

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра|
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. 1.)

Позначим 1-ю цифру десятизначного числа за a_1 , 2-ю — за a_2 , 3-ю — за a_3 , ..., 8-ю — за a_8 .
 $700 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$, тогда чтобы произведение цифр десятизначного числа равнялось 700, то в искомым числах должно содержаться 2-е двойки, 2-е пятёрки, 2-е семёрки, оставшиеся ~~не~~ единицы или 1 четвёрка, 2-е пятёрки, 2-е семёрки.

1. Сл. в числе 2-е двойки: 1-ю позицию можно вводить 8 способами, 2-ю — 7-ю, нам важен порядок по-этому делим на 2, для 2-х пятёрок: 1-ю — 6-ю способами, 2-ю — 5-ю и делим на 2, для 4-ки выберем любую из оставшихся 4-х: $\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$.
 2. Сл. в числе 1-а четвёрка: для пятёрок: $\frac{8 \cdot 7}{2}$, для 4-ки: 6, для 7-ки: 5. Итого: $\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840$.
 Всего способов $1680 + 840 = 2520$.

Ответ: 2520.

№3. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$. Возведём в квадрат:

$$\left(\frac{x^2}{2} + 6x + 18\right) \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x^2 + 10x + 24)^2 = (x+4)^2 \cdot (x+6)^2$$

$$\frac{(x+6)^2}{2} \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x+4)^2 \cdot (x+6)^2 \quad | \cdot 2$$

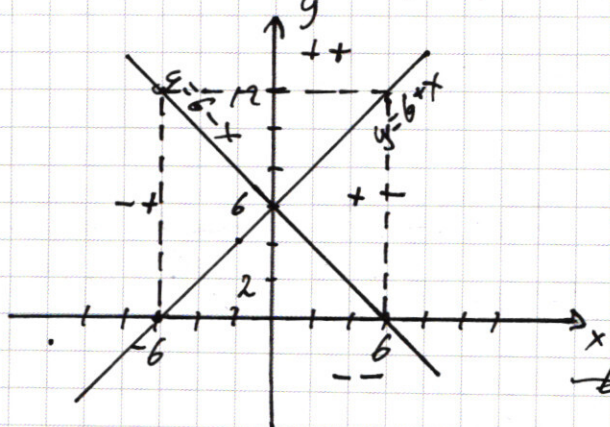
$$(x+6)^2 \cdot (x^3 - 4x + 80 - 2(x+4)^2) = 0$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 2x^2 - 20x + 48) = 0. \text{ Заметим, что } x=4 \text{ — корень, тогда}$$

$$(x+6)^2(x-4)(x^2+2x-12)=0. \text{ Тогда } \begin{cases} x=-6 \\ x=4 \\ x=-1-\sqrt{3} \\ x=-1+\sqrt{3} \end{cases}. \text{ Проверим}$$

все возможные решения, подставив их в исходное уравнение: 1. при $x=-6$ подкоренное выражение меньше 0 $\Rightarrow x=-6$ не подходит. 2. при $x=4$ левая часть подкоренного выражения >0 , левая и правая часть ур-я поочередно $\Rightarrow x=4$ подходит. 3. при $x=-1-\sqrt{3}$: $x(x^2-4)+80$ подставим $x=-1-\sqrt{3}$: $-1-\sqrt{3} \cdot (10+2\sqrt{3})+80 = -10-2\sqrt{3}-10\sqrt{3}+26+80 = -12\sqrt{3}+44 = 4(11-3\sqrt{3})$. $3\sqrt{3} > 11$, т.к. $9 \cdot 13 = 127 > 121 \Rightarrow x=-1-\sqrt{3}$ не подходит. 4. при $x=-1+\sqrt{3}$ подкоренное выражение больше 0, левая и правая часть уравнения больше 0, отрицательно $\Rightarrow x=-1+\sqrt{3}$ подходит. Ответ: $x=4$ или $x=-1+\sqrt{3}$

~6. $\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$. Рассмотрим 1-е уравнение; оно задает квадрат со стороной 12 и центром в $+(0;6)$. Рассмотрим функции



и модули:

при $y > 6+x$ и $y > 6-x$

$$++ : y-6-x+y-6+x=12 \Leftrightarrow y=12$$

$$-+ : y-6-x-y+6-x=12 \Leftrightarrow x=6$$

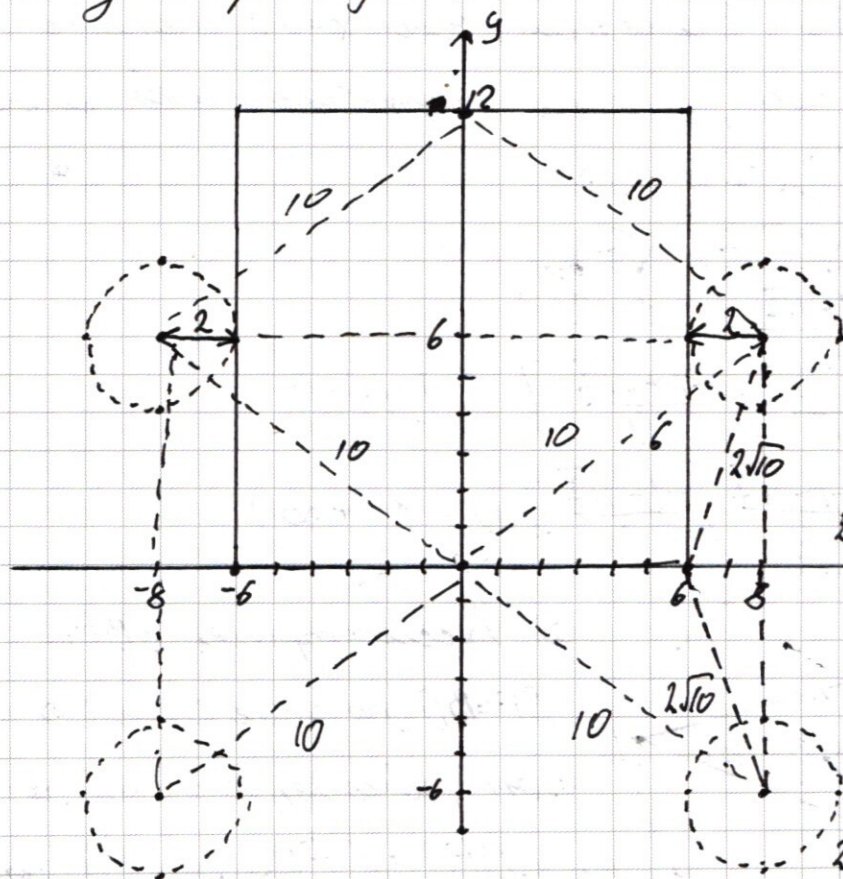
Вспомогательные функции

$$+- : x=6 \text{ и } -- : y=0.$$

Рассмотрим 2-е уравнение: 1. при $a < 0$: система не имеет решений. 2. при $a=0$: получается 4-е точки

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

II. с координатами $(8;6)$; $(-8;-6)$; $(-8;6)$; $(8;-6)$. 3. при $a > 0$ получается 4 окр с центрами в точках $(8;6)$; $(-8;-6)$; $(-8;6)$; $(8;-6)$, с радиусами $\sqrt{a}$. Когда $a > 36$, то некоторые части некоторых из окружностей выйдут за пределы квадрата.



А Пусть R - радиус
всех окр., тогда
 $0 < R < 2$: 2 рещ

$R = 2$: 2 рещ

$2 < R < 2\sqrt{10}$: 2 рещ

При $R = 2\sqrt{10}$ 2 рещ

окр. касаются квадрата,

$2\sqrt{10} < R < 10$
2 - вершины

станут пересекать

квадрат только по вершинам
и 2 касание по меньшей стороне. При $R = 10$:

2 рещ в т. $(0; 12)$ и $(0; 0)$.

При $R > 10$ - 0 рещ. $\begin{cases} \sqrt{a} = 2 \\ \sqrt{a} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 100 \end{cases}$

Ответ: $a = 4$ или $a = 100$

$$\text{н 4. } 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 | + 4 \geq 0$$

$$1. x \geq 2$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x - 2)^2 \geq 0$$

Заметим, что $2x^2 - 3x + 6 > 0$, тогда $x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2$ всегда $\geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ — решение подходит

2. $x < 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

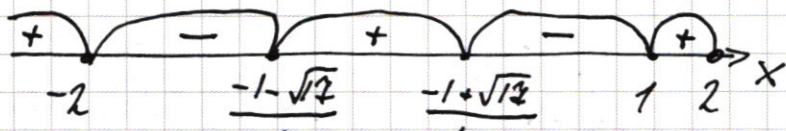
$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 2x^2 + 3x^3 - 3x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^2(x-1)(x+1) + 3x^2(x-1) - 4(x-1) \geq 0$$

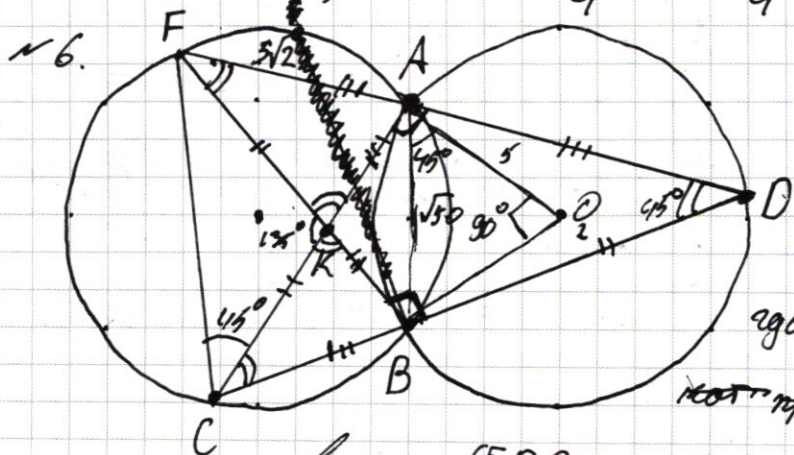
$$(x-1)(2x^2(x+1)+3x^2-4) \geq 0$$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4) \geq 0$. Заметим, что $x=-2$, корень уравнения $2x^3+5x^2-4$, тогда неравенство имеет вид: $(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2)$$

Answer: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$



a) Рассмотрим SBFD:

$$BF = BD \text{ (по условия)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ он равнобедренный, по-

если $\angle BFO = \angle FDB$, то PMT — рав.

~~Кот при котором всех умиб~~

равных FDB находится на 2-х данных окружностях $\Rightarrow F$ находится на окружности и опирается на радиальную ось 2-х данных окружностей. Рассмотрим АКВД:

$\angle KAD + \angle KBD = 180^\circ \Rightarrow \angle ADB + \angle AKB = 180^\circ$. Пусть $\angle ADB = \angle$, тогда $\angle AKB = 180 - \angle$, значит $\angle FKA = 180 - 180 + \angle = \angle \Rightarrow \angle FKA =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а b c d e f g h

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 700$$

$$\begin{array}{r} 700 \overline{) 2} \\ 350 \overline{) 2} \\ 175 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 35} \\ 25 \overline{) 35} \\ 7 \overline{) 14} \\ 1 \end{array}$$

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 100 \cdot 7 = 700$$

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1$$

$$\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 10 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 10 \cdot 42 \cdot 4 =$$

$$= 420 \times 4 = 1680 - 1 - 4$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ \times 4 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}, b_i > 0, i \in \mathbb{N}$$

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S$$

Если $b_3, b_6, b_9, \dots, b_{3000} \neq 50$, то $S \rightarrow 10S$

$b_2, b_4, b_6, \dots, b_{3000} \cdot 2$, то $S \rightarrow X S$

Всего $3 \cdot X = 3000$ $b_1 \left(\frac{q^n - q}{q - 1} \right)$

~~Хорошо~~ числа, которые $\neq 50$

$$3 \cdot X = 30 \quad 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30$$

$$X = 10$$

$$b_2 = q \cdot b_1, b_3 = q^2 \cdot b_1, \dots, b_{3000} = q^{2999} \cdot b_1$$

$$q^n - 1^n = (q - 1)(q^n + q^{n-1} + \dots + 1)$$

$$q^n + q^{n-1} + \dots + 1 = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$q^n + q^{n-1} + \dots + 1 = \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1} - 1 = \frac{q^{n-1} - 1 - q + 1}{q - 1} = \frac{q^{n-1} - q}{q - 1}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\left(\frac{x+3}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$$

$$x(x^2 - 4) \quad x(x^2 - 4) \quad x(x-2)(x+2) + 80$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= 1 - \sqrt{3}(1+3-2\sqrt{3}-4) = x^3 - 4x + 64 + 16$$

$$= -1 - \sqrt{3}(10 - 2\sqrt{3}) = x^3 + 4^3 - 4x + 16 \quad (x+4)(x^2 - 2x + 4) - 4(x+4) + 16$$

$$\hat{0} \quad \check{0} \quad (x+4)(x^2 - 2x + 4) - 4(x-4)$$

$$(x+4)(x-2)^2 - 4(x-4) \quad (x+4)(x^2 - 2x) + 16$$

$$x^3 - 16x + 12x + 80$$

$$x^3 - 36x + 32x + 80$$

0 =

$$x^2 + 10x + 24 = 0 \quad x^2 + 10x + 24 =$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 24 = 1 = (x+4)(x+6)$$

$$x_1 = -5 + 1 = -4$$

$$x_2 = -5 - 1 = -6$$

$$x^2(x+4) - 6x(x+4) + 4(x+4) = 0$$

$$x^3 + 4x^2 - 6x^2 - 24x +$$

$$-64 + 16$$

$$-6 \cdot -6 =$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array} \quad 3$$

$$-216 + 24 + 80$$

$$x \in (-\infty; -4] \cup [-6; +\infty)$$

$$\left(\frac{x^2}{2} + 6x + 18\right) \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x+4)(x+6)^2$$

$$\left(\frac{x^2 + 12x + 36}{2}\right) \cdot (x^3 - 4x + 80) = ((x+4)(x+6))^2$$

$$\frac{(x+6)^2}{2} \cdot (x^3 - 4x + 80) = 2(x+4)^2 \cdot (x+6)^2$$

$$27 - 18 - 60 + 48 =$$

$$= 9 - 60 + 48$$

$$\times (x+6)^2 (x^3 - 4x + 80 - 2(x^2 + 8x + 16)) = 0 \quad 64 - 32 - 80 + 48 =$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 4x + 80 - 2x^2 - 16x - 32) = 0 \quad = 16 + 64 - 80 = 0$$

$$\cancel{x^3 - 20x} \quad x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x+6)^2$$

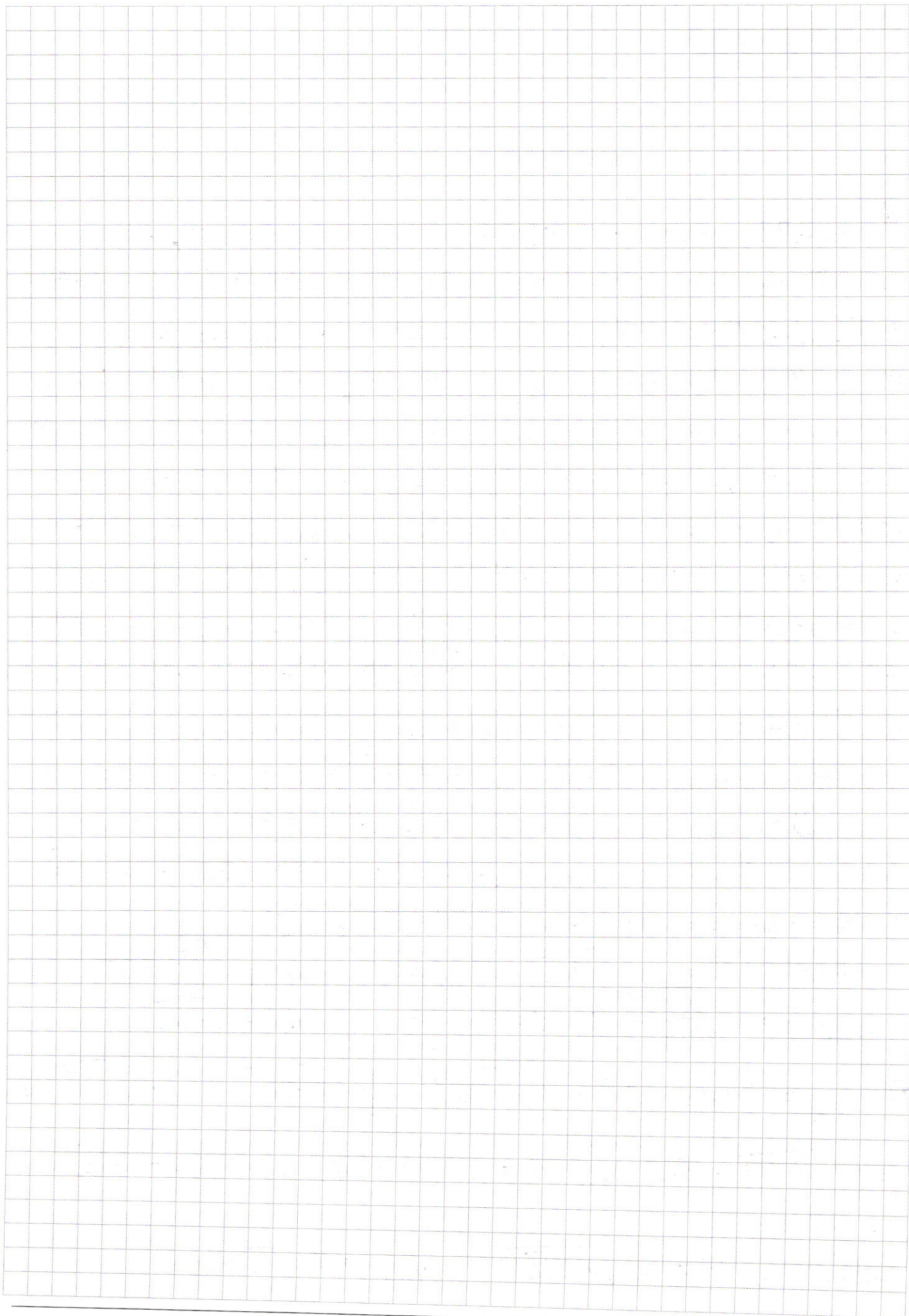
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

III) $\angle AOB$, значит $\triangle FKA$ - равнобедренный, также заметим, что $\angle FAK = \angle KAO = 90^\circ \Rightarrow \angle FKA = \angle AOB = \angle AFK = 45^\circ$. $\angle ACD = \angle KFA$, т.к. опирается на одну хорду $\Rightarrow \triangle CAD$ - равнобедренный $\Rightarrow CA = AD$, тогда $\triangle FBD$ рассмотрим центральным углом опирающимся на AB . Пусть s - 2-й окр - O_2 , тогда $\angle AO_2B = 90^\circ$. Распишем $AO = O_2D = 6$, то $\angle BAO = \angle OBA = 45^\circ$, значит $\angle KAB = \angle KBA = 45^\circ \Rightarrow KA = KB = CB = FA \Rightarrow CK = FK$. $AB = 5\sqrt{2}$. В $\triangle KAB$ по г. косинусов имеем $\frac{AB}{\sin 135^\circ} = \frac{KA}{\sin 45^\circ}$. Рассмотрим $\triangle FBD$: $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos 45^\circ = BD^2 + AF^2 - 2 \cdot BD \cdot AF \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow FF = AD$, тогда BA - гипотенуза в прямоугольном треугольнике. $AB = 5\sqrt{2} \Rightarrow \overset{FD}{KA} = 10\sqrt{2}$. Аналогично с $\triangle CAB$ и $\triangle FCD$: $FD = CD = 10\sqrt{2}$; $\angle FDC = 45^\circ$. По т. косинусов $CF^2 = 100 \cdot 2 + 100 \cdot 2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\sqrt{2}}{2} = 400 - 400 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 400 - 200\sqrt{2} = 200(2 - \sqrt{2})$. $CF = 10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$.

д) $FA = 5\sqrt{2}$; $FC = 10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$, $\angle FCA = 45^\circ$, тогда $\frac{FA}{\sin 45^\circ} = \frac{FC}{\sin x}$
 $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{\sin x} \Rightarrow 1 = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{\sin x}$; $\sin x = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$.

В $S_{FAC} = \frac{1}{2} \cdot \sin x \cdot 5\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \cdot 10$
 $= (5\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \cdot 5 \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}) \cdot \sqrt{2} = 25(4 - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = (100 - 50\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 100\sqrt{2} - 50$.

Ответ: а) $CF = 10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$; д) $S_{FAC} = 100\sqrt{2} - 50$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} + b_1 + b_2 + b_4 + \dots + b_{2999} = S$$

$$50(b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}) + b_1 + b_2 + b_4 + \dots + b_{2999} = 10S$$

$$49(b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}) = 9S \quad b_1 + b_2 + b_4 + \dots + b_{2999} = \frac{40S}{49}$$

$$b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} = \frac{9S}{49}$$

$$2(b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000}) + b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{2999} = xS$$

$$(x+6)^2(x^3 - 2x^2 - 20x + 48) = 0 \quad (x+6)^2(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$64 - 32 - 80 + 48 = 64 + 16 - 80 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + 2x^2 - 8x - 12x + 48 = 0$$

$$x^2(x-4) + 2x(x-4) - 12(x-4) = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0 \quad x^2 + 2x - 12 = 0$$

~~$x+6$~~

$$D_{1/4} = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{13}$$

$$4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 10$$

$$x = -6: -216 + 24 + 80 \leq 0$$

$$x = 4: 64 - 16 + 80 > 0$$

$$x = -1 - \sqrt{13}: -125 + 20 + 48 = x_2 = -1 - \sqrt{13}$$

$$x = -1 + \sqrt{13}: > 0$$

$$-1 - \sqrt{13}$$

$$-1 + \sqrt{13} < 4 \Rightarrow \text{подходит}$$

$$-125 + 20 + 48 = x_2 = -1 - \sqrt{13}$$

$$= -5$$

$$\begin{array}{r} 28 \times 24 \\ 7 \times 2 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$12\sqrt{13} \quad 44$$

$$144 \cdot 13$$

$$4 \mid 3\sqrt{13} \quad \checkmark 11$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 9 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$2 \quad 9 \cdot 13 \quad \checkmark 121$$

$$4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 10$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 4 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 168 \\ 84 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$1 + 13 + 2\sqrt{13} - 4 = 10 + 2\sqrt{13}$$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} y = 6+x \\ y = 6-x \end{matrix}$$

$$|1-6-1| + |1-6+1| = 6+4=10$$

$$y=0 \quad x=1$$

$$|-6-1| + |-6+1| =$$

$$= 7+5$$

$$y=0 \quad x=6$$

$$|-6-6| + |0| = 12$$

$$y=0 \quad x=7$$

$$y=1 \quad x=7$$

$$|-6-7| + |1|$$

$$|1-6-7| + |1-6+7| =$$

$$= |-5-7| + |-5+7| = -12$$

$$y=1 \quad x=5$$

$$|1-6-5| + |1-6+5| = 0$$

$$-5-5 + -5+5$$

$$y=-1 \quad x=7$$

$$x-1-6-7$$

$$x+y+x-y=2x$$

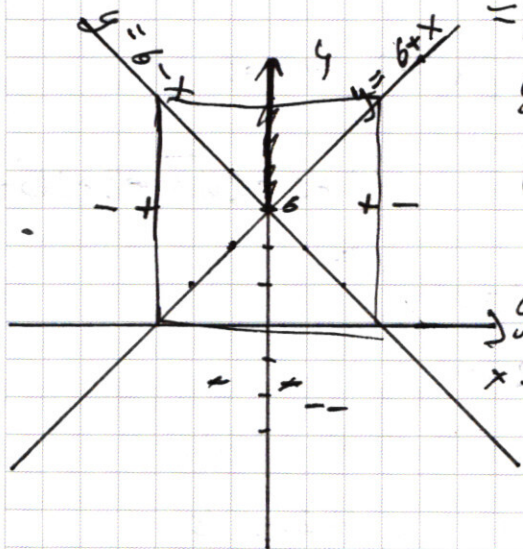
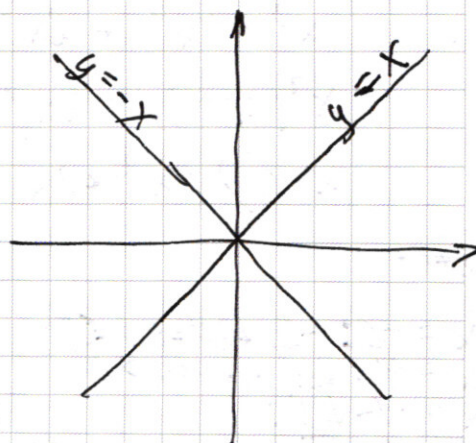
$$x=0 \quad y=6$$

$$6-6$$

$$6-6$$

$$|x+y| + |x-y|$$

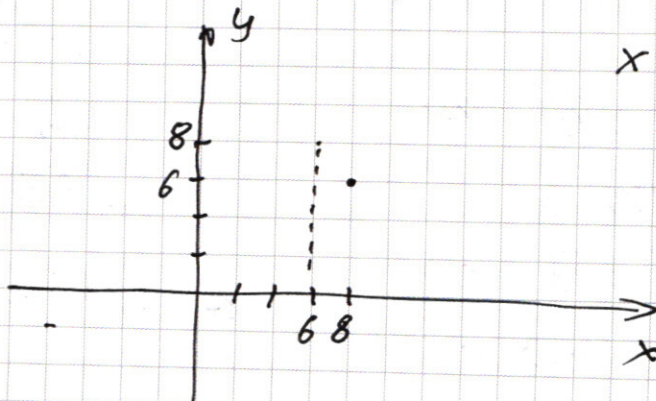
$$y=-x$$



$$y-6-x+y-6+x = 2y-12 = 12 \Leftrightarrow y=12$$

$$y-6-x-y+6-x = -2x = 12 \Leftrightarrow x=-6 \quad (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9$$

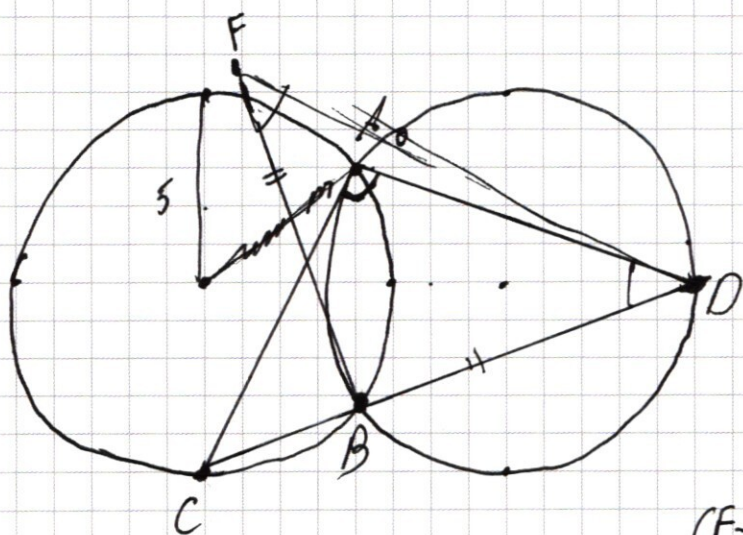
$$x > 0 \text{ и } y > 0$$



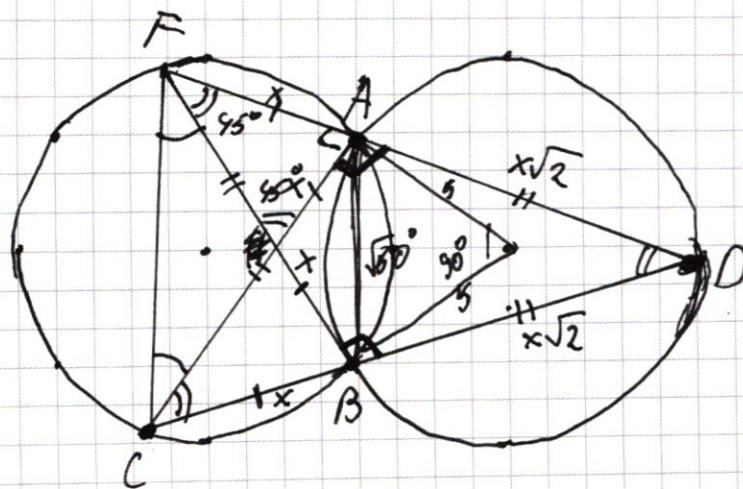
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} = \frac{85}{49}$$

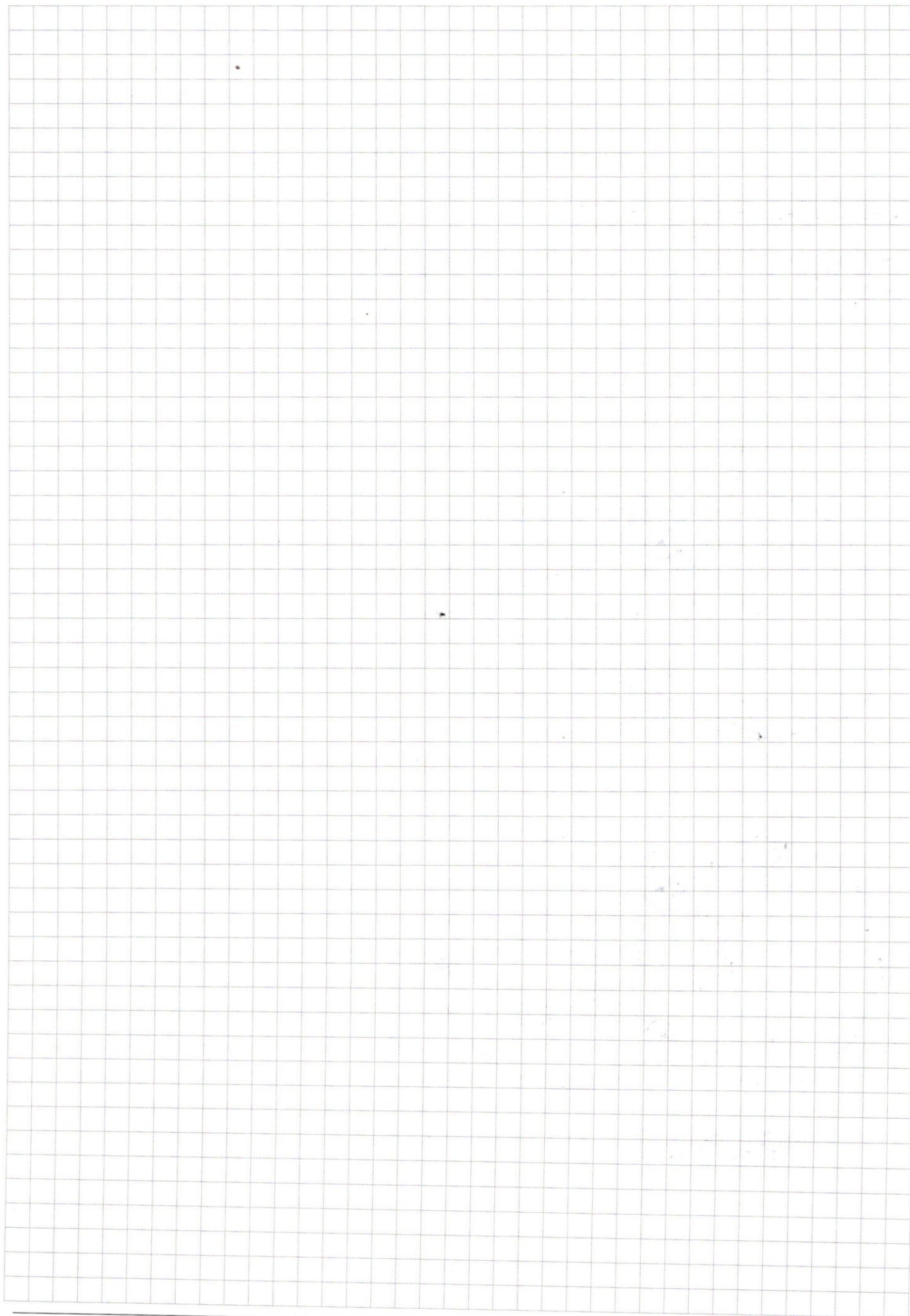
$$(b_1 + b_2) + (b_4 + b_5) + (b_7 + b_8) + \dots + (b_{2998} + b_{2999}) = \frac{405}{49}$$



CF-?



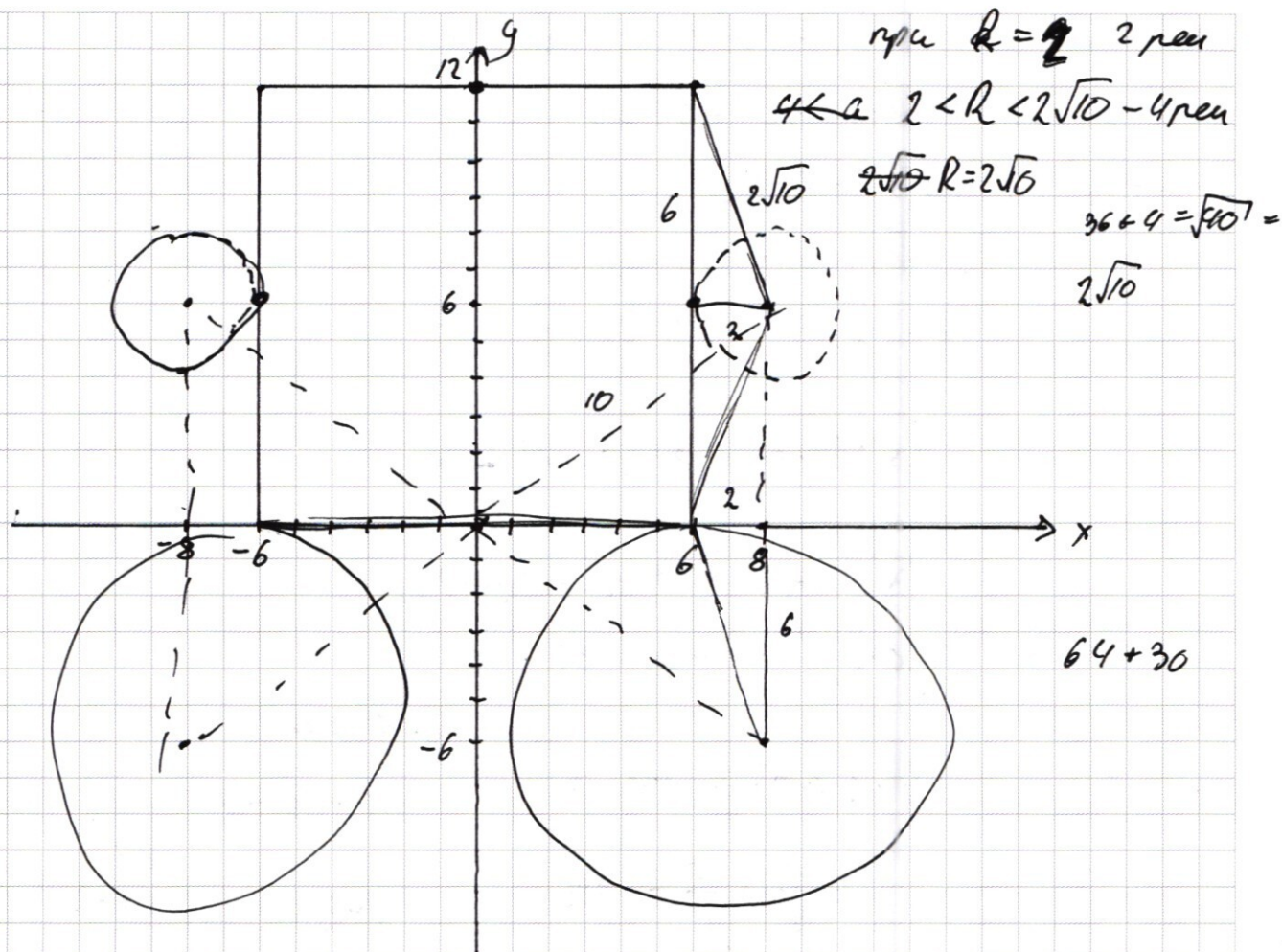
$$\sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2x^4 + x^2 - 9x - 3x^2 / x - 2 / + 9 \geq 0$$

$x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 7x^2 - 3x^3 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x^2 - 4x + 4$$

$$\sqrt{2} x^2 \cdot 2 \cdot x \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$x^2(2x^2 - 3 + 6) + x^2 - 9x + 4$$

$$Q = 9 -$$

$x = 1:$

$$2 - 3 + 7 - 9 + 4$$

$x = -1:$

~~2 + 3~~

$x = 2$

$$32 - 24 + 18 - 8 + 4$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^2(x^2 - 1) + 3x^2(x - 1) - 4(x - 1) \geq 0$$

$$2x^2(x+1)(x-1) + 3x^2(x-1) - 4(x-1) \geq 0$$

$$(x-1)(2x^2(x+1) + 3x^2 - 4) \geq 0$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

$$4x^2 - 4 = 4(x-1)(x+1)$$

$$2x^3 + x^2 = x^2(2x+1)$$

$$2x^2(x+1) + 3(x^2 - 1) + 1$$

$$2x^2(x+1) + 3(x-1)(x+1) - 1$$

$$(x+1)(2x^2 + 3x - 3) - 1$$

$$\frac{1}{8} \cdot 2 + 5 \cdot \frac{1}{4} - 4 =$$

$$2 \cdot 8 + 5$$

$$-16 + 20 - 4$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{5}{4} - 4 =$$

$$x+2$$

$$x=1$$

$$x=-2$$

$$= \frac{6}{4} - 4 < 0$$

$$2x \cdot 2x^2(x+2) + x(x+2) - 2(x+2) = 0$$

$$2x^3 + 4x^2 + x^2 + 2x - 2x - 4$$

$$b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000}$$

$$b_6 + b_{12} + b_{18} + \dots + b_{3000} = \frac{95}{49} - b_3 + b_9 + b_{15} - b_{21} + \dots$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$-2 < x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} < \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} < 1$$

$$-1 \cdot 2 \cdot (-2) > 0$$

$$-11 \cdot (-8)$$