МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16, \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$4900 = 2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7$

Значит число, произведение цифр которого равно 4900, должно состоять из цифр: 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7 или 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7 ($2\cdot2=4$, другие произведения не подходят, т.к. их значение ~~больше~~ ≥ 10)

I. Найдём кол-во чисел с набором цифр 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7:

$8!$ - общее кол-во перестановок.

$\frac{8!}{2^4}$ - кол-во с учётом перестановок одинаковых цифр.

$\frac{8!}{2^4} = \frac{40320}{16} = 2520$

II. Найдем кол-во чисел с набором цифр 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7:

$8!$ - общее кол-во перестановок.

$\frac{8!}{2^2\cdot6}$ - кол-во с учётом перестановки одинаковых цифр (3 "1" можно переставлять 6-ю способами)

$\frac{8!}{2^2\cdot6} = \frac{40320}{4\cdot6} = 1680$

Таким образом, общее кол-во чисел равно:

$2520 + 1680 = 4200$

Ответ: 4200.

№2. ~~Если~~ все члены положительны $\Longleftrightarrow b_1 > 0,\ q > 0$

1) Пусть b_1 - I член г. п., q - её знаменатель. Тогда $S = b_1 \cdot \frac{(q^n-1)}{q-1}$.

2) Пусть S_3 - сумма всех членов с номерами, кратными 3. То-

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

для её можно представить, как сумму г. п. с первым членом $b_3 = b_1 \cdot q^2$ и знаменателем q^3:

$S_3 = b_1 \cdot q^2 \, \frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$

3) По условию задачи имеем:

$5S = (S - S_3) + 40 S_3 = S + 39 S_3$,

$39 S_3 = 4S$

$39 \cancel{b_1} q^2 \frac{\cancel{(q^{3000}-1)}}{q^3-1} = 4 \cancel{b_1} \frac{\cancel{(q^{3000}-1)}}{q-1}$

$39 \frac{q^2}{\cancel{(q-1)}(q^2+q+1)} = \frac{4}{\cancel{(q-1)}}$

$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$

$35q^2 - 4q - 4 = 0$

$D = 16 + 560 = 576 = 24^2$

$\left[\begin{array}{l} q = \frac{4+24}{70} = \frac{28}{70} = 0,4 \\ q = \frac{4-24}{70} \end{array}\right.$ – ~~не~~ подходит, т. к $q > 0$ – из усл.

Значит $q = 0,4$.

4) Пусть S_2 – сумма всех членов, стоящих на чётных местах. Тогда её можно представить, как сумму г. п. с первым членом $b_1 q$ и знаменателем q^2:

$S_2 = b_1 \cdot q \cdot \frac{(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

5) По условию задачи имеем:

$x \cdot S = (S - S_2) + 3 S_2 = S + 2 S_2$

$(x-1) \cdot S = 2 S_2$

$(x-1) \cdot \cancel{b_1} \cdot \frac{\cancel{(q^{3000}-1)}}{(q-1)} = 2 \cancel{b_1} q \frac{\cancel{(q^{3000}-1)}}{q^2-1}$

$(x-1) = \frac{2q}{q+1}$

$x = \frac{2q}{q+1} + 1 = \frac{3q+1}{q+1}$

$x = \frac{3 \cdot 0,4 + 1}{0,4+1} = \frac{2,2}{1,4} = \frac{11}{7} = 1\frac{4}{7}$.

Значит, S увеличится в $1\frac{4}{7}$ раза. Ответ: увеличится в $1\frac{4}{7}$ раза

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3.

• $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40,$

1) $\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{x+10}{2\sqrt{2}}$

2) $x^2+6x-40 = (x+10)\cdot(x-4)$

$x^2+6x-40=0,\ D = 36+160 = 196 = 14^2,\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{-6+14}{2} = 4 \\ x = \frac{-6-14}{2} = -10 \end{array}\right.$

• $\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)\cdot(x+10),$

$\boxed{x=-10}$ - корень, убеждаемся устной проверкой

• $\frac{\sqrt{x^3-64x+200}}{2\sqrt{2}} = x-4, \quad (x-4 \geq 0)$

• $x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$

• $x^3-8x^2+72=0$

	1	-8	0	72
6	1	-2	-12	0

$\boxed{x=6}$ - корень ур-я

• $(x-6)\cdot(x^2-2x-12)=0$

$x^2-2x-12=0,\ D = 4+48 = 52 = (2\sqrt{13})^2$

$\left[\begin{array}{l} \boxed{x = \frac{2+2\sqrt{13}}{2} = 1+\sqrt{13}} \\ x = \frac{2-2\sqrt{13}}{2} = 1-\sqrt{13} \text{ - не подходит, т.к } x \geq 4 \end{array}\right.$

Значит, корни ур-я: $x=-10$, $x=6$, $x=1+\sqrt{13}$.

Ответ: $-10;\ 1+\sqrt{13};\ 6.$

N4

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geq 0$

I. $x < -2.$

$4x^4+x^2+4x+5x^3+10x^2+4\geq 0$

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4\geq 0$

Разложим выражение в левой части неравенства с помощью метода неопределённых коэффициентов:

$(ax^2+bx+c)\cdot(dx^2+ex+f)=adx^4+aex^3+afx^2+bdx^3$
$+bex^2+bfx+cdx^2+cex+cf=x^4\cdot ad+x^3(ae+bd)+$
$+x^2\cdot(af+be+cd)+x(bf+ce)+cf=4x^4+5x^3+11x^2+4x+4$

$\begin{cases} ad=4 \\ ae+bd=5 \\ af+be+cd=11 \\ bf+ce=4 \\ cf=4 \end{cases}$ Пусть $a=1,\ d=4,\ c=2,\ f=2$. Тогда $\begin{cases} e+4b=5 \\ be=1 \\ 2b+2e=4 \end{cases}$ $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \\ d=4 \\ e=1 \\ f=2 \end{cases}$

Устной проверкой убеждаемся, что:

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4=(x^2+x+2)(4x^2+x+2)$

$(x^2+x+2)\cdot(4x^2+x+2)\geq 0$

Т.к. $x^2+x+2=0$, $D<0$, $a>0$, то $x^2+x+2>0$ при $\forall x$

Аналогично $4x^2+x+2>0$ при $\forall x$.

Значит, $4x^4+5x^3+11x^2+4x+4\geq 0$ при $\forall x$

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0$ при $x\in(-\infty;-2)$.

II. $x\geq -2$.

$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4\geq 0$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4\geq 0$

$(x+1)\cdot(4x^3-9x^2+4)\geq 0$

$(x+1)\cdot(x-2)\cdot(4x^2-x-2)\geq 0$

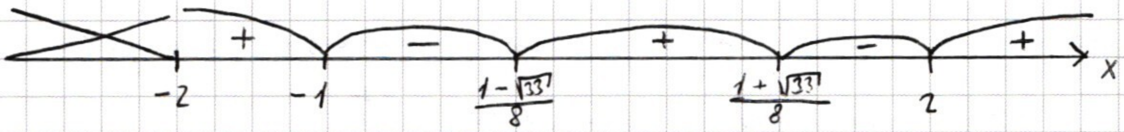
$$\begin{array}{r|l} 4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 & x+1 \\ \hline -\ 4x^4+4x^3 & 4x^3-9x^2+4 \\ -9x^3-9x^2 & \\ -\ -9x^3-9x^2 & \\ 4x+4 & \\ -\ 4x+4 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^3-9x^2+4 & x-2 \\ \hline -\ 4x^3-8x^2 & 4x^2-x-2 \\ -x^2+4 & \\ -\ -x^2+2x & \\ -2x+4 & \\ -\ -2x+4 & \\ 0 & \end{array}$$

$4x^2-x-2=0$, $D=1+32=33$

$x=\frac{1+\sqrt{33}}{8}$ $x=\frac{1-\sqrt{33}}{8}$

$(x+1)\cdot(x-2)\cdot\left(x-\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\cdot\left(x-\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)\geq 0$



$x\in[-2;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty)$.

$$\left\{\begin{array}{l} x\in(-\infty;-2) \\ x\in[-2;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty) \end{array}\right.$$

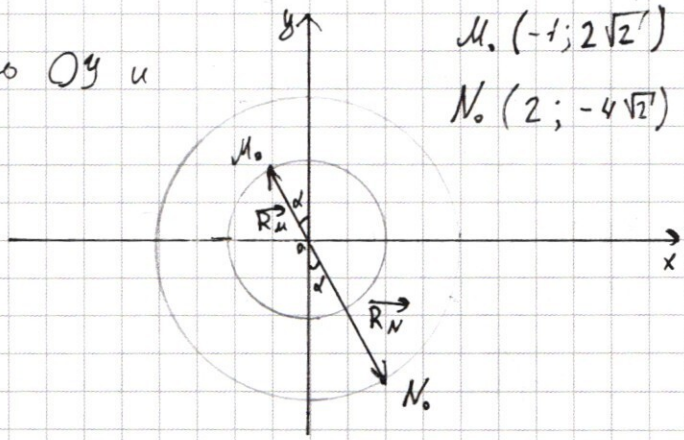
$x\in(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty)$.

Ответ: $(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty)$.

N 5.

$M_0(-1;2\sqrt{2})$

$N_0(2;-4\sqrt{2})$



1) Найдем углы между осью Oy и радиус-векторами

$\sin(\widehat{\vec{R_M};Oy})=\frac{1}{3}$

$\sin(\widehat{\vec{R_N};Oy})=\frac{1}{3}$

Значит $(\widehat{\vec{R_N};\vec{R_M}})=\pi$.

2) $R_M=3$, $R_N=6$

$V_M=2{,}5\,V_N$

$\Downarrow$

$W_M=5\,W_N$

3) Кратчайшее расстояние - отрезок радиуса. То есть, радиус-вектора должны лежать в одной четверти и образовывать равные углы с осями.

4) Первая встреча произойдёт, когда песчарь пройдёт $\frac{\pi}{4}$.

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4-\sqrt{2}}{6}$

(т.к песчарь перейдет в другую четверть)

$N_1 = (-4+\sqrt{2}; -4-\sqrt{2})$

$x_1 = -R_N \cdot \sin\alpha = -\left(6 \cdot \frac{4-\sqrt{2}}{6}\right) = -4+\sqrt{2}$

$y_1 = -R_N \cdot \cos\alpha = -\left(6\,\frac{4+\sqrt{2}}{6}\right) = -4-\sqrt{2}$

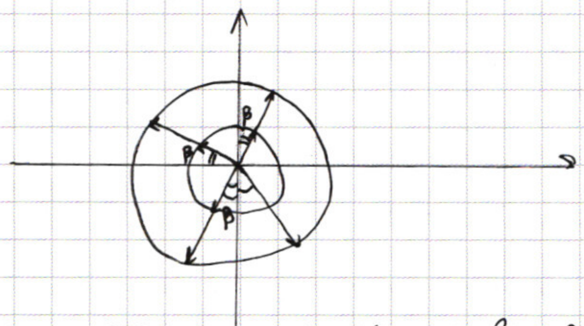
$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \sqrt{1-\frac{18-8\sqrt{2}}{36}} = \sqrt{\frac{18+8\sqrt{2}}{36}} = \sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})^2}{36}} = \frac{4+\sqrt{2}}{6}$

4) Теперь можем представить, что после первой встречи их разделяет 2π. Значит, их вторая встреча произойдёт, когда пескарь проплывёт $\frac{\pi}{2}$.

$N_2 = (-4-\sqrt{2}; 4-\sqrt{2})$

$x_2 = -(R_N \cdot \cos\alpha) = -4-\sqrt{2}$

$y_2 = R_N \cdot \sin\alpha = 4-\sqrt{2}$



при переходе между четвертями углы после I встречи сохраняются, т.к они встречаются каждые $\frac{\pi}{2}$

5) Аналогично

$x_3 = R_N \cdot \sin\alpha = 4-\sqrt{2}$

$y_3 = R_N \cdot \cos\alpha = 4+\sqrt{2}$

$N_3 = (4-\sqrt{2}; 4+\sqrt{2})$

$x_4 = R_N \cdot \cos\alpha = 4+\sqrt{2}$

$y_4 = -(R_N \cdot \sin\alpha) = -4+\sqrt{2}$

$N_4 = (4+\sqrt{2}; \sqrt{2}-4)$

$x_5 = -(R_N \cdot \sin\alpha) = -4+\sqrt{2}$

$y_5 = -(R_N \cdot \cos\alpha) = -4-\sqrt{2}$

Ответ: $(-4+\sqrt{2}; -4-\sqrt{2})$, $(-4-\sqrt{2}; 4-\sqrt{2})$, $(4-\sqrt{2}; 4+\sqrt{2})$, $(4+\sqrt{2}; -4-\sqrt{2})$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4900	2
2450	2
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

1225 | 5
-10 → 245
22
-20
25
-25
0

1122 55 77

1114 5577

11145577

$\frac{8!}{2^4}$

$\frac{8!}{2^2 \cdot 6}$

1, 2, 4, 5, 7.

$\frac{8!}{2^4} + \frac{8!}{2^2 \cdot 6} =$

$5! = 120$

$6! = 720$

$7! = 5040$

$8! = 40320$

$720 \times 7 = 5040$

$5040 \times 8 = 40320$

40320 | 16
-32 → 2520
83
-80
32
-32
0

40320 | 4
-4 → 10080
032
32

10080 | 6
-6 → 1680
40
-36
48

$2520 + 1680 = \boxed{4200}$

123
213
231
132
312
321

2520 + 1680 =

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$b_1 > 0 \quad q > 0$

$S = b_1 \cdot (1 + q + q^2 + \dots + q^{2999})$

$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$

$5S = b_1 \cdot (1 + q + q^2 + q^4 + q^5 + \dots + q^{2999})$

$+ 40 b_1 (q^3 + q^6 + \dots + q^{2997})$

$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^n$

$b_1 (1 + q + q^2 + \dots q^n)$

$n = 3 \quad b_1 = 2 \quad q = 2$

$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

$S = \frac{2 \cdot 7}{1} = 14$

$5S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q-1} - \frac{b_1 q^2 (q^{2997} - 1)}{q^3 - 1}$

$2 + 4 + 8 = 14$

$+ 40 \frac{b_1 q^2 (q^{2997} - 1)}{q^3 - 1}$

$b_3 = b_1 q^2$

$b_6 = b_1 q^5$

$b_9 = b_1 q^8$

$x \cdot S = \frac{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$b_1 = b_1 q^2$

$q = q^3$

$+ 3 \cdot \frac{b_1 q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$\frac{b_1 q^2 \cdot (q^{2997} - 1)}{q^3 - 1}$

$4S = 39 \frac{b_1 q^2 \cdot (q^{2997} - 1)}{q^3 - 1}$

$(x-1)S = + 2 \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$2999 : 3 = 999$

$\frac{4}{x-1} = \frac{39 q (q^{2997} - 1)(q^2 - 1)}{2 (q^{3000} - 1)(q^3 - 1)}$

$S_4 = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$b_1 = b_1 q$

$q = q^2$

~~$q^{3000} - q^{2997} - q^3 + 1$~~

$q^{3000} - 1 = q^3 (q^{2997} - 1) + q^3 - 1$

$q^{3000} - 1 : q^{2997} - 1 = q^3$, остаток $q^3 - 1$

~~$q^{3000} - 1 = (q^{2997} - 1) \cdot (q^3 - 1)$~~

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$

$x < -2$

$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$

$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$4x^4 + 4x^3 + x^3 + x^2 + 10x^2 + 10x - 6x - 6 + 10 \geq 0$

	4	5	11	4	4
-2	4	-3	17	-30	
-3	4	-7	32	-92	
-1	4	1	10	-6	
-0,5	4	3	9,5		
-0,25	4	4	10	1,5	

~~$4x^4 + 5x...$~~

$(ax^2 + bx + c)\cdot(dx^2 + ex + f) =$

$adx^4 + aex^3 + afx^2 + bdx^3 + bex^2$

$+ bfx + cdx^2 + cex + cf =$

$adx^4 + x^3(ae + bd) + x^2(af + be + cd)$

$+ x\cdot(bf + ce) + cf$

$ad = 4$

$ae + bd = 5$

$af + be + cd = 11$

$bf + ce = 4$

$cf = 4$

$a = 1$ $d = 4$ $c = 2$ $f = 2$

$2 + 8 + be = 11$

$b = 1$ $e = 1$

$e = 1$ $b = 1$

$1 +$

~~$4x^4 + 4x + 4 \geq 5x^2|x+2| - x^2$~~

~~$4(x^4 + x + 1) \geq x^2(5|x+2| - 1)$~~

$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = (x^2 + x + 2)\cdot(4x^2 + x + 2)$

$a = 1$
$b = 1$
$c = 2$
$d = 4$
$e = 1$
$f = 2$

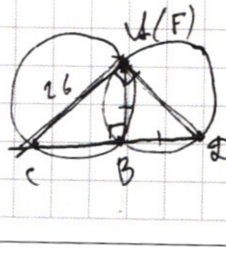
$(x^2 + x + 2) \cdot (4x^2 + x + 2) \geq 0$

$D < 0$ $\quad$ $D < 0$

$\begin{cases} \boxed{\forall x} \\ x < -2 \end{cases}$

$\boxed{x \in (-\infty; -2)}$

$R = 13$



$x \geq -2$

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$

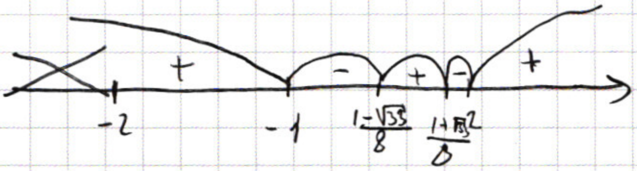
$(x+1)\cdot(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$

$(x+1)\cdot(x-2)\cdot\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\cdot\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0$

$32 - 36$

$$\begin{array}{l|l} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 & x+1 \\ \hline -\,4x^4 + 4x^3 & 4x^3 - 9x^2 + 4 \\ \quad -9x^3 - 9x^2 & \\ -\,-9x^3 - 9x^2 & \\ \quad 4x + 4 & \end{array}$$

$4x^3 - 9x^2 + 4$



$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - 9x^2 + 4 & x-2 \\ \hline -\,4x^3 - 8x^2 & 4x^2 - x - 2 \\ \quad -x^2 + 4 & \\ -\,-x^2 + 2x & \\ \quad -2x + 4 & \\ \quad = & \end{array}$$

$4x^2 - x - 2 = 0$

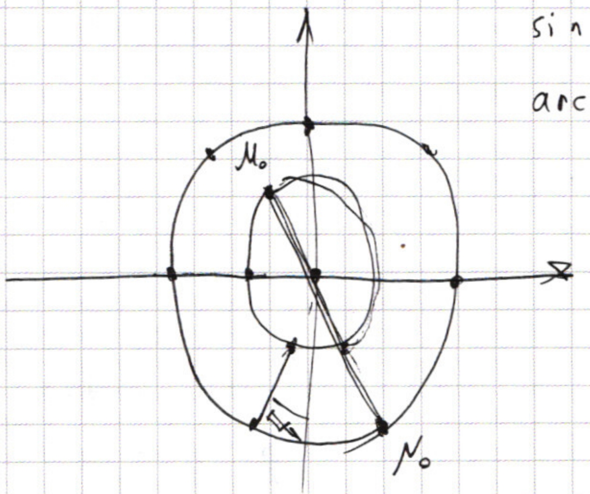
$D = 1 + 32 = 33$

$x = \frac{1+\sqrt{33}}{8}$

$x = \frac{1-\sqrt{33}}{8}$

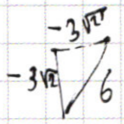
$\sin = \frac{1}{3}$

$\arcsin\frac{1}{3} \approx \frac{\pi}{4}$



$N - ?$

$\frac{\pi}{4}$



$M_0(-1; 2\sqrt{2})$ $\quad N_0(2; -4\sqrt{2})$

$R_N = 6 = 2R$ $\qquad w = \frac{v_N}{R_N} = \frac{v}{2R} = 0{,}5\frac{v}{R}$

$R_M = 3 = R$ $\qquad w = \frac{v_M}{R_M} = \frac{2{,}5v}{R} = 2{,}5\frac{v}{R}$

R $\qquad 2\pi \qquad 2\frac{v}{R}$

$v_N = v$

$v_M = 2{,}5v$

~~$\pi + 0{,}5w\cdot t = 2{,}5w\cdot t$~~ ~~$\pi = 2w\cdot t$~~

~~$\pi = 2w\cdot t$~~

~~$\frac{\pi}{t}$~~ ~~$\frac{2\pi}{8}$~~ $\frac{1}{6}$ ~~$w\cdot t = \frac{\pi}{2}$~~

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = b_1 \cdot \frac{(q^n - 1)}{q-1}$$

3000 $|^{2}$

1000

$$S_0 = b_1 \cdot \left(\frac{q^{3000}-1}{q-1}\right) = S$$

$$S_3 = b_1 q^2 \frac{(q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$5S = S + 39 \cdot b_1 q^2 \left(\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\right)$$

$$4 = \frac{39 \cancel{b_1} q^2 \cancel{\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}}(q^2+q+1)}{\cancel{b_1} \cdot \cancel{\frac{q^{3000}-1}{q-1}}} = \frac{39q^2}{q^2+q+1}$$

$$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 560 = 576 = 24^2$$

$$q = \frac{4 \pm 24}{70} = \frac{28}{70} = 0{,}4$$

$$S_2 = b_1 q \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^2-1}$$

$$(x-1)S = 2 b_1 q \frac{q^{3000}-1}{q^2-1}$$

$$(x-1)\ \cancel{b_1} \cdot \cancel{\frac{q^{3000}-1}{q-1}} = 2 \cancel{b_1} q \cancel{\frac{q^{3000}-1}{q^2-1}}$$

$$(x-1) = 2q \cdot \frac{1}{q+1}$$

$$x-1 = \frac{2q}{q+1} = \frac{0{,}8}{1{,}4} = \frac{4}{7}$$

$$x = 1\frac{4}{7}$$

$$= \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{4}$$

$4\sqrt{2}$

$$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{4}{6} = \frac{4-\sqrt{2}}{6}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\cos = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$24 \cdot 24 = 96 + 48 = 576$$

$$(36 - 16 - 2 + 8\sqrt{2})$$

$$\sqrt{18 + 8\sqrt{2}}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$$

$x^2+6x-40=0$

$D = 36+160 = 196 = 14^2$

$x = \frac{-6+14}{2} = 4$

$x = -10$

	1	0	-64	200
3	1	3	-166	
-3	1	-3	-55	
2	1	2	-60	
-2	1	-2	-60	
1,5	1	1,5		

$$\frac{\cancel{x+10}}{2\sqrt{2}}\sqrt{x^3-64x+200} = \cancel{(x+10)}\cdot(x-4)$$

$\boxed{x \neq -10}$

$$\frac{\sqrt{x^3-64x+200}}{2\sqrt{2}} = x-4$$

$x-4 \geq 0$

$\boxed{x \geq 4}$

$$\frac{x^3-64x+200}{8} = x^2-8x+16$$

$x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8x^2 - \cancel{64x} + 128$

$\boxed{x^3-8x^2+72=0}$

$\boxed{x=6}$

$49 \times 8 = 392$

$81 \times 9 = 729$

$x^2(x-8) = -72$

	1	-8	0	72
3	1	-5	-15	
-3	1	-11	33	

$81 \times 8 = 648$

$x^3-8x^2+72=0$

$343-392$

$216-288+72$

$16 \times 8 = 128$

$36 \times 8 = 288$

$$\begin{array}{l|l} x^3-8x^2+72 & x-6 \\ \underline{x^3-6x^2} & x^2-2x-12 \\ \quad -2x^2+72 & \\ \quad \underline{-2x^2+12x} & \\ \qquad -12x+72 & \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)