

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Разложим 4900 на простые множители: $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

в восьмизначном числе могут содержаться цифры:

2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1 или 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1.

1 случай: в восьмизначном числе присутствуют цифры 2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1; тогда кол-во способов переставить их между собой $8!$, но так как каждая цифра встреч. по 2 раза, то всего способов: $\frac{8!}{2!2!2!2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2520$

2 случай: в восьмизначном числе цифры 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1, кол-во способов переставить их между собой $8!$, но т.к. 5 и 7 повт. по 2 раза, а 1 - 3 раза, то всего способов: $\frac{8!}{2!2!3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 6} = 1680$

Всего: $2520 + 1680 = 4200$ ~~есть~~ восьмизначных чисел.

Ответ: 4200

№ 2

Дано: $\{b_n\}$ - геом. прогр. $S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + q + 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + q)}{(q^3 - 1)}$

S_3 - сумма членов, номера которых кратны 3.

$S_3 = \frac{b_1((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$ т.к. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ обр. геом. прогрессию со знамен. q^3 .

$$5S = 40S_3 + S'$$

$$S = S_3 + S'$$

$$5(S_3 + S') = 40S_3 + S'$$

$$35S_3 = 4S'$$

$$\frac{35b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{4 \cdot b_1(q^{3000}-1)(q^2+q)}{q^3-1}$$

$$\left(\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} \right) (35-4(q^2+q)) = 0$$

$$\Rightarrow 35-4(q^2+q)=0$$

$$4q^2+4q-35=0$$

$$\frac{D}{4} = 4+4 \cdot 35 = 12^2$$

$$q_{1,2} = \frac{-2 \pm 12}{4} = \begin{cases} -\frac{14}{4}, \text{ т.к. все члены } \\ \text{полож., то } q > 0 \end{cases} \Rightarrow q \neq -\frac{14}{4}$$

$$\frac{10}{4} = 2,5$$

S_2 - сумма тех же, номера которых кратны 2.

$$S_2 = \frac{b_1(q^{1500}-1)}{q^2-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1}, \text{ т.к. } b_2, \dots, b_{3000} \text{ обр. геом. прогр.}$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)(q+1)}{q^2-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{b_1(q^{3000}-1) \cdot q}{q^2-1} = S_2 + S''$$

пусть после увеличения S_2 в 3 раза, S увеличится в x раз

$$S \cdot x = 3S_2 + S'' \Rightarrow 2S_2 = S(x-1) = (S_2 + S')(x-1) = \frac{39}{4} S_2 (x-1)$$

$$S = S_2 + S' \Rightarrow S' = \frac{35}{4} S_2 \quad x-1 = \frac{8 \cdot S_2}{39 \cdot S_2}$$

$$x-1 = \frac{8 \cdot b_1(q^{3000}-1)(q^3-1)}{39(q^2-1) \cdot b_1(q^{3000}-1)} = \frac{8 \cdot (q-1)(q^2+q+1)}{39 \cdot (q-1)(q+1)} = \frac{8(q^2+q+1)}{39(q+1)}$$

$$= \frac{8 \cdot (6,25+2,5+1)}{39 \cdot 3,5} = \frac{8^2 \cdot 38 \cdot 2}{39 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{4}{7}; \quad x = \frac{11}{7} \Rightarrow S \text{ увелич. в } \frac{11}{7} \text{ раз}$$

Ответ: S увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

ω3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$$

$$(x+10) \left(\frac{\sqrt{x^3-64x+200}}{2\sqrt{2}} - (x-4) \right) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} X+10=0 \\ \sqrt{\frac{X^3-64X+200}{2\sqrt{2}}} = X-4 \\ X^3-64X+200 \geq 0 \end{cases}$$

$X = -10$, но тогда $9-1000+640+200 < 0 \Rightarrow X \neq -10$

$$X^3-64X+200 = 8(X^2-8X+16)$$

$$X^3-64X+200 = 8X^2-64X+128$$

$$X^3-8X^2+72=0$$

$$X^3-6X^2-2X^2+72=0$$

$$X^2(X-6)-2(X-6)(X+6)=0$$

$$(X-6)(X^2-2X-12)=0$$

при $x=6$; $216-64 \cdot 6+200=32 > 0$

при $x=3$; $-27+64 \cdot 3+200 > 0$

$$\begin{cases} X=6 \\ X^2-2X-12=0 \end{cases} \quad D=1+12=13 \quad 0 > 1-\sqrt{13} > -3$$

$$X_{1,2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$X=1-\sqrt{13}; (1-\sqrt{13})^3-64(1-\sqrt{13})+200=$$

$$X=1+\sqrt{13}; (1+\sqrt{13})^3-64(1+\sqrt{13})+200=$$

$$=1+3\sqrt{13}+39+(\sqrt{13})^3-64-64\sqrt{13}+200=$$

$$=176+3\sqrt{13}+(\sqrt{13})^3-64\sqrt{13}=$$

$$=176+3\sqrt{13}+13\sqrt{13}-64\sqrt{13}=$$

$$=176-48\sqrt{13}=16(11-3\sqrt{13}) \Rightarrow 176-48\sqrt{13} > 0$$

$3\sqrt{13} < 11$
т.к. $13 < \frac{11 \cdot 11}{9} = \frac{121}{9} = 13\frac{4}{9}$

Ответ: $1 \pm \sqrt{13}; 6$

с) 4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x + 2 | + 4 \geq 0$$

$$1) \begin{cases} x + 2 \geq 0, x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0 \\ 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

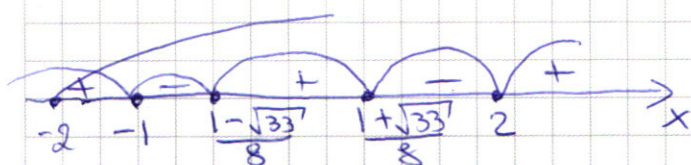
$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 : x - 2 \\ \underline{-4x^4 - 8x^3} \\ 3x^3 - 9x^2 \\ \underline{-3x^3 - 6x^2} \\ -3x^2 + 4x \\ \underline{-3x^2 + 6x} \\ -2x + 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 : x + 1 \\ \underline{-4x^3 + 4x^2} \\ -x^2 - 3x \\ \underline{-x^2 - x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(x + 1)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - x - 2 \\ D = 1 + 32 = 33 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \end{aligned}$$



$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

$$2) \begin{cases} x + 2 \leq 0, x \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0 \\ 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$11x^2 + 4x + 4 \geq 0 \text{ при } x \in \mathbb{R} \quad 4x^4 + 5x^3 \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -\frac{5}{4}] \cup [0; +\infty)$$

$$\text{т.к. } D = 4 - 4 \cdot 11 < 0$$

$$\Rightarrow \text{при } x \leq -2$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty).$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а15

Найдем уравнения окружностей для караса и пескаря

карась: $x^2 + y^2 = r_1^2$ $r_1^2 = (-1)^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9 = 3^2$ $x^2 + y^2 = 9$

пескарь: $x^2 + y^2 = r_2^2$ $r_2^2 = 2^2 + (-4\sqrt{2})^2 = 4 + 32 = 36 = 6^2$ $x^2 + y^2 = 36$

длина окр. караса: $2\pi \cdot 3 = 6\pi$

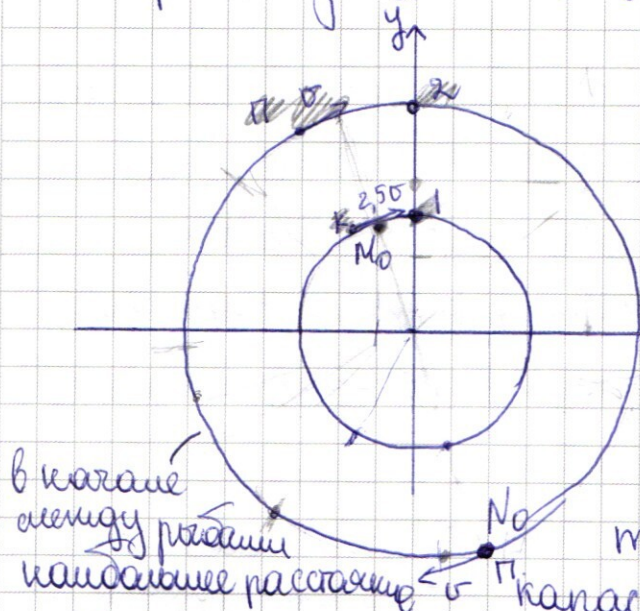
длина окр. пескаря: $2\pi \cdot 6 = 12\pi$

скорость пескаря: v

скор. караса: $2,5v$

$t_{\text{п}} = \frac{12\pi}{v}$

$t_{\text{к}} = \frac{6\pi}{2,5v} = \frac{6 \cdot 10^2 \pi}{25 \cdot v} = \frac{12\pi}{5v}$



в начале
смены
рыбачки
наибольшее расстояние

т.е пока пескарь проплывет 1 круг,
карась проплывет 5 кругов

Расстояние между рыбачками будет кратчайшим, если
прямая, проход. через точки, где они находятся проходит
через $m(0;0)$ и они находятся по одну сторону по Ox и Oy .
т.к $\frac{r_2}{r_1} = 2$, то между ними будет кратчайшее расстояние,
когда коорд. пескаря $(2x; 2y)$, а караса $(x; y)$, тогда карас
должен пройти $3\pi + 2,5 \cdot v \cdot t$, а пескарь $2v \cdot t$, т.е $2v \cdot t = 3\pi + 2,5 \cdot v \cdot t$

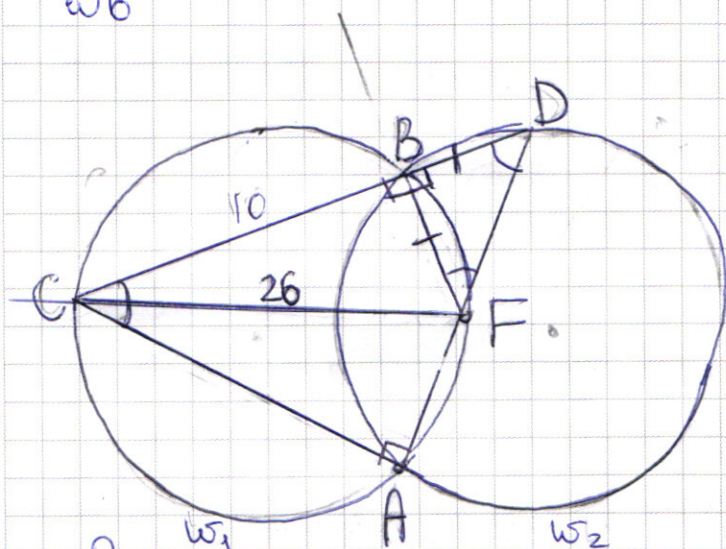
$t = \frac{3\pi}{2,5v}$ (т.е $8 \text{ кар} \cdot 6\pi$; $8 \text{ кар} = \frac{6 \cdot 10^2 \pi}{25 \cdot v}$)

$\sqrt{(x_{\text{п}} - x_{\text{к}})^2 + (y_{\text{п}} - y_{\text{к}})^2} \rightarrow \min \Rightarrow (x_{\text{п}} - x_{\text{к}})^2 + (y_{\text{п}} - y_{\text{к}})^2 \rightarrow \min$

$x_{\text{п}}^2 + x_{\text{к}}^2 - 2x_{\text{п}}x_{\text{к}} + y_{\text{п}}^2 + y_{\text{к}}^2 - 2y_{\text{п}}y_{\text{к}} = 45 - 2(x_{\text{п}}x_{\text{к}} + y_{\text{п}}y_{\text{к}})$

т.е $x_{\text{п}}x_{\text{к}} + y_{\text{п}}y_{\text{к}} \rightarrow \max$

ω6



Дано: окр. ω_1 : $r_1 = 13$
окр. ω_2 : $r_2 = 13$

$C \in \omega_1, D \in \omega_2$

$B \in CD, \angle CAD = 90^\circ$

$FB \perp CD; BF = BD$

а) $CF = ?$

б) $BC = 10; S_{ACF} = ?$

Решение:

а) т.к. $r_1 = r_2 \Rightarrow$ окр. ω_1 и ω_2 пересекаются под равным углом $\Rightarrow \angle BDA = \angle BCA \Rightarrow \triangle ACD$ - п/б; и $\triangle ACD$ - прямоугольный.

$\triangle BDF$ - п/б и прямоугольный $\Rightarrow \angle BDF = \angle BDA = 45^\circ \Rightarrow F \in AD$

т.к. $\angle CBF + \angle CAF = 180^\circ \Rightarrow CBFA$ - впис., т.к. около $\triangle CBA$ можно описать одну окр. $\Rightarrow F \in \omega_1; \angle CBF = 90^\circ \Rightarrow CF$ - диаметр ω_1
 $\Rightarrow CF = 2r_1 = 26$

б) $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{16 \cdot 36} = 24; BF = BD = 24 \Rightarrow$
(по т. Пиф.)

$CD = BC + BD = 34; AC = AD; 2AC^2 + AD^2 = CD^2 \Rightarrow 2AC^2 = CD^2 \Rightarrow$

$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = 17\sqrt{2}; AF = \sqrt{CF^2 - AC^2} = \sqrt{26^2 - (17\sqrt{2})^2} = 7\sqrt{2}$
(по т. Пиф.)

$S_{ACF} = \frac{AC \cdot AF}{2} = \frac{17\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2}}{2} = 119$

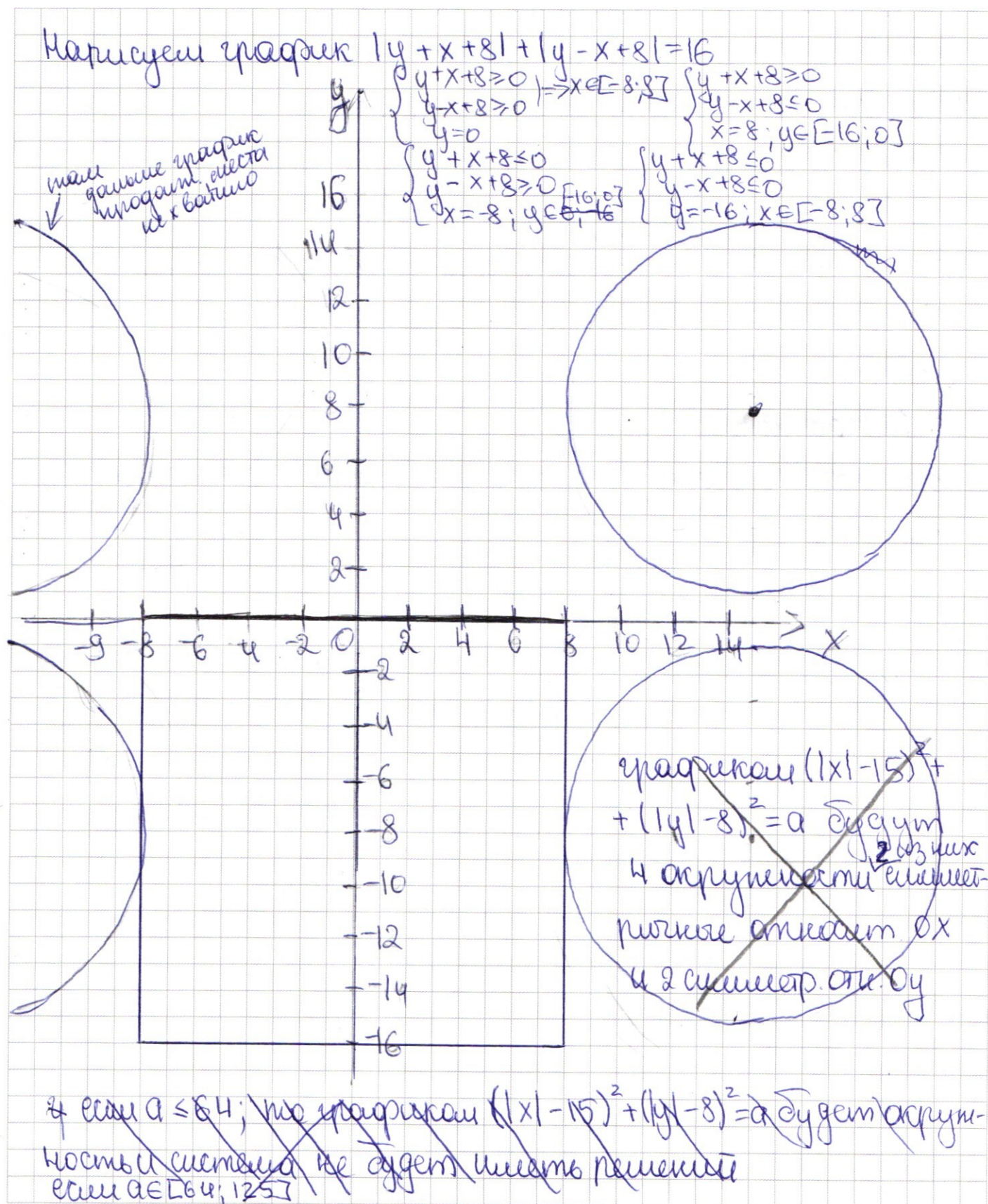
Ответ: а) $CF = 26$ б) $S_{ACF} = 119$

ω7

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

Заметим, что если $(x_0; y_0)$ является решением системы, то и $(-x_0; y_0)$ тоже является решением системы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



графіком $(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$ будуть 4 окружності
 вида  т.е. мот. окр. $(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ симетричні
 спочатку отн. Оу і потім відн. до прямої
 симетр. отн. Ох.

т.е. мы имеем $(x-15)^2 + (y-8)^2 = 9$ — окружность
с центром в т. O_y и радиусом 3. Используя
картинку осциллографа отн. Ox .

Заметим, что система будет иметь 2 решения при $\alpha = 49$, т.е. при радиусе окр. = 7

при $a < 49$ эти функции не будут пересекаться
т.е. система не будет иметь решений

при $a > 49$ ^{график} система будет иметь больше 2 т. пересек., т.е. система будет иметь > 2 решений

Am Baum: $a = 4,9$

а 5 (продолжение)

каждый надрез приходится на крышу, поэтому произведем 1/10
крыша, т.е. $\frac{12\pi}{10} = \frac{6}{5}\pi$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$w3$
 $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$
 $\frac{(x+10)}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} - (x+10)(x-4) = 0$
 $x(x-8)(x+8)$
 $x^2 + 6x - 40$
 $D = 7^2$
 $\frac{-3 \pm 7}{4} = -10$
 $x^3 - 10x - 54$
 $14 - 50$
 $x^3 - 64x + 200 \geq 0$
 $x^3 - 40x - 60$
 $-50(x-4)$
 $-40(x-5)$
 $-8(x-6)$
 $-20(x-10)$
 $36 - 64$
 $(x+10) \left(\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} - (x-4) \right) = 0$
 $\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$
 $x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$
 $x^3 - 8x^2 + 72 = 0$
 $x^3 - 8(x^2 - 9) = 0$
 $8 - 8x^2$
 $x^3 + 9x^2$
 $x^3 - 12x^2 - 5$
 $x^3 - 6x^2 + 2x^2 + 72 = 0$
 $x(x-6) - 2(x-6)(x+6) = 0$
 $(x-6)(x-2(x+6)) = 0$
 $x^3 - 64x + 200 \geq 0$
 $x(x^2 - 64) + 200 \geq 0$
 $x(x-8)(x+8) + 200 \geq 0$
 $-3 \pm 9 = -12$
 $200 = 2 \cdot 100 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5^2 = 2^3 \cdot 5^2$
 $07571 + \sqrt{3}$
 168
 128
 72
 $6 \cdot 6 \cdot 6$
 36
 6
 64
 6
 384
 $72 \mid 2$
 136
 6
 6
 216

а) 4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$x+2 \geq 0, x \geq -2$$

$$x \leq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 \geq 0 \quad 4x^4 + 11x^2 + 4x + 5x^3 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 11x^2 + 4x + 5x^3 + 4 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 - 5x - 1) - 8x^2 + 4x + 4$$

$$4x^4 - 4x^3 - x^3$$

$$x = -1$$

$$25 - 16$$

$$4(2x^2 + x + 1)$$

$$4 - 5 - 9 + 8$$

$$4 + 11 - 4 - 5 + 4$$

$$\frac{5 \pm 3}{8}$$

$$\frac{49}{25} + \frac{16}{25} + 4$$

$$25 + 16$$

$$(2x^2)^2 - (3x)^2$$

$$6$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 24 \quad 4 \\ 64 \quad 25 \quad 10 \\ 25 \quad 8 \quad 10 \\ 32 \quad 25 \quad 10 \\ 56 \quad 19 \end{array}$$

$$25 + 16$$

$$(2x^2 - 3x)(2x^2 + 3x)$$

$$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$x^2(2x-3)(2x+3)$$

$$(2x^2)^2 + x^2 + 2^2 + 2 \cdot 2x \cdot 2$$

$$-(5x^3 - 4x + 4)$$

$$4x^2(x+1) + 4$$

$$1 + 4 \cdot 2$$

$$(4x^3 - 4x + x^3 + 4)$$

$$5x^3 - 4x + 16x + 4$$

$$5x(x^2 - 4)$$

$$x^2(4x^2 - 5x - 1)$$

$$(2x^2)^2 - (3x)^2 + 2^2 - 12x^3 - 24x + 16x^2 + 28x +$$

$$25 + 16$$

$$+ 16x^2 + 7x^3$$

$$(2x^2)^2 - (x-2)^2 - 2 \cdot 2x \cdot x - 2 \cdot 4 \cdot x + 16x^2$$

$$2 \cdot 4 \cdot 3$$

$$4 \cdot 4$$

$$= -4x^3 + 8x$$

$$x(7x^2 - 16x + 28)$$

$$\frac{16}{24} \cdot 4$$

$$x=2 \quad \frac{1-6}{8}$$

$$\frac{1+6}{8}$$

$$64$$

$$64 - 40 - 36 + 12$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x-2$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2$$

$$12$$

$$76 -$$

$$(x-2) \quad (x+3)$$

$$-32 + 12 + 6$$

$$-4 + 3 + 3$$

$$-3x^2 + 4x$$

$$-3x^2 + 6x$$

$$-2x + 4$$

$$-2x + 4$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \quad | \quad x+1$$

$$4x^3 + 4x^2$$

$$-x^2 - 3x$$

$$-x^2 - x$$

$$-2x - 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(ax^2+bx+c)(px^2+qx+t)$$

$$x^4(a+p) + bp \cdot x^3 + cp x^2 + aq x^3 + bq x^2 + cq x + at x^2 + bt x + ct$$

$$x^4(a+p) + x^3(bp+aq) + x^2(cp+bq+at) + x(cq+bt) + ct$$

$$\begin{cases} a+p=4 & 2+2 & 3- & 3+4 & 2+2 \\ bp+aq=5 & bp=1 & 3p+q=5 & 2b+2q=5 \\ cp+bq+at=11 & 1 & 3 & 4x^4+5x^3 \geq 0 \\ cq+bt=4 & & & x^3(4x+5) \\ ct=4 & & & \end{cases}$$

$$4 \cdot 1 \quad 3c+2+t=11$$

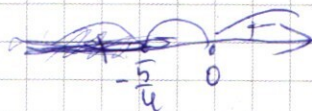
$$3c+t=9$$

$$2c+t=4$$

$$ct=4$$

$$c=5$$

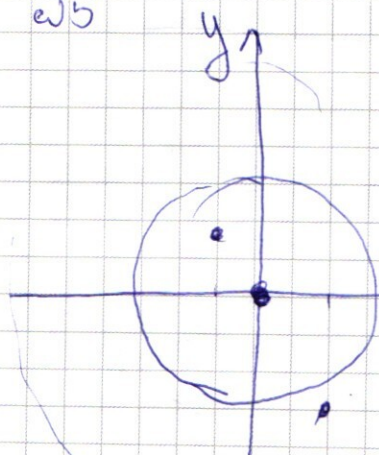
$$t=4$$



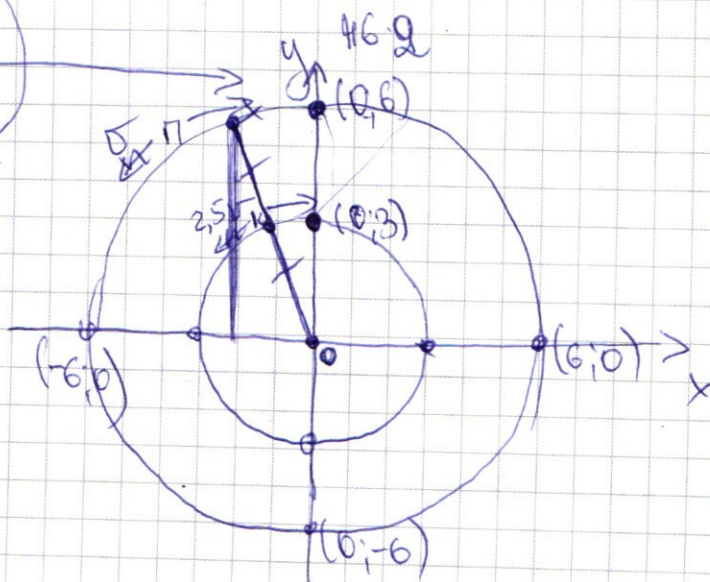
$$4 \quad 2\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ 11 \overline{) 11000} \\ \underline{11000} \\ 0 \end{array}$$

ω5



$$\begin{aligned} K: & \begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ 1+8=6^2 \end{cases} \\ n: & \begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ 4+ \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} 1776 \\ 11 \overline{) 1776} \\ \underline{1100} \\ 676 \\ \underline{660} \\ 160 \\ \underline{154} \\ 60 \end{array}$$

ω I

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

x, y

(x, y)

$(-x, y)$

$-x - y$

$$|-y-x+8| + |-y+x+8|$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$(|x|-1)^2 + (|y|-1)^2 = 1$$

$$x = -2 \mid x = -1$$

$$y = 1$$

$$4 + y =$$

x

8

6

4

2

0

2

4

6

8

10

12

14

16

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 & x+8 \geq 0 & x \geq -8 \\ y-x+8 \geq 0 & -x+8 \geq 0 & x \leq 8 \\ y=0 & & \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 & y \geq -16 \\ y-x+8 \leq 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

$$y+x+8 - y+x-8 = 16$$

$$x = 8$$

$$x \leq 8$$

$$x$$

$$-y-x-8 - y+x-8 = 16$$

$$-2y = 32 \quad y = -16$$

$$x = 8$$

$$x \leq 8$$

$$x$$

$$-y-x-8 + y-x+8 = 16$$

$$x = -8$$

$$y \leq 0$$

$$y \geq -16$$



$$(|x|)^2 + (|y|)^2$$

$$y+x+8 + y-x+8 = 16$$

$$y = 0$$

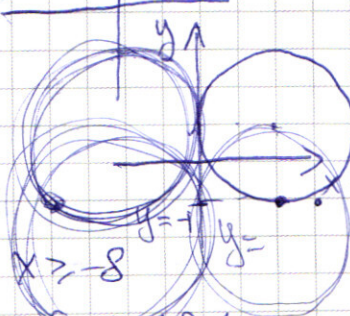
$$y+x+8 \geq 0$$

$$y-x+8 \geq 0$$

$$|x|-2 = 2$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

$$(|x|-2)^2 + (|y|-1)^2$$



$$y = 1$$

$$y = -$$

$$y+x+8 \leq 0$$

$$y-x+8 \geq 0$$

$$y+x+8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

W1. $4900 = (70)^2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
 $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$

W2 $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$
 $S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}$

$b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^{2999} = b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999})$
 $b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}$
 $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$
 $\frac{1 \cdot 2^5}{2^5 - 1} = \frac{32}{31}$
 $\frac{b_1(2^5 - 1)}{2 - 1} = 176$
 $176 \cdot 2 = 352$
 $352 \cdot 2 = 704$
 $704 \cdot 2 = 1408$
 $1408 \cdot 2 = 2816$
 $2816 \cdot 2 = 5632$
 $5632 \cdot 2 = 11264$
 $11264 \cdot 2 = 22528$
 $22528 \cdot 2 = 45056$
 $45056 \cdot 2 = 90112$
 $90112 \cdot 2 = 180224$
 $180224 \cdot 2 = 360448$
 $360448 \cdot 2 = 720896$
 $720896 \cdot 2 = 1441792$
 $1441792 \cdot 2 = 2883584$
 $2883584 \cdot 2 = 5767168$
 $5767168 \cdot 2 = 11534336$
 $11534336 \cdot 2 = 23068672$
 $23068672 \cdot 2 = 46137344$
 $46137344 \cdot 2 = 92274688$
 $92274688 \cdot 2 = 184549376$
 $184549376 \cdot 2 = 369098752$
 $369098752 \cdot 2 = 738197504$
 $738197504 \cdot 2 = 1476395008$
 $1476395008 \cdot 2 = 2952790016$
 $2952790016 \cdot 2 = 5905580032$
 $5905580032 \cdot 2 = 11811160064$
 $11811160064 \cdot 2 = 23622320128$
 $23622320128 \cdot 2 = 47244640256$
 $47244640256 \cdot 2 = 94489280512$
 $94489280512 \cdot 2 = 188978561024$
 $188978561024 \cdot 2 = 377957122048$
 $377957122048 \cdot 2 = 755914244096$
 $755914244096 \cdot 2 = 1511828488192$
 $1511828488192 \cdot 2 = 3023656976384$
 $3023656976384 \cdot 2 = 6047313952768$
 $6047313952768 \cdot 2 = 12094627905536$
 $12094627905536 \cdot 2 = 24189255811072$
 $24189255811072 \cdot 2 = 48378511622144$
 $48378511622144 \cdot 2 = 96757023244288$
 $96757023244288 \cdot 2 = 193514046488576$
 $193514046488576 \cdot 2 = 387028092977152$
 $387028092977152 \cdot 2 = 774056185954304$
 $774056185954304 \cdot 2 = 1548112371908608$
 $1548112371908608 \cdot 2 = 3096224743817216$
 $3096224743817216 \cdot 2 = 6192449487634432$
 $6192449487634432 \cdot 2 = 12384898975268864$
 $12384898975268864 \cdot 2 = 24769797950537728$
 $24769797950537728 \cdot 2 = 49539595901075456$
 $49539595901075456 \cdot 2 = 99079191802150912$
 $99079191802150912 \cdot 2 = 198158383604301824$
 $198158383604301824 \cdot 2 = 396316767208603648$
 $396316767208603648 \cdot 2 = 792633534417207296$
 $792633534417207296 \cdot 2 = 1585267068834414592$
 $1585267068834414592 \cdot 2 = 3170534137668829184$
 $3170534137668829184 \cdot 2 = 6341068275337658368$
 $6341068275337658368 \cdot 2 = 12682136550675316736$
 $12682136550675316736 \cdot 2 = 25364273101350633472$
 $25364273101350633472 \cdot 2 = 50728546202701266944$
 $50728546202701266944 \cdot 2 = 101457092405402533888$
 $101457092405402533888 \cdot 2 = 202914184810805067776$
 $202914184810805067776 \cdot 2 = 405828369621610135552$
 $405828369621610135552 \cdot 2 = 811656739243220271104$
 $811656739243220271104 \cdot 2 = 1623313478486440542208$
 $1623313478486440542208 \cdot 2 = 3246626956972881084416$
 $3246626956972881084416 \cdot 2 = 6493253913945762168832$
 $6493253913945762168832 \cdot 2 = 12986507827891524337664$
 $12986507827891524337664 \cdot 2 = 25973015655783048675328$
 $25973015655783048675328 \cdot 2 = 51946031311566097350656$
 $51946031311566097350656 \cdot 2 = 103892062623132194701312$
 $103892062623132194701312 \cdot 2 = 207784125246264389402624$
 $207784125246264389402624 \cdot 2 = 415568250492528778805248$
 $415568250492528778805248 \cdot 2 = 831136500985057557610496$
 $831136500985057557610496 \cdot 2 = 1662273001970115115220992$
 $1662273001970115115220992 \cdot 2 = 3324546003940230230441984$
 $3324546003940230230441984 \cdot 2 = 6649092007880460460883968$
 $6649092007880460460883968 \cdot 2 = 13298184015760920921767936$
 $13298184015760920921767936 \cdot 2 = 26596368031521841843535872$
 $26596368031521841843535872 \cdot 2 = 53192736063043683687071744$
 $53192736063043683687071744 \cdot 2 = 106385472126087367374143488$
 $106385472126087367374143488 \cdot 2 = 212770944252174734748286976$
 $212770944252174734748286976 \cdot 2 = 425541888504349469496573952$
 $425541888504349469496573952 \cdot 2 = 851083777008698938993147904$
 $851083777008698938993147904 \cdot 2 = 1702167554017397877986295808$
 $1702167554017397877986295808 \cdot 2 = 3404335108034795755972591616$
 $3404335108034795755972591616 \cdot 2 = 6808670216069591511945183232$
 $6808670216069591511945183232 \cdot 2 = 13617340432139183023890366464$
 $13617340432139183023890366464 \cdot 2 = 27234680864278366047780732928$
 $27234680864278366047780732928 \cdot 2 = 54469361728556732095561465856$
 $54469361728556732095561465856 \cdot 2 = 108938723457113464191122931712$
 $108938723457113464191122931712 \cdot 2 = 217877446914226928382245863424$
 $217877446914226928382245863424 \cdot 2 = 435754893828453856764491726848$
 $435754893828453856764491726848 \cdot 2 = 871509787656907713528983453696$
 $871509787656907713528983453696 \cdot 2 = 1743019575313815427057966907392$
 $1743019575313815427057966907392 \cdot 2 = 3486039150627630854115933814784$
 $3486039150627630854115933814784 \cdot 2 = 6972078301255261708231867629568$
 $6972078301255261708231867629568 \cdot 2 = 13944156602510523416463735259136$
 $13944156602510523416463735259136 \cdot 2 = 27888313205021046832927470518272$
 $27888313205021046832927470518272 \cdot 2 = 55776626410042093665854941036544$
 $55776626410042093665854941036544 \cdot 2 = 111553252820084187331709882073088$
 $111553252820084187331709882073088 \cdot 2 = 223106505640168374663419764146176$
 $223106505640168374663419764146176 \cdot 2 = 446213011280336749326839528292352$
 $446213011280336749326839528292352 \cdot 2 = 892426022560673498653679056584704$
 $892426022560673498653679056584704 \cdot 2 = 1784852045121346997307358113169408$
 $1784852045121346997307358113169408 \cdot 2 = 3569704090242693994614716226338816$
 $3569704090242693994614716226338816 \cdot 2 = 7139408180485387989229432452677632$
 $7139408180485387989229432452677632 \cdot 2 = 14278816360970775978458864905355264$
 $14278816360970775978458864905355264 \cdot 2 = 28557632721941551956917729810710528$
 $28557632721941551956917729810710528 \cdot 2 = 57115265443883103913835459621421056$
 $57115265443883103913835459621421056 \cdot 2 = 114230530887766207827670919242842112$
 $114230530887766207827670919242842112 \cdot 2 = 228461061775532415655341838485684224$
 $228461061775532415655341838485684224 \cdot 2 = 456922123551064831310683676971368448$
 $456922123551064831310683676971368448 \cdot 2 = 913844247102129662621367353942736896$
 $913844247102129662621367353942736896 \cdot 2 = 1827688494204259325242734707885473792$
 $1827688494204259325242734707885473792 \cdot 2 = 3655376988408518650485469415770947584$
 $3655376988408518650485469415770947584 \cdot 2 = 7310753976817037300970938831541895168$
 $7310753976817037300970938831541895168 \cdot 2 = 14621507953634074601941877663083790336$
 $14621507953634074601941877663083790336 \cdot 2 = 29243015907268149203883755326167580672$
 $29243015907268149203883755326167580672 \cdot 2 = 58486031814536298407767510652335161344$
 $58486031814536298407767510652335161344 \cdot 2 = 116972063629072596815535021304670322688$
 $116972063629072596815535021304670322688 \cdot 2 = 233944127258145193631070042609340645376$
 $233944127258145193631070042609340645376 \cdot 2 = 467888254516290387262140085218681290752$
 $467888254516290387262140085218681290752 \cdot 2 = 935776509032580774524280170437362581504$
 $935776509032580774524280170437362581504 \cdot 2 = 1871553018065161549048560340874725163008$
 $1871553018065161549048560340874725163008 \cdot 2 = 3743106036130323098097120681749450326016$
 $3743106036130323098097120681749450326016 \cdot 2 = 7486212072260646196194241363498900652032$
 $7486212072260646196194241363498900652032 \cdot 2 = 14972424144521292392388482726997801304064$
 $14972424144521292392388482726997801304064 \cdot 2 = 29944848289042584784776965453995602608128$
 $29944848289042584784776965453995602608128 \cdot 2 = 59889696578085169569553930907991205216256$
 $59889696578085169569553930907991205216256 \cdot 2 = 119779393156170339139107861815982410432512$
 $119779393156170339139107861815982410432512 \cdot 2 = 239558786312340678278215723631964820865024$
 $239558786312340678278215723631964820865024 \cdot 2 = 479117572624681356556431447263929641730048$
 $479117572624681356556431447263929641730048 \cdot 2 = 958235145249362713112862894527859283460096$
 $958235145249362713112862894527859283460096 \cdot 2 = 1916470290498725426225725789055718566920192$
 $1916470290498725426225725789055718566920192 \cdot 2 = 3832940580997450852451451578111437133840384$
 $3832940580997450852451451578111437133840384 \cdot 2 = 7665881161994901704902903156222874267680768$
 $7665881161994901704902903156222874267680768 \cdot 2 = 15331762323989803409805806312445748535361536$
 $15331762323989803409805806312445748535361536 \cdot 2 = 30663524647979606819611612624891497070723072$
 $30663524647979606819611612624891497070723072 \cdot 2 = 61327049295959213639223225249782994141446144$
 $61327049295959213639223225249782994141446144 \cdot 2 = 122654098591918427278446450499565988282892288$
 $122654098591918427278446450499565988282892288 \cdot 2 = 245308197183836854556892900999131976565784576$
 $245308197183836854556892900999131976565784576 \cdot 2 = 490616394367673709113785801998263953131569152$
 $490616394367673709113785801998263953131569152 \cdot 2 = 981232788735347418227571603996527906263138304$
 $981232788735347418227571603996527906263138304 \cdot 2 = 1962465577470694836455143207993055812526276608$
 $1962465577470694836455143207993055812526276608 \cdot 2 = 3924931154941389672910286415986111625052553216$
 $3924931154941389672910286415986111625052553216 \cdot 2 = 7849862309882779345820572831972223250105106432$
 $7849862309882779345820572831972223250105106432 \cdot 2 = 15699724619765558691641145663944446500210212864$
 $15699724619765558691641145663944446500210212864 \cdot 2 = 31399449239531117383282291327888893000420425728$
 $31399449239531117383282291327888893000420425728 \cdot 2 = 62798898479062234766564582655777786000840851456$
 $62798898479062234766564582655777786000840851456 \cdot 2 = 125597796958124469533129165311555572001681702912$
 $125597796958124469533129165311555572001681702912 \cdot 2 = 251195593916248939066258330623111144003363405824$
 $251195593916248939066258330623111144003363405824 \cdot 2 = 502391187832497878132516661246222288006726811648$
 $502391187832497878132516661246222288006726811648 \cdot 2 = 1004782375664995756265033322492444576013453623296$
 $1004782375664995756265033322492444576013453623296 \cdot 2 = 2009564751329991512530066644984889152026907246592$
 $2009564751329991512530066644984889152026907246592 \cdot 2 = 4019129502659983025060133289969778304053814493184$
 $4019129502659983025060133289969778304053814493184 \cdot 2 = 8038259005319966050120266579939556608107628986368$
 $8038259005319966050120266579939556608107628986368 \cdot 2 = 16076518010639932100240533159879113216215257972736$
 $16076518010639932100240533159879113216215257972736 \cdot 2 = 32153036021279864200481066319758226432430515945472$
 $32153036021279864200481066319758226432430515945472 \cdot 2 = 64306072042559728400962132639516452864861031890944$
 $64306072042559728400962132639516452864861031890944 \cdot 2 = 128612144085119456801924265279032905729722063781888$
 $128612144085119456801924265279032905729722063781888 \cdot 2 = 257224288170238913603848530558065811459444127563776$
 $257224288170238913603848530558065811459444127563776 \cdot 2 = 514448576340477827207697061116131622918888255127552$
 $514448576340477827207697061116131622918888255127552 \cdot 2 = 1028897152680955654415394122232263245837776510255104$
 $1028897152680955654415394122232263245837776510255104 \cdot 2 = 2057794305361911308830788244464526491675553020510208$
 $2057794305361911308830788244464526491675553020510208 \cdot 2 = 4115588610723822617661576488929052983351106041020416$
 $4115588610723822617661576488929052983351106041020416 \cdot 2 = 8231177221447645235323152977858105966702212082040832$
 $8231177221447645235323152977858105966702212082040832 \cdot 2 = 16462354442895290470646305955716211933404424164081664$
 164623544428

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{300} - 1)(q^2 + q + 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + q + 1)}{q^3 - 1}$$

$$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2997} = 1 \dots \frac{9}{3} = 3$$

$$= \frac{b_1(q^3 - 1)}{q^3 - 1} = b_1 \frac{(q^3 - 1)}{q^3 - 1} = b_1 \frac{(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + q + 1)}{q^3 - 1} = B$$

$$5S = \frac{40b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + b_1$$

$$\frac{6.25}{3.5} = 9 \frac{3}{4} = \frac{39}{4}$$

$$1500 : S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)q}{q^2 - 1}$$

$$5(b_1 q^{3000} - 5(A + B)) = 40A + B$$

$$5A + 5B = 40A + B$$

$$35A = 4B$$

$$B = \frac{35}{4}A + A = A \left(\frac{39}{4} \right)$$

$$\frac{35 \cdot b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{4b_1(q^{3000} - 1)(q^2 + q)}{q^3 - 1}$$

$$35 = 4q(q + 1) \Rightarrow 4q^2 + 4q - 35 = 0$$

$$S = C + D$$

$$x \cdot S = 3C + D$$

$$2C = S(x - 1) = (A + B)(x - 1)$$

$$\times \frac{35}{4}$$

$$D = 164 + 12^2$$

$$\frac{-2 \pm 12}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$b_1(q^{3000} - 1) \cdot \frac{39}{4} \cdot \frac{(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \cdot b_1(x - 1) = 2 \cdot \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$x - 1 = \frac{2 \cdot 4}{39} \frac{(q - 1)(q^2 + q + 1)}{(q - 1)(q + 1)}$$