МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

Следовательно, чтобы произведении вин. цифр было 700 нужно чтобы число содержало множители из разложение 700 и единицы. Так мы получаем два возможных состава нужных чисел: 2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1 (1 случай) или 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1 (2 случай). Других цифр в числе быть не может, т.к. если там будут цифры отличные от 2, 4, 5, 7, 1 произведение не будет равно 700.

1 случай

Будем расставлять цифры 2, 2, 5, 5, 7, а на остальных местах ~~цифры~~ точно будут единицы. Т.к. порядок следования важен используем формулу размещений $A_n^k = \frac{n!}{k!}$ $A_8^5 = \frac{8!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6$, но т.к. есть повторяющиеся элементы (2, 5) разделим на 4 (т.к. две 2 и две 5)

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{4} = 84$

2 случай

Аналогично в этом случае расставляем цифры 4, 5, 5, 7, на ост. местах единицы. $A_8^4 = \frac{8!}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$. Повторяющийся элемент один (5), значит разделим на 2 $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 840$

$840 + 84 = 924$ ~~ст~~ числа всего

Ответ: 924

№2 Изначально: $S = S$, b, $q > 0$ (т.к. все положительны) $n = 3000$

$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

Чтобы получить сумму геом. прог., где каждый 3ий член увеличен на 50 нужно вычесть из начальной каждый 3ий член и затем прибавить сумму членов с номерами 3 увеличенными на 50

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

(продолжение №2)

S_2 (сумма членов с номерами $\vdots 3$ из начальной прогр.) $= \dfrac{b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1}$

первый член – b_3, знаменатель – q^3, $n = 3000 : 3 = 1000$

S_3 (сумма членов с номерами $\vdots 3$ увелич. на 50) $= \dfrac{50b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1}$

первый член – $50b_3$, знаменатель q^3 $n = 1000$

(если увеличить b_3 в 50 раз, то все остальные члены этой геом прогрессии будут также увеличены на 50, т.к. общая формула будет $b_n = 50b_3 \cdot q^{n-1}$)

S_4 (сумма, где каждый третий член увеличен в 50 раз)

$= S - S_2 + S_3 = \dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} - \dfrac{b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \dfrac{50b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 10S$ по условию

$\dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} + \dfrac{49b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 10\dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

$b_3 = b_1 \cdot q^2$

$\dfrac{49b_1 \cdot q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 9\dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$ $\quad : \dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \neq 0$ (т.к. $b_1 \neq 0$, $q \neq 1$)

$\dfrac{49q^2}{q^2+q+1} = 9$

$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$D = 1521 = 39^2$

$q_1 = -\dfrac{30}{80} = \dfrac{9-39}{2 \cdot 40}$ $\qquad q_2 = 0{,}6 = \dfrac{9+39}{2 \cdot 40}$

не подходит т.к. $q > 0$ $\qquad$ знаменатель начальной прогрессии

Чтобы получить сумму геом. прогр. где каждый второй член увеличен в 2 раза нужно из начальной вычесть сумму каждых 2ых членов и прибавить удвоенную

S_5 (сумма всех членов с чет. номерами $= \dfrac{b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

b_2 – первый член, q^2 – знаменатель $n = 1500$ – количество

S_6 (сумма всех членов с чет. номерами в 2 раза увеличенных) $= \dfrac{2b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

$2b_2$ – первый член, q^2 – знаменатель, $n = 1500$

S_7 (сумма геом. прогр. где каждый второй член в 2 раза больше)

$= S - S_5 + S_6 = \dfrac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} - \dfrac{b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \dfrac{2b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

продолжение №2

$b_2 = b_1 q$

$S_7 = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} + \frac{b_1 q(q^{3000}-1)}{q^2-1} = \underbrace{\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}}_{=S} \cdot \left(1+\frac{q}{q+1}\right) = S \cdot \frac{2q+1}{q+1}$

Если $q=0,6$, то $\frac{2q+1}{q+1} \cdot S = \frac{2,2}{1,6} \cdot S = \frac{11}{8} S = 1,375 S$

Следовательно, по сравнению с начальной S_7 в 1,375 раз больше

Ответ: увеличится в 1,375 раз

№3 $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4) \quad : x \neq -6$

$x^3-4x+80 \geq 0$

Если $x=-6$ $x^3-4x+80 = -216+24+80 < 0$, следовательно $x \neq -6$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x^3-4x+80} = x+4$

$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

Если $x=4$ $x^3-2x^2-20x+48 = 64-32-80+48=0$, следовательно $x=4$ - корень

Если $x=4$ $x^3-4x+80 = 64-16+80>0$, след. $x=4$ - корень уравнения с учетом области опред.

По формуле Горнера:

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	0

$x^3-2x^2-20x+48 = (x-4)(x^2+2x-12)=0$

$x^2+2x-12=0$

$D_1 = 1+12=13$

$x_1 = -1+\sqrt{13} \quad x_2 = -1-\sqrt{13}$

Если $x=-1+\sqrt{13}$, то $x^3-4x+80 = -1+3\sqrt{13}-39+13\sqrt{13}+4-4\sqrt{13}+80 = 12\sqrt{13}+44>0$

Если $x=-1-\sqrt{13}$, то $x^3-4x+80 = -1-3\sqrt{13}-39-13\sqrt{13}+4+4\sqrt{13}+80 = 44-12\sqrt{13} > 0$

$44 > 12\sqrt{13}$

продолжение №3

$11 > 3\sqrt{13}$

$121 > 117$

Следовательно $-1 \pm \sqrt{13}$ – являются корнями ур-я

Ответ: $4; -1 \pm \sqrt{13}$

№7 $\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & (2) \end{cases}$

Рассмотрим (2) Если $x \geq 0, y \geq 0$, то $(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$ – уравнение окружности с центром $\overset{O_1}{(8;6)}$ и $R = \sqrt{a}$ $(a \geq 0)$

Если $x > 0$ $y < 0$, то $(x-8)^2 + (y+6)^2 = a$ – ур-е окружности с центром в точке $\overset{O_2}{(8;-6)}$ и $R = \sqrt{a}$, $a \geq 0$

Если $x < 0$ $y > 0$, то $(x+8)^2 + (y-6)^2 = a$ – ур-е окружности с центром в точке $\overset{O_3}{(-8;6)}$ и $R = \sqrt{a}$ $a \geq 0$

Если $x < 0$ $y < 0$, то $(x+8)^2 + (y+6)^2 = a$ – ур-е окружности с центром в точке $\overset{O_4}{(-8;-6)}$ и $R = \sqrt{a}$, $a \geq 0$

Рассмотрим (1) $|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

Если $x = 0$ $|y-6| + |y-6| = 12$

$|y-6| = 6$

$\begin{cases} y > 6 \\ y = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} y < 6 \\ y = 0 \end{cases}$ – точки $(0;12)$ и $(0;0)$

Если $x > 0$, то $x+6 > -x+6$ $y = x+6$ $y = 6-x$ – нули подмод. выраж.

$$\overset{-}{} \underset{-x+6}{\circ} \overset{\mp}{} \underset{x+6}{\circ} \overset{+}{} \rightarrow y$$

$\begin{cases} y < -x+6 \\ -y+6+x-y+6-x = 12 & (2) \end{cases}$

(2): $-2y = 0$

$y = 0$

прямая $\parallel Ox$ (совпадает с Ox)

$\begin{cases} -x+6 \leq y \leq x+6 \\ -y+6+x+y-6+x = 12 & (2) \end{cases}$

(2): $x = 6$

прямая $\parallel Oy$

$\begin{cases} y > x+6 \\ y-6-x+y-6+x = 12 & (2) \end{cases}$

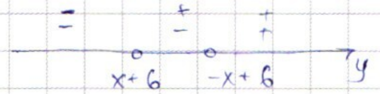
(2): $y = 12$

прямая $\parallel Ox$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

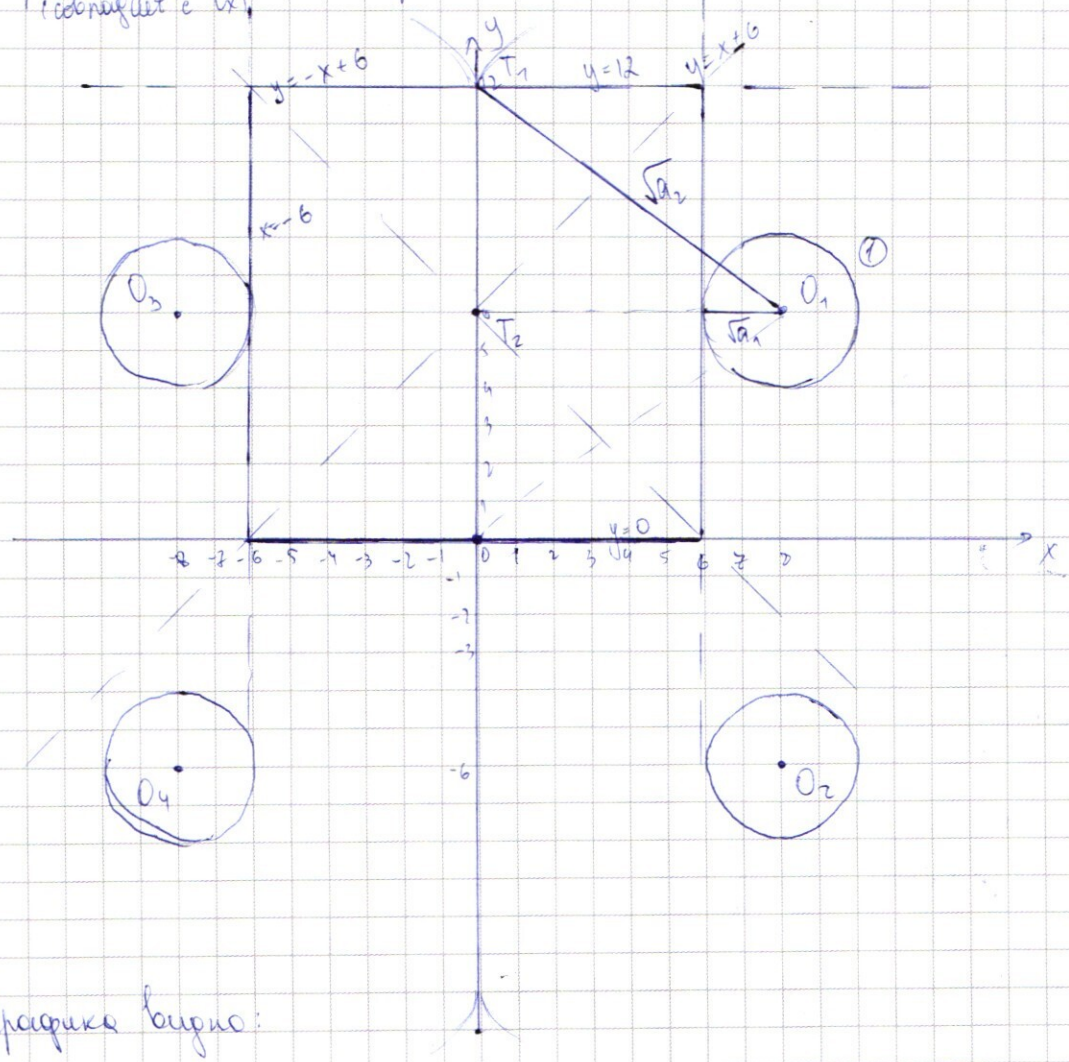
продолжение №7

Если $x<0$, то $-x+6 > x+6$, $y=-x+6$ $y=x+6$ - нули подмод. выраж.



$\begin{cases} y < x+6 \\ -y+6+\cancel{x}-y+6-\cancel{x}=12 \ (2) \end{cases}$ $\begin{cases} x+6 \le y \le -x+6 \\ y-\cancel{6}-x-\cancel{y}+\cancel{6}-x=12 \ (2) \end{cases}$ $\begin{cases} y > -x+6 \\ y-6+\cancel{x}+y-6+\cancel{x}=12 \ (2) \end{cases}$

(2): $y = \cancel{-12}\ 0$ прямая $\parallel Ox$ (совпадает с Ox). (2): $x=-6$ прямая $\parallel Oy$ (2): $y=12$ прямая $\parallel Ox$



Из графика видно:

При $a<2$ система не будет иметь решений

При $\sqrt{a}=2$ (1 случай) будет 2 точки пересечения графиков: $(6;6)$ и $(-6;6)$

продолжение №7

Затем графики будут иметь 4 ~~х~~ точки пересечения до момента когда графики не пересекутся в точках (0;0) и (0;12) - 2 случай

(2 случай) $\sqrt{a} = 10$ (по ~~ТП~~ т.е Пифагора из $\triangle T_1 O_1 T_2$)

При $a > 10$ графики не будут иметь общих точек

1 случай $\sqrt{a} = 2$ $a = 4$

2 случай $\sqrt{a} = 10$ $a = 100$

Ответ: $a \in \{4; 100\}$

№4 $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$x = 2$ - ноль подмодульного выражения

$x \leq 2$

$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = 0$

(найдем корни ур-я)

Если $x = 1$ $2 + 1 - 4 + 3 - 6 + 4 = 0$,

след. $x = 1$ - корень ур-я

разделим по схеме Горнера:

1	2	3	-5	-4	4
	2	5	0	-4	0

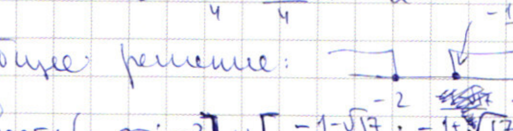
$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0$

Если $x = -2$, то $-16 + 20 - 4 = 0$, след. $x = -2$ - корень ур-я, разделим по схеме Горнера

-2	2	5	0	-4
	2	1	-2	0

$2x^2 + x - 2 = 0$ $D = 1 + 16 = 17$ $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

$(x-1)(x+2)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$



- с учетом $x \leq 2$ $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1\right)$

$x > 2$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$

$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$(x^2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot x^2\sqrt{2} \cdot \frac{3}{2\sqrt{2}}x + \left(\frac{3}{2\sqrt{2}}x\right)^2 + \frac{39}{8}x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$\underbrace{\left(x^2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}x\right)^2}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{39}{8}x^2}_{\geq 0} + \underbrace{(x-2)^2}_{\geq 0} \geq 0$

Следовательно данное нер-во верно всегда (при $x > 2$)

Общее решение:

Ответ: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

700	2
350	5
70	2
35	5
7	7
1	

$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

1,1,1,2,2,5,5,7 или 1,1,1,1,4,5,5,7

8 зн.

$\frac{1}{4} A_8^5 = \frac{8!}{4 \cdot 5!} = 14 \cdot 6 = 60 + 24 = 84$

$\frac{1}{2} \cdot A_8^4 = \frac{8!}{2 \cdot 4!} = 3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 = 21 \cdot 40 = 840$

$84 + 840 = \boxed{924}$

$\frac{3}{8}$

№2 1) b_1 $q > 0$ $S = S$ $n = 3000$

$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

2) $50 \cdot b_3$ q^3 $n = 1000$

$S_2 = \frac{50 b_3 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 10S$

$10S = S - S_3 + S_2$

3) b_3 q^3 $n = 1000$ $S_3 = \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$

$9S = \frac{49 b_3 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$

4) b_2 q^2 $n = 1500$

$S_4 = \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$0{,}6 + 1$

$1{,}2 + 1$

$9 \cdot \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = 49 b_1 \cdot q^2$

5) $2b_2$ q^2 $n = 1500$

$S_5 = \frac{2b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{2b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} =$

$= \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q + 1) + 2b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} =$

$9 = \frac{49q^2}{q^2 + q + 1}$

$= \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}(q + 1 + 2q) = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(3q + 1)}{q^2 - 1}$

$9q^2 + 9q + 9 = 49q^2$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$\frac{3q + 1}{q + 1} - ?$

$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ 117 \\ \hline 1521 \end{array}$

$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$

$q_{1,2} = \frac{9 \pm 39}{80} = \left[\begin{array}{l} -\frac{30}{80} \not> \\ \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \end{array} \right.$

$\frac{3q + 1}{q + 1} = \frac{3 \cdot 0{,}6 + 1}{0{,}6 + 1} = \frac{2{,}8}{1{,}6} = \boxed{\frac{7}{4}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№4 $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$x\geq 2$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4\geq 0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$32-16+28-8+4$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$3(x^4-x^3+x^2)+$

$3x^2(x^2-x+1)+4(x^2-x+1)-x^4$

$(3x^2+4)(x^2-x+1)-x^4\geq 0$

$>0 \quad >0 \quad >0$

$x<2$

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4\geq 0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

$x=1$ - корень

	2	3	-5	-4	4
1	2	5	0	-4	0

$(x-1)(2x^3+5x-4)\geq 0$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$ $\quad x^3-4x+80\geq 0$

$\sqrt{2}\left(\frac{x}{2}+3\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

$x=-6$ - корень

$x\neq 6$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x^3-4x+80}=x+4$

$216-24+80\geq 0$

6 - корень

$64-16+80\geq 0$

4 - корень

$\frac{1}{2}(x^3-4x+80)=x^2+8x+16$

$\frac{x^3}{2}-2x+40=x^2+8x+16$

$x^3-2x^2-4x-16x+80-32=0$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$64-32-80+48=0$

$x=4$ - корень

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	0

$x^2+2x-12=0$

$D_1=1+12=13$

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{13}$

$(-1+\sqrt{13})^3-4(-1+\sqrt{13})+80=$

$=-1+3\sqrt{13}-39+13\sqrt{13}+4-4\sqrt{13}+80=$

$=\quad 12\sqrt{13}+44>0$

$(-1-\sqrt{13})^3-4(-1-\sqrt{13})+80=$

$=-1-3\sqrt{13}-39-13\sqrt{13}+4+4\sqrt{13}+80=$

$=44-12\sqrt{13}$

$44-12\sqrt{13} \quad 0$

$11 \quad 3\sqrt{13}$

$121 \quad 117$

$9\cdot 13=90+27=117$

$-216+24+80<0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$x>2$ $\qquad$ $x\leq 2$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4$

$\cancel{2x^4-3x^3+7x^2-}$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=0$

$\frac{2}{16}-\frac{3}{8}+\frac{7}{4}-2+4$ $\qquad$ $\frac{1}{8}-\frac{3}{8}+\frac{14}{8}-2+4$

$\frac{1}{8}-\frac{3}{8}=-\frac{2}{8}=-\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}-2+4$

$32-24+28-8+4$

$\cancel{2x^4+x^2}$ $\quad 2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=0$

$2x^4-3x^3+6x^2+(x-2)^2=0$

$x^2(2x^2-3x+6)$

$D=9-48<0$

$2x^4-3x^3+6x^2$

$2x^2-3x+6$

$2x^4-2\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2\sqrt{2}}x^3+\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2x^2=$

$=\frac{9}{8}$

$\left(x^2\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{4}x\right)^2=$

$=2x^4-3x^3+\frac{9}{8}x^2$

$6-\frac{9}{8}=$ $\quad 5-\frac{1}{8}=$ $\quad \frac{39}{8}$

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4\geq 0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

$\boxed{(x-1)}(\cancel{2x^3+5x^2-4})$

1	2	3	-5	-4	4
	2	5	0	-4	0

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)\geq 0$

$2x^3+5x^2-4=0$ $\qquad \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}+\frac{5}{4}-4\neq 0$

$\boxed{x=-2}$

$-16+-4+20=0$

-2	2	5	0	-4
	2	1	-2	0

$2x^2+x-2=0$

$D_4=1+4\cdot 4=17$

$\boxed{x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}}$

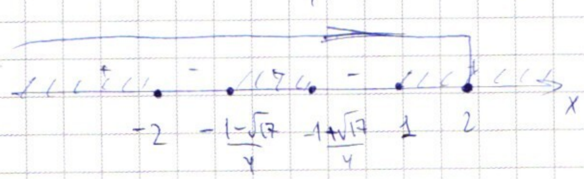
$\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}<2$

$-1+\sqrt{17}<8$

$\sqrt{17}<9$

$17<81$

$(x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)\geq 0$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 & (1)\\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a & (2)\end{cases}$$

(2) $x>0$ $y>0$

$(x-8)^2+(y-6)^2=a$

$x>0$ $y<0$

$(x-8)^2+(y+6)^2=a$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12$

$y=6+x$ $\quad y=6-x$

$x\geq 0$ $\quad = \quad \mp \quad +$; $6-x$, $6+x$, y; 5, 7

$-y+6+x-y+6-x=12$

$12=12$

$x<0$ $\quad = \quad \pm \quad +$; $6+x$, $6-x$; 5, 7

$\begin{cases} y<6+x\\ x<0\end{cases}$ $\begin{cases} x=-6\\ 6+x\leq y\leq 6-x\end{cases}$ $+$ $\quad \begin{cases} y=+6\\ x<0\\ y>6-x\end{cases}$ $\varnothing$

$--$ $\quad -y+6+x-y+6-x=12$

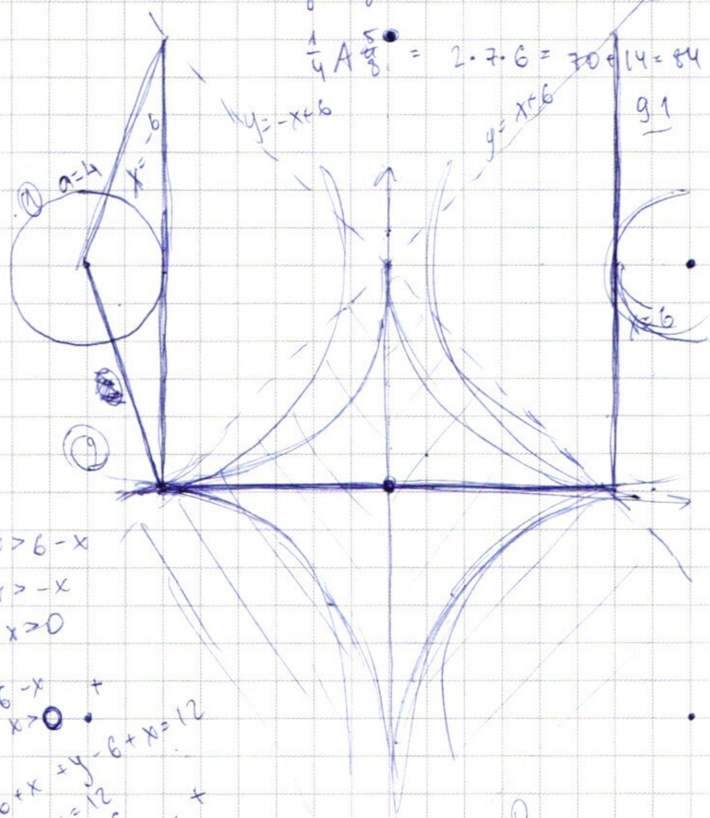
$\begin{cases} y=0\\ x<0\\ y<6+x\end{cases}$ $\quad \begin{cases} y=0\\ x>0\\ y<6-x\end{cases}$

$\frac{1}{8}A_8^6=7$

$\frac{1}{4}A_8^5=2\cdot7\cdot6=70+14=84$

9.1

$R=\sqrt{a}$ $a=4$ $x=6$



$6+x>6-x$

$x>-x$

$x>0$

- все точки $\begin{cases} y<6-x\\ x>0\end{cases}$ $+$

$-y+6+x+y-6+x=12$

$2x=12$

$x=6$

$\begin{cases} 6-x\leq y\leq 6+x\end{cases}$ $+$

$y-6-x+y-6+x=12$

$2y=12$

$y=6$

$\begin{cases} y=6\\ y>6+x\\ x\geq 0\end{cases}$ $\varnothing$

$x=0$

$|y-6|+|y-6|=12$

$|y-6|=6$

$y>6$

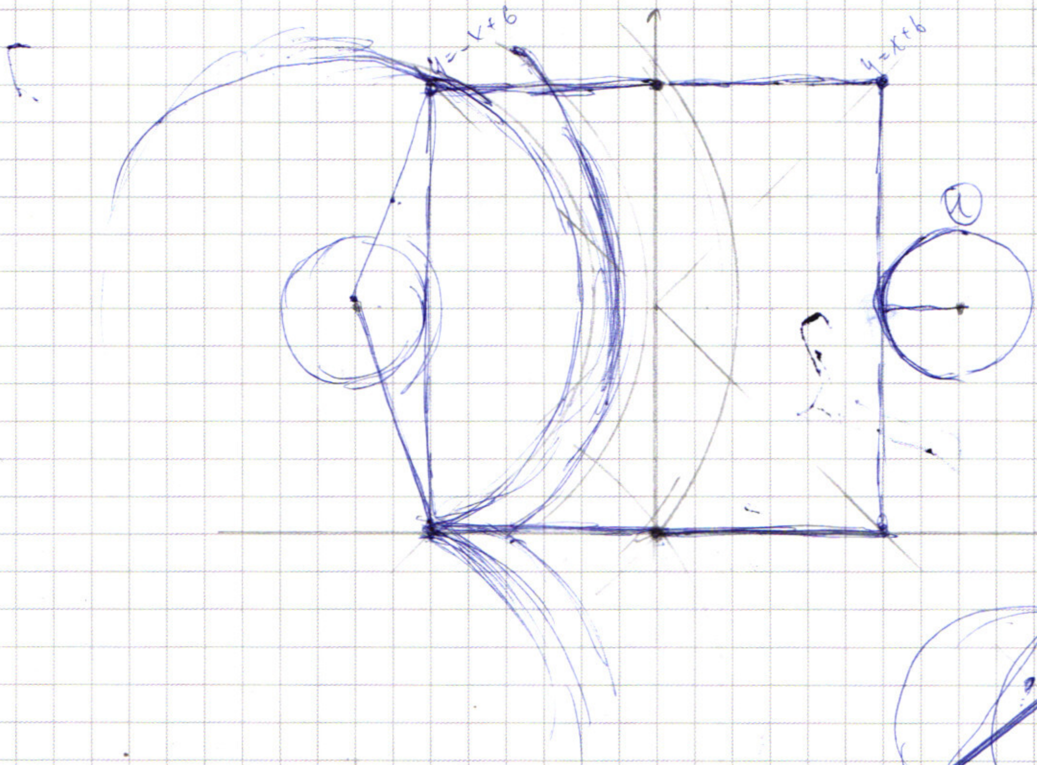
$y=12$

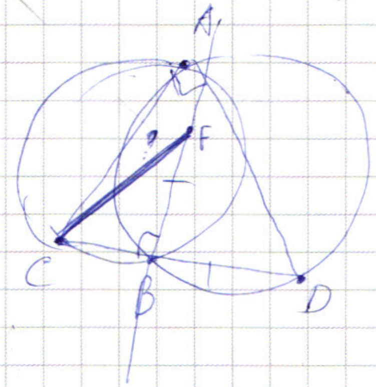
$y<6$

$y=0$

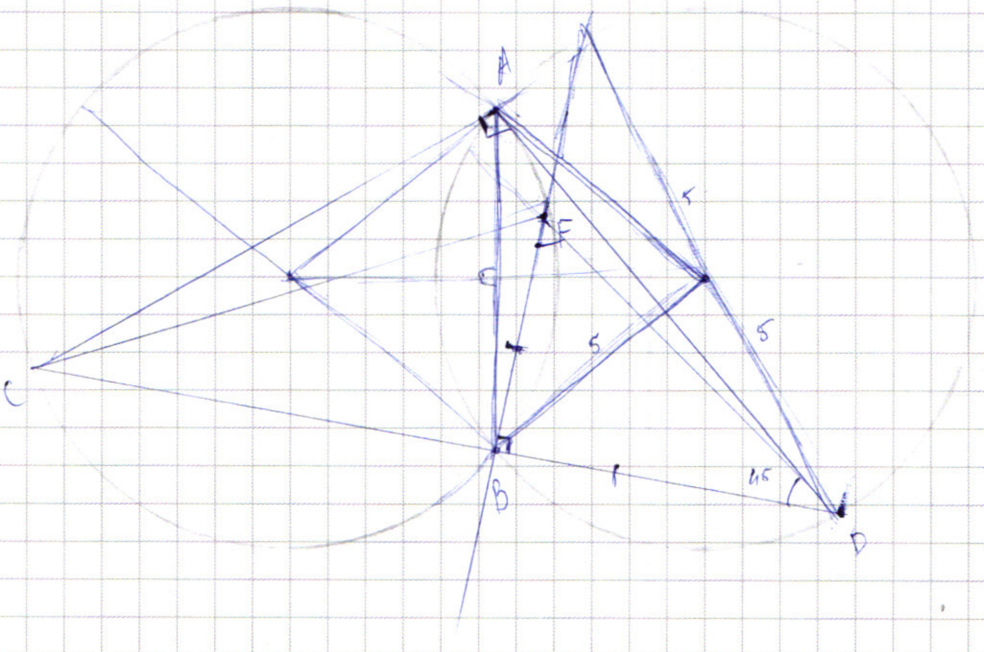
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)





CF - ?



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)