

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Разложим 4900 - на простые множители:

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$$

Получается всевозможные тела должны состоять из
шаров - 2; 2 - 5; 2 - 7; 2 - 1.

Рассмотрим вариант, где шаров - не 4, а 2.

Например, можно тело можно составить из 1, 1, 2, 2.

1) 1 1 2 2

2) 1 2 1 2

3) 1 2 2 1

- 6 вариантов. Это можно было и посчитать

4) 2 1 1 2

с помощью $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$

5) 2 1 2 1

6) 2 2 1 1

Из 6 шаров - 1, 1, 2, 2, 3, 3, можно составить такие

группы:

1) 1 1 2 2 3 3

2) 1 2 1 2 3 3

3) 1 2 2 1 3 3

4) 1 2 2 3 1 3

5) 1 2 2 3 3 1

И в каждой группе, можно представить 2 и 3,
тогда всего будет: $5 \cdot 6 = 30$.

Так как из 4 шаров, перестановками можно
получить 6 вариантов $C_4^4 = \frac{4!}{2!2!} = 6$

Но вместо 1 - тут можно подставить 2, 3. Тогда
общее кол-во вариантов для 6 шаров: $30 \cdot 3 = 90$

Общая формула для кол-ва таких чисел, тогда:

$N = \frac{n}{2} \cdot (n-1) \cdot S_1$, где n - кол-во чисел, S_1 - сумма кол-во чисел такого вида, но где кол-во чисел $n-2$.

Тогда для 8: $N = \frac{8}{2} \cdot 7 \cdot 90 = 2520$

Ответ: $N = 2520$

3.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40 \quad \text{УЗ: } x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 10x - 4x - 40 = x(x+10) - 4(x+10)$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$(x+10) \left(\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} - x + 4 \right) = 0$$

Тогда 1) $x+10=0$ или 2) $\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x-4$
 $x = -10$

$$2) \frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x-4$$

УЗК: $x \geq 4$

$$\frac{x^3 - 64x + 200}{8} = x^2 - 8x + 16$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

При $x = 6 \Rightarrow 6^3 - 8 \cdot 36 + 72 = 216 + 72 - 288 = 0$ - Решение

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 0x + 72 & x-6 \\ -x^3 + 6x^2 & \\ \hline -2x^2 + 0x + 72 & \\ -(-2x^2 + 12x) & \\ \hline -12x + 72 & \\ -(-12x + 72) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Тогда:

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

1) $x = 6$ или $x^2 - 2x - 12 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1 - \sqrt{13} < 0$ - не подходит по УВК

$1 + \sqrt{13} > 4$, так как $\sqrt{13} > 3 \Rightarrow \sqrt{13} + 1 > 4$.

Получились корни: -10 ; 6 ; $1 + \sqrt{13}$. Проверим на ОДЗ:

$-1000 + 640 + 200 < 0$ - не подходит

$216 - 64 \cdot 6 + 200 = 416 - 384 = 32 > 0$ - подходит.

$(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 = 1 + 3\sqrt{13} + 39 + 3\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200$

$176 + 3\sqrt{13} + 3\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13}$

$\sqrt{13} < \sqrt{16}$

$\sqrt{13} < 4$

$61\sqrt{13} < 164 < 176$, значит $176 + 3\sqrt{13} - 64\sqrt{13} > 0$ -

подходит.

Ответ: $x = 6$; $1 + \sqrt{13}$.

4.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

1) при $x \geq x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow |x+2| = x+2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

при $x = 2 \Rightarrow 4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 16 + 4 = 0$. Тогда:

Делим в столбик: - не могу разделить $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 & x-2 \\
 \underline{4x^3 - 8x^2} & \\
 3x^2 - 9x^2 & \\
 \underline{3x^2 - 6x} & \\
 -3x^2 + 4x & \\
 \underline{-3x^2 + 6x} & \\
 -2x + 4 & \\
 \underline{-2x + 4} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Получается: $(x-2)(4x^3 + 3x^2 - 3x - 2) \geq 0$

при $x = -1 \Rightarrow 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = -4 + 3 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow$

делим в столбик:

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l}
 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 & x+1 \\
 \underline{4x^3 + 4x^2} & \\
 -x^2 - 3x & \\
 \underline{x^2 - x} & \\
 -2x - 2 & \\
 \underline{-2x - 2} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Решаем

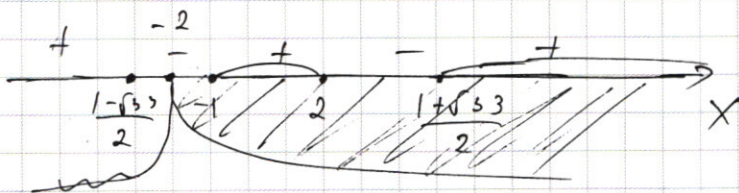
$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2}, \text{ тогда:}$$

$$(x-2)(4x^3 + 3x^2 - 3x - 2) = (x-2)(x+1)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{2}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{33}}{2}\right)$$

$$\frac{1+\sqrt{33}}{2} \approx 3,25$$

$$\frac{1-\sqrt{33}}{2} \approx -2,25$$



$x \geq -2$ — по 1-му числу, тогда $x \in [-1; 2] \cup \left[\frac{1+\sqrt{33}}{2}; +\infty\right)$

2) $x+2 < 0 \Rightarrow x < -2 \Rightarrow |2x+2| = -x-2 \Rightarrow$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

из знака догадываемся
и монотонности при $x < -2$, $4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 < 0$,
~~Продолжаем на отрицательной~~

Получается Ответ: $x \in [-1; 2] \cup \left[\frac{1+\sqrt{33}}{2}; +\infty\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Г. 5.

Определить радиусы движения
мко:

Карась: $r = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3 \Rightarrow R = 2r = 6$

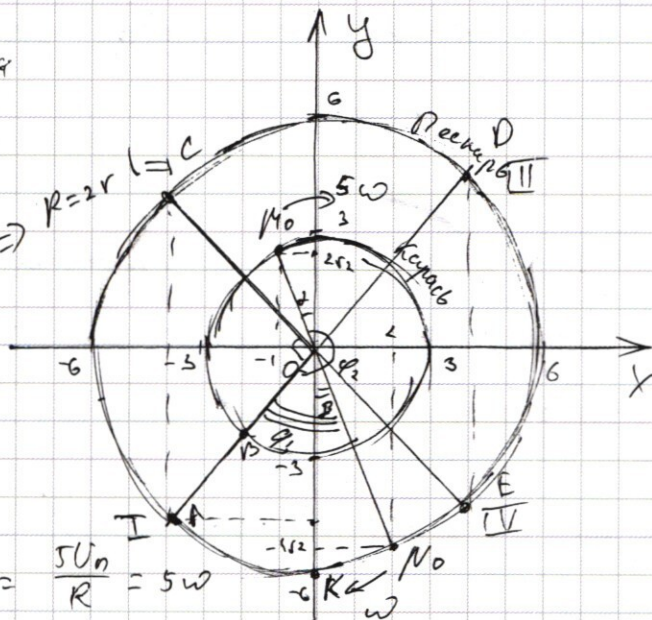
Пескарь: $R = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$

$V_K = 2,5V_n$

Найдем угловую скорость:

$\omega_K = \frac{V_K}{r} = \frac{2,5V_n}{r} = \frac{2,5V_n}{\frac{1}{2}R} = \frac{5V_n}{R} = 5\omega$

$\omega_n = \frac{V_n}{R} \Rightarrow \frac{\omega_K}{\omega_n} = 5. \quad \omega_n = \omega$



Найдем углы α и β для нахождения первоначального отставания:

$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta \Rightarrow \alpha = \beta$ (из рисунка)

$\sin \beta = \frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Тогда точки M_0 и N_0 лежат на одной прямой и угловое отставание равно π .

Наименьшее расстояние между карасем и пескарем у них будет, тогда, когда они будут находиться "на одном радиусе" или их угловая координата совпадет.

Тогда найдем относительную скорость $\Rightarrow \omega_{от} = 5\omega - \omega = 4\omega$
Время в I встрече $\Rightarrow t = \frac{\pi}{4\omega}$

За это время Пескунь пройдет: $\varphi_1 = t \cdot \omega = \frac{\pi}{4\omega} \cdot \omega = \frac{\pi}{4}$
 Карась: $\varphi_2 = \frac{\pi}{4\omega} \cdot 5\omega = \frac{5}{4}\pi$.

В этот момент Пескунь в точке А, а карась - В.

Теперь ~~следующая~~ веревка отставили одного от другого - 20.

Тогда $t_2 = \frac{20}{4\omega} = \frac{5}{\omega}$; $\varphi_3 = \frac{\pi}{4\omega} \cdot \omega = \frac{\pi}{4}$; $\varphi_4 = \frac{\pi}{4\omega} \cdot 5\omega = \frac{5\pi}{4}$.

Поставь точка С - следующая точка "веревки" пескунья
 от и карася находится на $\frac{\pi}{2}$ градусе от А.

Соответственно точки D и E, также удалены на $\frac{\pi}{2}$.

Найдем координаты точек: А; С; D; E

$$\angle AON_0 = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \Rightarrow \sin \angle AON_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \angle AON_0$$

$$\text{и } \sin \angle KON_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (ошибка доказано)} \Rightarrow \cos \angle KON_0 = \sqrt{1 - \frac{4}{3}} = \sqrt{1 - \frac{4}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Тогда } \sin \angle AOK = \sin (\angle AON_0 - \angle KON_0) = \sin \angle AON_0 \cdot \cos \angle KON_0 - \sin \angle KON_0 \cdot \cos \angle AON_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{4}{6} = \frac{\sqrt{2}-4}{6}$$

координаты по x;

$$\text{по y: } \cos \angle AOK = \pm \sqrt{1 - \frac{(\sqrt{2}-4)^2}{36}} = \pm \sqrt{\frac{36 - 18 + 8\sqrt{2}}{36}} = \pm \sqrt{\frac{18 + 8\sqrt{2}}{36}} =$$

$$\sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{2}}{9}} = -\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}}, \text{ так как } \cos y < 0$$

$$\text{Тогда как } \sin \angle COK_0 = -\sin \angle AOK = -\sin \angle KOD = +\sin \angle KOE$$

$$\cos \angle COK_0 = +\cos \angle AOK = -\cos \angle KOD = -\cos \angle KOE$$

из свойств дуги и приведения. Тогда можно записать

$$\text{Координаты точек: } A\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, -\sqrt{1+\frac{4\sqrt{2}}{9}}\right); B\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, +\sqrt{1+\frac{4\sqrt{2}}{9}}\right); D\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, -\sqrt{1+\frac{4\sqrt{2}}{9}}\right); E\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, +\sqrt{1+\frac{4\sqrt{2}}{9}}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

→ Тогда как A, C, D, E - искомые точки, то
их координаты:

$$A \left(-\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}}; \frac{\sqrt{2-4}}{6} \right)$$

$$B \left(-\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}}; \frac{4-\sqrt{2}}{6} \right)$$

$$D \left(\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}}; \frac{4-\sqrt{2}}{6} \right)$$

$$E \left(\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}}; \frac{\sqrt{2-4}}{6} \right)$$

7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

1) $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$

если $y+x+8 \geq 0$ и $y-x+8 \geq 0$

$$y \geq -x-8 \quad y \geq x-8 \Rightarrow$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$y = 0$$

2) $|y+x+8|$ или $y+x+8 \leq 0$ и $y-x+8 \geq 0$

$$y \leq -x-8 \quad y \geq x-8$$

$$-2x = 16$$

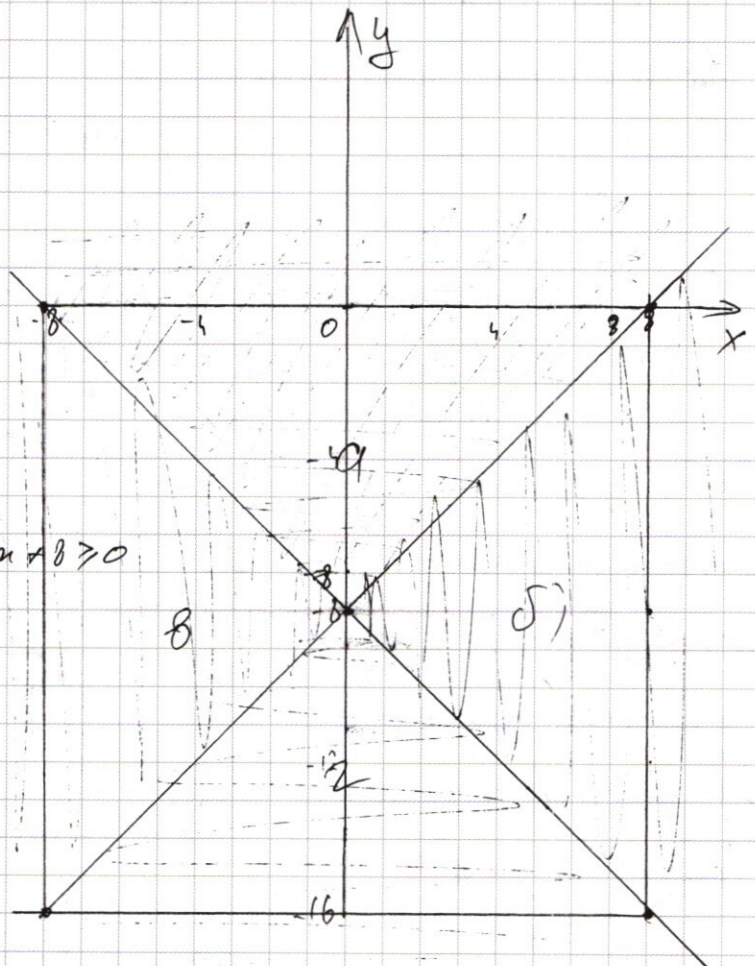
$$x = -8$$

3) $y+x+8 \geq 0$ и $y-x+8 \leq 0$

$$y \geq -x-8$$

$$y \leq x-8$$

$$x = 8$$



$$2) \begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$$y = -16$$

Получается что график
это квадрат в четверти (0; -8) с стороной 16.

$$2) (x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$a) \text{ при } x > 0 \text{ и } y > 0 \Rightarrow$$

$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ - окружность радиусом $\sqrt{a}$, с центром (15; 8) - A

$$b) x < 0 \text{ и } y > 0 \Rightarrow (-x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$(x+15)^2 + (y-8)^2 = a$$

Теперь центр: (-15; 8) - и радиусом $\sqrt{a}$ - B

Аналогично получаем: и

$$b) x < 0 \text{ и } y < 0 \Rightarrow (x+15)^2 + (y+8)^2 = a \Rightarrow$$

$$(-15; -8) - \text{центр} - C$$

$$2) x > 0 \text{ и } y \leq 0 \Rightarrow (x-15)^2 + (y+8)^2 = a \Rightarrow$$

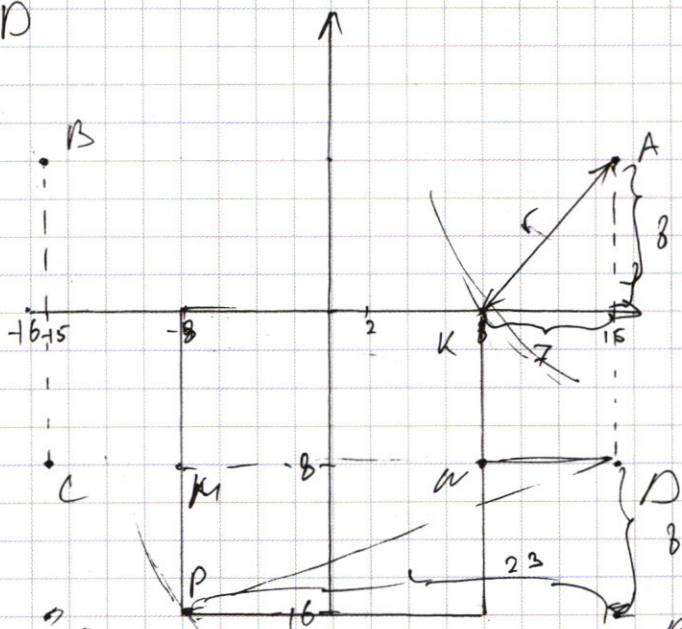
$$(15; -8) - \text{центр} - D$$

Чтобы доказать

уравнения имеют 2
решения, надо, чтобы
окружность пересекала
квадрат в 2 точках.

Тогда $R = \sqrt{a} > AK$ и
 $R > DN$

$$DN = 2; AK = \sqrt{49 + 64} = \sqrt{113} > 10 > DN. \text{ Тогда } R > \sqrt{113} \text{ Ответ: } a > 113$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $S = \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1}$ где $q = 3$

Рассмотрим все члены с номерами, кратные 3:

$b; bq; bq^2; bq^3; bq^4; bq^5$
1 2 3 4 5 6

Сумма этих членов - S_3

$$S_3 = bq^2 + bq^5 + bq^8 + \dots + bq^{2999}$$

$$S_3 q^3 = bq^5 + bq^8 + bq^{11} + \dots + bq^{3002} \Rightarrow$$

$$S_3 q^3 - S_3 = bq^{3002} - bq^2$$

$$S_3 = \frac{bq^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

По условию $S_3' = 40S_3 \Rightarrow$

$$S_3' = \frac{40 bq^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S = S_3 + S_{\text{ост}}$$

$$S = 40S_3 + S_{\text{ост}}$$

$$\Rightarrow 4S = 39S_3 \Rightarrow$$

$$\frac{4 \cdot b(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{39 bq^2(q^{3000} - 1)}{(q^3 - 1)(q^2 + q + 1)} \Rightarrow$$

$$\frac{4(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{39 q^2(q^{3000} - 1)}{(q^2 + q + 1)} \Rightarrow 4q^2 + 4q + 4 = 39q^2 \Rightarrow$$

Рассмотрим все члены с номерами, кратными 2:

$b; bq; bq^2; bq^3; bq^4; \dots; bq^5$
1 2 3 4 5 6 $\Rightarrow S_2 = bq + bq^3 + bq^5 + \dots + bq^{2999}$

Продолжение на стр

При этом $R \leq DP$, иначе, если справедливо
 только $R < DP$, то отсюда не следует утверждение

Итак $R \leq DP$

$$DP = \sqrt{23^2 + 8^2} = \sqrt{64 + 529} = \sqrt{593}$$

При этом $DP < AP$

$$AP = \sqrt{23^2 + 24^2} > DP. \text{ По этому } R \leq \sqrt{113}$$

$$\sqrt{113} < R \leq \sqrt{593}$$

$$R = \sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\sqrt{113} < \sqrt{a} \leq \sqrt{593}$$

$$113 < a \leq 593$$

Ответ: $a \in (113; 593]$

~~Продолжение 4:~~

~~$$4n^4 + 5n^3 + 11n^2 + 4n + 5710$$~~

Продолжение 4:

$$n \text{ и } n-2$$

Продолжение 2:

$$S_2 q^2 = bq^3 + bq^5 + bq^7 + \dots + bq^{3001}$$

$$S_2 q^2 - S_2 = bq^{3001} - bq^3$$

$$S_2 = \frac{bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}; \quad S_2' = 3S_2 = \frac{3bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S = S_2 + S_{\text{ост}}$$

$$KS = 3S_2 + S_{\text{ост}} \Rightarrow (K-1)S = 2S_2 \Rightarrow KS - S = 2S_2 \Rightarrow K = \frac{2S_2 + S}{S} =$$

$$\frac{2S_2}{S} + 1 = 2 \cdot \frac{\frac{bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}}{\frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1}} + 1 = 2 \cdot \frac{\frac{q}{q^2 - 1} + 1}{\frac{1}{q - 1}} + 1 = \frac{2q}{q^2 - 1} \cdot \frac{q - 1}{1} + 1 = \frac{2q}{q + 1} + 1$$

$$\frac{2 \cdot 0,4}{1,4} + 1 = \frac{2}{1,4} + 1 = \frac{2,2}{1,4} = \frac{11}{7}. \text{ Ответ: Увеличилась в } \frac{11}{4} \text{ раз}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $4900 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$

2) $1 \cdot 8 \cdot 8$

2) $S = \frac{b \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1}$

$b; bq; bq^2; bq^3; bq^4; bq^5$

$S = \frac{3q \cdot \frac{b \cdot (q^3 + q^2 - 4q^{3002})}{(q^3 - 1)}}{q - 1}$

$\frac{3q \cdot (q^3 + q^2 - 1 + q^{3002})}{q^2 + q + 1} = q^{3000}$

3) $\left(\frac{n}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{n^3 - 64n + 200} = n^2 + 6n - 40$

$\frac{3q}{q^2 + q + 1} \cdot \frac{b \cdot (q^3 + q^2 - 1 + q^{3002})}{(q^3 - 1)} = q^{3002} - q^2$

4) $4n^4 + n^2 + 4n - 5n^2(n+2) + 4 \geq 0$

$(a-b)(a^2 + ab + b^2) =$

$n \geq -2$

$a^3 + a^2b + ab^2 - ba^2 - ab^2 - b^3$

$4n^4 + n^2 + 4n - 5n^3 - 10n^2 + 4 \geq 0$

$4 \cdot 2 \cdot 4$

$4n^4 - 5n^3 - 9n^2 + 4n + 4 \geq 0$

$5 < \sqrt{33} < 8$

$3,5 \cdot 4 - 5 - 9 + 4 + 4$

$(n-2)(n+1)(4n^2 - n - 2)$

$4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 16 + 4$

$n = \frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$

$6,5 \cdot 2 \cdot 3,25 \cdot 64 - 40 - 36 + 16 + 4$

$< -\sqrt{33} =$

$-5 < -\sqrt{33} < -2,5$

$(n-2)(4n^3 + 3n^2 - 3n - 2) \geq 0$

$4 + 3 - 3 - 2$

$4 \cdot 8 + 3 \cdot 4 - 6 - 2$

$32 + 12$

$-32 + 12 + 6 - 2$

$(n-2)(n+1)$

$$\begin{array}{r} 4n^4 - 5n^3 - 9n^2 + 4n + 4 \quad | \quad n-2 \\ \underline{4n^4 - 8n^3} \\ -3n^3 - 9n^2 \\ \underline{-3n^3 - 6n^2} \\ -3n^2 + 4n \\ \underline{-3n^2 + 6n} \\ -2n + 4 \\ \underline{-2n + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4n^3 + 3n^2 - 3n - 2 \quad | \quad n+1 \\ \underline{4n^3 + 4n^2} \\ -n^2 - 3n \\ \underline{-n^2 - n} \\ -2n - 2 \\ \underline{-2n - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$n+2 < 0$$

$$n < -2$$

$$4n^4 + n^2 + 4n + 5n^3 + 10n^2 + 420$$

$$4n^4 - 5n^3 + 11n^2 - 4n + 420$$

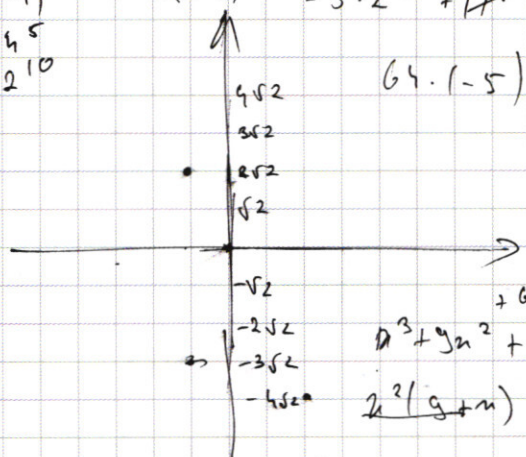
$$4n^4 - 5n^3 + 11n^2 - 4n + 4$$

$$64 - 40 + 44 - 8$$

$$64 - 40 + 44 - 8 + 4$$

$$4(-4)^4 - 5(4)^3 - 5 \cdot 2^6 + 11 \cdot 176 - 16 + 4$$

$$5 \cdot 4^5 - 2^{10}$$



$$4n^3 + 10n^2 + 4n + 4$$

$$-1 + 10 - 8 + 4$$

$$8 + 40$$

$$-8 + 40 - 8$$

$$-64 + 160 - 16$$

⚡

$$\omega_1 = \frac{2,5\sqrt{5}}{R\sqrt{5}}$$

$$\omega_2 = \frac{2,5\sqrt{5}}{2R}$$

$$\omega_2$$

$$\omega_1$$

$$\alpha = \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$2\pi$$

$$\frac{\pi}{4\omega} \cdot \omega = \frac{\pi}{4}$$



$$\frac{\pi}{4\omega} \cdot 5\omega = \frac{5}{4} \cdot \pi$$

$$\frac{\pi}{4\omega} = \Delta t$$

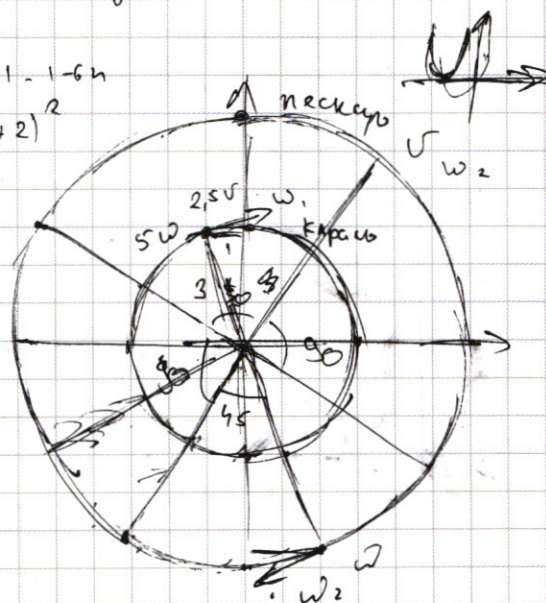
$$2\pi$$

$$\frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} \cdot 4\omega = 2\pi$$

$$\frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} \cdot 5\omega = \frac{5\pi}{2} \cdot 2\pi$$

$$2,5\pi$$

$$180:4 = 45$$



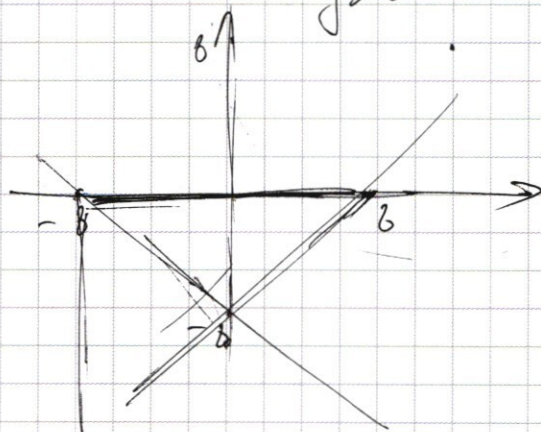
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$(|x-15|)^2 + (|y|-8)^2 = 9$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



$$1) \begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq -x-8$$

$$y \geq x-8$$

$$2y \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$y+x+8 \leq 0$$

$$y-x+8 \leq 0$$

$$y \leq -x-8$$

$$y \leq x-8$$

$$-y-x-8 + y-x+8 = 16$$

$$-2x = 16$$

$$x = -8$$

$$-y-x-8 - y+x-8 = 16$$

$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

$$(-x-15)^2$$

$$(x+15)^2$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 6 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$1 + \sqrt{13} =$$

$$\sqrt{13} \approx 4$$

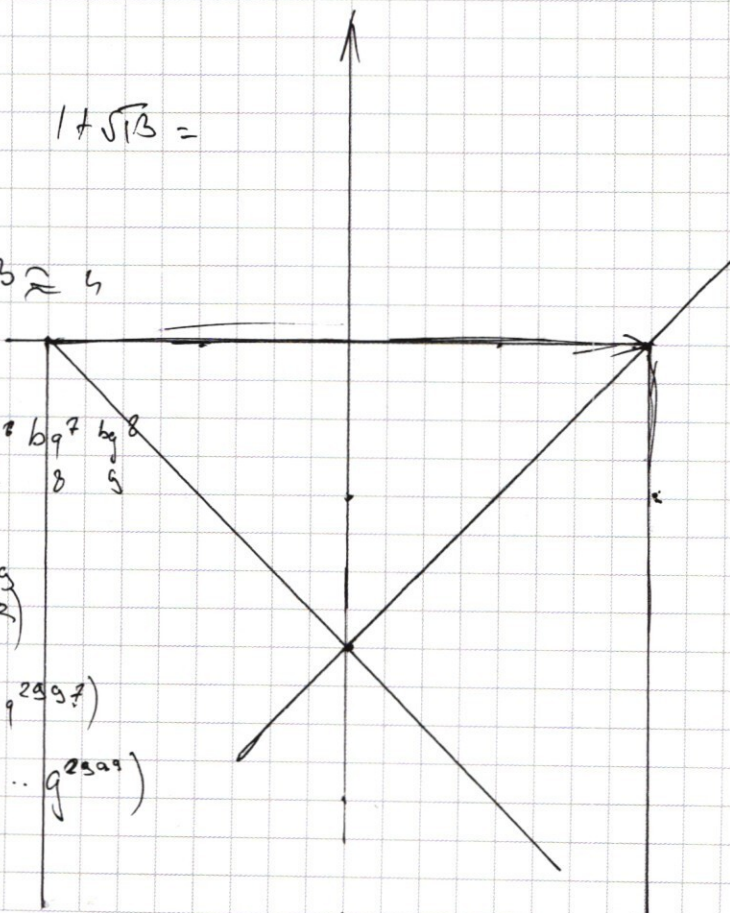
$$b; bq^1; bq^2; bq^3; bq^4; bq^5; bq^6; bq^7; bq^8$$

$$S +$$

$$4S = 3(bq^2 + bq^5 + bq^8)$$

$$4S = 3q^2(b + bq^3 + bq^6 + \dots + bq^{2997})$$

$$S = b(q^2 + q^5 + q^8 + q^{11} + q^{14} + \dots + q^{2997})$$



1) 8.8.

2

$$C = -6$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ 69 \\ \hline 46 \\ 529 \\ -2m = 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ 64 \\ \hline 593 \\ 112233 \\ 116 \end{array}$$

$$6.5 = 30 \quad 3 = 90$$

$$1122 = 1$$

$$1212 = 1 \quad 3$$

$$1221 = 1 \quad 4-1$$

2.

28

~~28~~

$$46 = 2 \cdot \frac{n}{2} \cdot (n-1) \cdot$$

$$3 \cdot 5 \cdot 6$$

$$4 \cdot 7$$

$$1 \cdot 6 \cdot 90$$

$$4 \cdot 7 \cdot 90 = 360 \cdot 7 = 2520$$

by b

$$\frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$1 \quad 2 \quad 4 \quad 3 = 15$$

$$\frac{1 \cdot (2^4 - 1)}{1} = 15$$

$$81 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3$$

$$4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1$$

$$1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \cdot 2$$

$$1 \quad 2 \quad 1 \quad 2$$

$$1 \quad 2 \quad 2 \quad 1$$

$$2 \quad 1 \quad 1 \quad 2$$

$$2 \quad 1 \quad 2 \quad 1$$

$$2 \quad 2 \quad 1 \quad 1$$

$$C = \frac{m \cdot k!}{n!}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{4!}{2!2!} =$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = 6$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$8 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 20$$

$$C = \frac{6!}{3!4!} =$$

$$\frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$36 \cdot 10 = 720$$

$$90$$

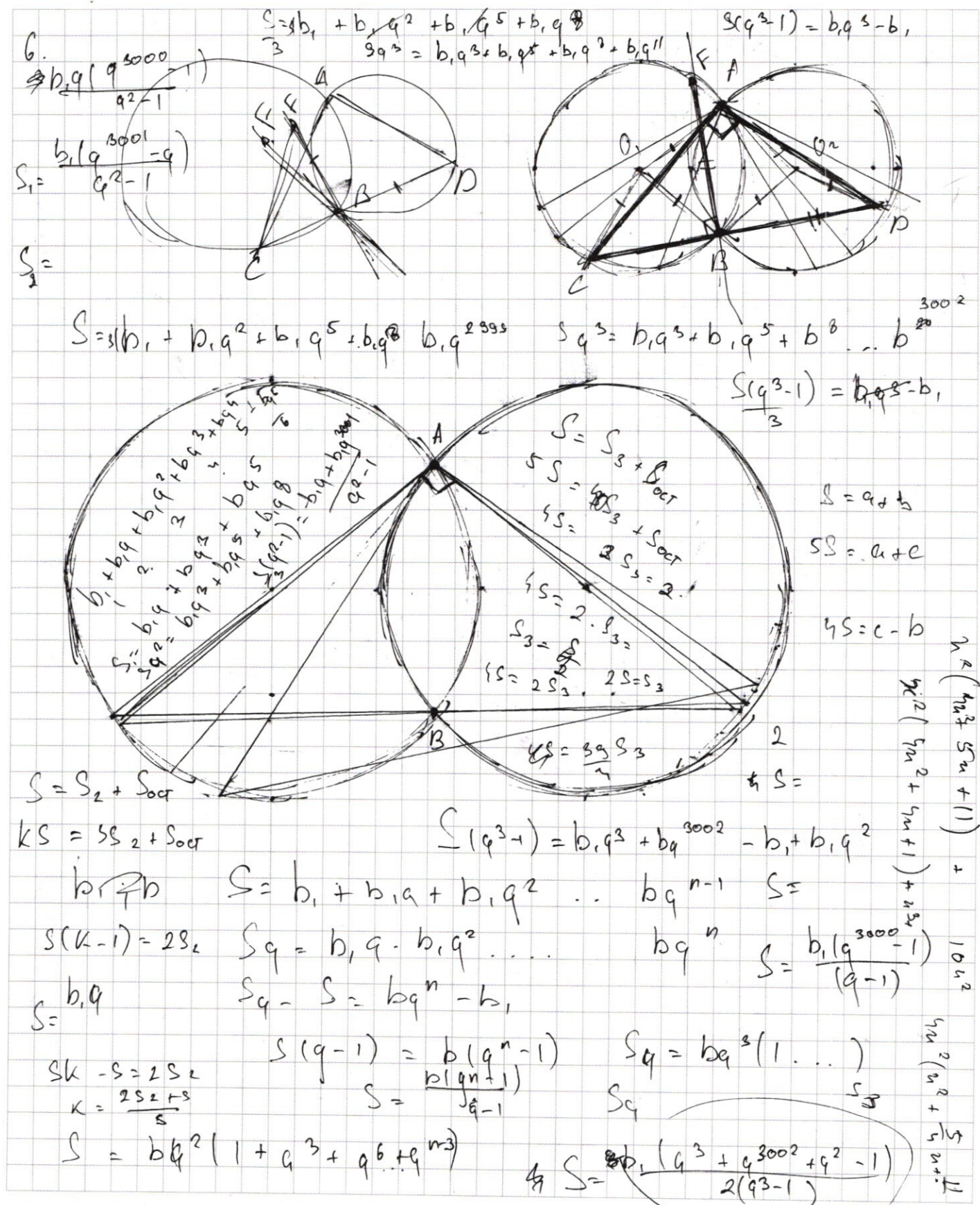
$$7$$

$$28$$

$$2520$$

$$2100 + 420$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left(\frac{n+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{n^3-64n+200} = n^2+8n-40$$

$$n = \frac{-6 \pm \sqrt{36+160}}{2} = \frac{-6 \pm 14}{2} =$$

$$-10; 4 \quad -48 \quad 4 \cdot (1-4)^4 = 4 \cdot 5$$

$$\left(\frac{n+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{n^3-64n+200} = (n+10)(n-4)$$

$$(n+10) \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + n-4 \right)$$

$$(n+10) \left(\frac{\sqrt{n^3-64n+200}}{2\sqrt{2}} - n+4 \right) = 0$$

$$\frac{\sqrt{n^3-64n+200}}{2\sqrt{2}} = n-4$$

$$n \geq 4$$

$$\frac{n^3-64n+200}{8} = n^2-8n+16$$

$$n^3-64n+200 = 8n^2-64n+128$$

$$n^3-8n^2+64n-72=0$$

$$4^3 = 2^6 = 64 + 72 = 136$$

$$-8 - 2^3 \cdot 2^4 = -128$$

$$-8 - 8 \cdot 4 = -40$$

$$27 - 8 \cdot 9 + 72 = 91 \cdot 58 + 91$$

$$n^3-8n^2+9n-9n+72$$

$$-27 \cdot 8 \quad 216 - 8 \cdot 36 + 72$$

$$n^3-8n^2+72 \quad \left| \begin{array}{l} n-6 \\ n^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} n^3-8n^2+0n+72 \\ -n^3-6n^2 \\ \hline -2n^2+12n \\ -2n^2+12n \\ \hline -12n+72 \\ -12n+72 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} n-6 \\ n^2-2n-12 \end{array} \right.$$

$$n^3-64n+200$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200$$

160

$$2^3 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$16 \cdot 8 = 2^4 \cdot 2^3 = 128$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 121 - 64 = 57 \end{array}$$

$$125$$

$$64 \cdot 5 =$$

$$320$$

$$-128 + 72$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 8 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$12 \cdot 4 = 48$$

$$n = \frac{2 \pm \sqrt{4+18}}{2} =$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$