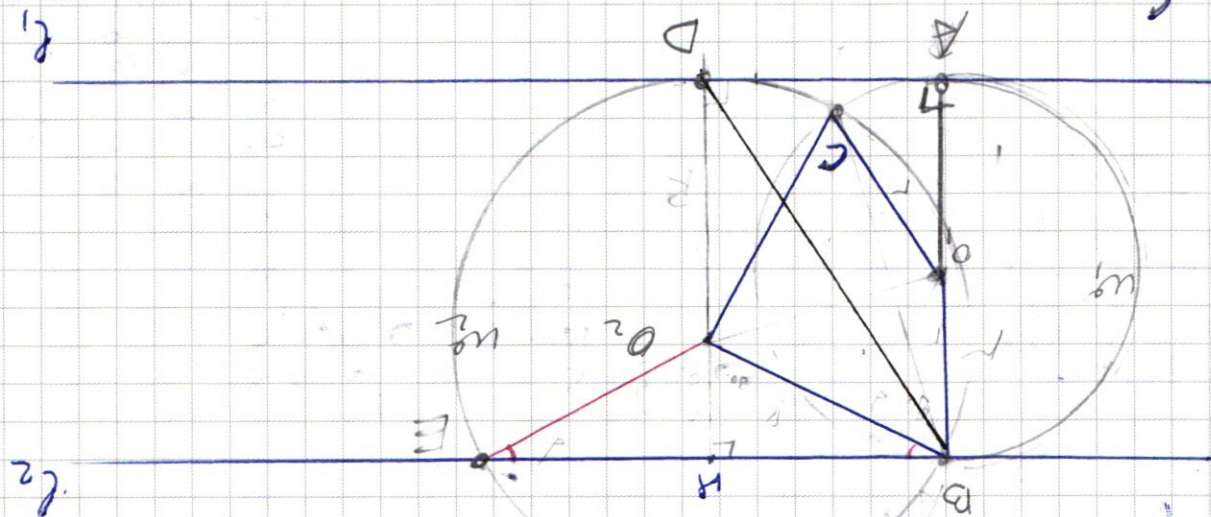
$$P_{g_1} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{2^2 - x^2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^2 - x^2}} = \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = \frac{2x}{2x} = \frac{1+x}{1+x} = \frac{x}{x} + 1$$

$$S_{D' \cap R_2} = \frac{r+x}{2} \cdot \sqrt{R^2 - x^2} \quad S_{R \cap R_2} = \frac{2}{1} x \cdot \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$E + x = 2\sqrt{P^2 - x^2}$$

$$\frac{S_{\text{BaCO}_3}}{S_{\text{SrCO}_3}} = \frac{3}{4} \quad \therefore \frac{K_{\text{sp}}}{\sqrt{?}} = 4 S_{\text{SrCO}_3} = 3 S_{\text{BaCO}_3} = 3 \times 10^{-9} = 3 \times 10^{-9}$$



$$d_3 = 2d_1$$

$$S_3 = \frac{2a_1 + 2d_1(n-1)}{2} \cdot n = \frac{16a_1}{2} \cdot n. \quad S = \frac{6a_1}{2} \cdot n.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1). \quad 2, 4, 6, 8. \quad S = 20.$$

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{4 + 2 \cdot 3}{2} \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20.$$

$$a_4 = 2 + 2 \cdot 3 = 8.$$

$$S_1 = 20 \quad 4a_1 = d_1(n-1)$$

$$S_2 = 3S. \quad 3S = \frac{2a_1 + 16a_1}{2} \cdot n = 9a_1 \cdot n.$$

$$S_1 = 3a_1 n. \quad \frac{S_2}{S_1} = 3 \cdot S_1$$

$$y = kx \quad F(x) = kx.$$

$$y_1 = kx_1$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$y_2 = kx_2$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{\frac{5}{2}v_1} = \frac{2}{5} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} = 1.$$

$$v_1 = \frac{c_1}{t_1}$$

$$v_2 = \frac{c_2}{t_2}$$

$$t_1 = t_2$$

$$t_1 = \frac{c_1}{v_1} = \frac{c_2}{v_2}$$

$$x_1 = v_1 t. \quad x_2 = v_2 t.$$

$$\sqrt{x^3 + x - 90 + 7} | x^3 - 10x^2 + 31x - 28 | \leq 0.$$

$$x^3 + x - 90 = 0$$

$$x^3 + x - 139 = 0.$$

$$x(x^2 + 1) = 139.$$

$$x = 139$$

$$\begin{array}{r} 149 \\ 105 \\ 44 \\ 112 \\ 147 \end{array}$$

$$y = 2^2 - x^2 + 4x^2 = 2^2 + 4x^2 - x^2 = 2^2 + 3x^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5x^4 + x^2 + 8x - 6x^3 \mid x+4 \mid +16 = 0$$

$$\text{Д } x \geq -4:$$

$$5x^4 - 6x^3 - 24x^2 + 8x + 16 = 0.$$

$$5 - 6 - 24 + 8 + 16 =$$

$$5 + 6 - 24 - 8 + 16 = 11 - 24 + 8 \neq 0.$$

	5	-6	-24	8	16
2	5	4	-16	-26	
-2	5	-16	8	-8	0
-2	5	-26			
4	5	4	24		
-4	5				
8	5	24			

$$\begin{array}{r} 36 \\ -86 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 8 \\ \hline 2.8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -25 \\ 5 \\ \hline -13.5 \\ 1 \\ \hline -24 \\ -16 \\ \hline 33.5 \\ 220 \\ \hline 62.5 \\ 13.5 \\ \hline 2.5 \end{array}$$

$$5x^4 - 6x^3 - 24x^2 + 8x + 16 = (x+2) \cdot (5x^3 - 16x^2 + 8x - 8) = 0.$$

$$5x^3 - 16x^2 + 11x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$5x^2(x-1) + 8(x-1) + 11x^2 = 0$$

$$(x-1)(5x^2 + 8) + 11x^2 = 0.$$

$$5x^3 - 16x^2 + 8x - 8 =$$

	5	-16	8	-8
2	5	-6	4	
-2				
4				
-4				
8				
-8				

	5	-16	8	-8
2	5	-6	4	
-2				
4				
-4				
8				
-8				

$$\begin{array}{r} 25 \\ +16 \\ \hline 150 \\ 25 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ +16 \\ \hline 150 \\ 25 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$x(x^2+1) \geq 90.$$

$$x^3 + x - 90 \geq 0$$

1	0	1	-90
---	---	---	-----

1	-5	26	
---	----	----	--

$$x^3 + x = 90.$$

$$8, 27, 64, 125.$$

$$4 < x.$$

$$x^3 - 10x^2 + 31x - 28 = 0.$$

1	-10	31	-28
---	-----	----	-----

2	1	-8	15	2
---	---	----	----	---

-2	1	-14		
----	---	-----	--	--

4	1	-6	7	0
---	---	----	---	---

$$x = 4.$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 16 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 10x^2 + 31x - 28 : x - 4 \\ \underline{x^3 - 4x^2} \\ -6x^2 + 31x - 28 \\ \underline{-6x^2 + 24x} \\ 7x - 28 \\ \underline{7x - 28} \\ 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2-6x+7)=0$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$(x=4). D = 36 - 28 = 8.$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

$$x = 4$$

$$x = 3 + \sqrt{2}$$

$$x = 3 - \sqrt{2}.$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 4 \\ 1 \quad 4 \\ \hline 5 \quad 6 \\ 1 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 6 \\ 3 \quad 0 \\ \hline 1 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 0 \\ 3 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

$$5x^3 - 6x^2 + 8x + 16 = 0$$

5	-6	8	16
5	-1	12	0
2	5	-16	16
-2	5	-16	9

$$\begin{array}{r} 26 \\ 24 \\ \hline 2 \end{array}$$

5	-1	-24	-16
5	-19		
4	5	-21	
8	5	-39	

$$5x^3 - x^2 - 24x - 16 = 0.$$