# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна $S$. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма $S$ увеличится в 10 раз. А как изменится $S$, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по одну сторону от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12, \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$700=2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$

Так как у нас 700 раскладывается на $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$, то цифры могут быть ① $(2;2;5;5;7;1;1;1;)$ или ② $(4;5;5;7;1;1;1;1)$ в разных порядках.

Для ① количество вариантов равно $\frac{8!}{2!\cdot2!\cdot3!}$ (где $8!$ - общее число перестановок 8 цифр; $2!$ - число перестановок „2", $2!$ - число перестановок „5", $3!$ - „1").

Аналогично для ② количество будет равно $\frac{8!}{2!\cdot4!}$

Общее кол-во 8-ми значных ~~цифр~~ чисел с произведением 700 равно $\frac{8!}{2!\cdot2!\cdot3!}+\frac{8!}{2!\cdot4!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3!}{2\cdot2\cdot3!}+$

$+\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{2\cdot4!}=7\cdot6\cdot5\cdot12=210\cdot12=2520$

Ответ: 2520.

№3

$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$ ОДЗ: $x^3-4x+80\geq0$

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$\left(\frac{x^2}{2}+6x+18\right)(x^3-4x+80)=(x^2+10x+24)^2 \;|\cdot2$

$(x^2+12x+36)(x^3-4x+80)=2(x+6)^2(x+4)^2$

$(x+6)^2(x^3-4x+80-2(x+4)^2)=0$

$(x+6)^2(x^3-4x+80-2x^2-16x-32)=0$

$(x+6)^2(x^3-2x^2-20x+48)=0$

$x=4$ - корень уравнения $x^3-2x-20x+48=0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$
\begin{array}{l|l}
x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\
\underline{x^3-4x^2} & x^2+2x-12 \\
\quad 2x^2-20x & \\
\quad \underline{2x^2-8x} & \\
\qquad -12x+48 & \\
\qquad \underline{-12x+48} & \\
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

$(x+6)^2(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$(x+6)^2=0$ или $x-4=0$ или $x^2-2x-12=0$

$x=-6$ $\qquad$ $x=4$ $\qquad$ $D_1=1+12=13$

$x_1=1+\sqrt{13}$

$x_2=1-\sqrt{13}$

Проверим каждый корень на ОДЗ:

$x=-6$: $-216+24+80\leq 0$ – не входит в ОДЗ;

$x=4$: $64-16+80\geq 0$ – входит в ОДЗ;

$x=1+\sqrt{13}$ : $(1+\sqrt{13})^3-4(1+\sqrt{13})+80\geq 0$ : входит в ОДЗ;

$x=1-\sqrt{13}$ : $(1-\sqrt{13})^3-4(1-\sqrt{13})+80\geq 0$ : входит в ОДЗ;

Ответ: $4;\ 1+\sqrt{13};\ 1-\sqrt{13}$.

№4

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$x^2-4x+4+2x^4-3x^2|x-2|\geq 0$

$(|x-2|)^2-3x^2|x-2|+2x^4\geq 0$

Пусть $|x-2|=t$

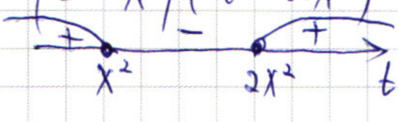
$t^2-3x^2t+2x^4\geq 0$

$D=9x^4-8x^4=x^4$

$t_1=\frac{3x^2-x^2}{2}=x^2$

$t_2=\frac{3x^2+x^2}{2}=2x^2$

$(t-x^2)(t-2x^2)\geq 0$




$t\in(-\infty;\ x^2]\cup[2x^2;\ +\infty)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12$

$(y-6-x)^2+(y-6+x)^2+2|((y-6)-x)((y-6)+x)|=144$

$y^2+x^2+36-12y-\cancel{2xy}+\cancel{12x}+y^2+x^2+36+\cancel{2xy}-\cancel{12x}-12y+2|y^2-12y+36-x^2|=144$

$2y^2+2x^2+72-24y+2|y^2-12y+36-x^2|=144$

$y^2-12y+36+x^2+|y^2-12y+36-x^2|=72$

$121-121-11+36-36<0$

① Если $y^2-12y+36-x^2\geq 0$

$2y^2-24y+72=72$

$2y^2-24y=0$

$y(y-12)=0$

$y=0;\ y=12$

$\boxed{1}$ $y=0$

$|-6-x|+|x-6|=12$

$|x+6|+|x-6|=12$

② Если $y^2-12y+36-x^2<0$

$\cancel{y^2}-\cancel{12y}+\cancel{36}+x^2+x^2-\cancel{y^2}+\cancel{12y}-\cancel{36}=72$

$x^2=36$ Также и при $x=-6$

$x_1=6;\ x_2=-6$

$|y-6-6|+|y-6+6|=12$

$|y-12|+|y|=12$

0, 12

1) $y\in(-\infty;0]$

$-y+12-y=12$

$y=0$ – не подходит ②

2) $y\in(0;12)$

$-y+12+y=12$

$0=0$

$y\in(0;12)$ – подходит

3) $y\in[12;+\infty)$

$y=12$ – не подходит

$10+10q+10q^2=$

$10q^2-9q-9=0$

$D=81$

$\frac{10}{11}$

$1+q+q^2$

$1+q+q^2$

$1+q^2+q^4$

$50q^2+q+1$

$10q^2-9q-9=0$

$D=81+40\cdot 9=81+14\cdot 40=\ldots$

$q_1=\frac{9+39}{80}=\frac{48}{80}=\frac{24}{40}=0{,}6$

$D=1521$

$b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+\ldots$

$\ldots+b_{2997}+b_{2998}+b_{2999}+b_{3000}$

$=b_1(1+q+q^2)+b_1q^3(1+q+q^2)+b_1q^{2997}(1+q+q^2)=$

$=b_1(1+q+q^2)(1+q^3+q^6+\ldots$

$b_1(1+q+q^2)(1+q^3+q^6+\ldots)=16$

$-36\ \ 24\ \ 60\ \ 56\ \ 40$ | $8$ | $0{,}375$

$\frac{39}{39}$, $351$, $1521$

$\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q^1 + b_1 \dots \\ 49 b_1 \cdot q^2 + 49 b_1 \cdot q^5 + \dots + 49 b_1 \cdot q^{2999} = \end{cases}$

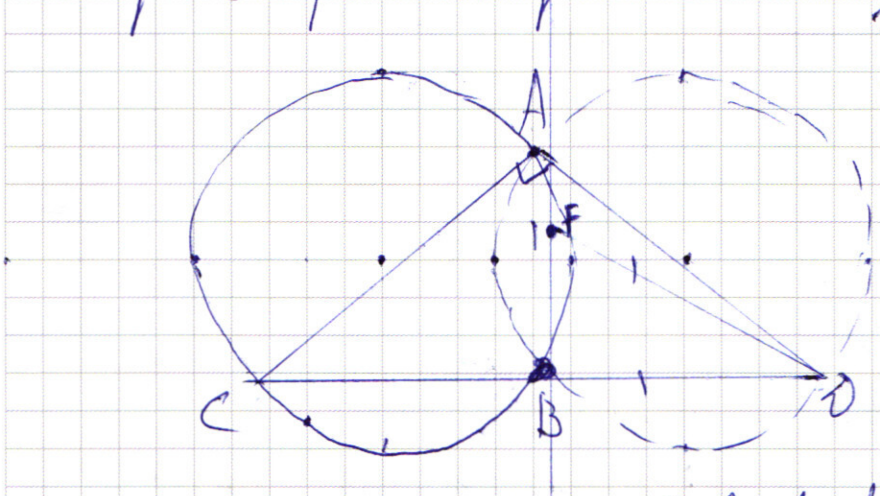
$b_1(1+q^1+\dots+q^{2999}) = S$

$b_1 + b_1 \cdot q^1 + 50 b_1 \cdot q^2 + \dots + 50 b_1 \cdot q^{2999} = 10S$

$1+1+1+1+1 = \dots = 3000$

$1+1+50+1+1+50+\dots+1+1+50 =$

$= 52 \cdot 1000 = 52000$




$S = b_1 + b_2 + b_3 = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 =$
$= b_1(1+q+q^2)$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} =$

$= 1 + \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = 1 + \frac{15}{16} = 1\frac{15}{16} + \frac{1}{32} = 1 + \frac{30}{32} + \frac{1}{32} = 1\frac{31}{32}$

$q_1 = 1$

$q_2 = 1 \cdot \frac{1}{2}^1$

$q_3 = 1 \cdot \frac{1}{2}^2$

$q_4 = 1 \cdot \frac{1}{2}^3$

$q_5 = 1 \cdot \frac{1}{2}^4$

$q_6 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$

$S = 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5\right) =$

$= 1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right) =$

$= 1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right)\right) =$

$= 1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)\right)\right) =$

$= 1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right)\right)\right)\right) =$

$= b + q(b + q(b + q(b + q(b + q)))) =$

$= \cancel{b} \quad \frac{b \cdot q^{(n-1)}}{n-1} = \frac{1 \cdot \frac{1}{32}}{5}$

$q^2 + q + 1 = q(q+1) + 1 =$
$= 1 + q(q+1)$

$\frac{q^2}{a} = q^2 + q + 1$

$q^2 = q^2 a + qa + a$

$q^2(1-a) - qa - a = 0$

$D = a^2 + 4a(1-a) = a^2 + 4a - \cancel{4a^2} = 4a - 3a^2$

$b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + b_5 + \dots + 2b_6 = S + b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} =$

$= \cancel{S + b_2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит,

$|x-2| \leq x^2$ или $|x-2| \geq 2x^2$

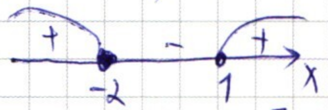
$-x^2 \leq x-2 \leq x^2$

$\begin{cases} -x^2 \leq x-2 \\ x-2 \leq x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+x-2 \geq 0 \\ x^2-x+2 \geq 0 \text{ (т.к. } D<0, \text{ то } x^2-x+2>0) \end{cases}$

$x^2+x-2 \geq 0$

$(x-1)(x+2) \geq 0$




$x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

$\left[\begin{array}{l} \cancel{x-2 \geq 2x^2} \\ \cancel{x-2 \leq -2x^2} \end{array}\right.$

Т.к. $|x-2| \geq 0$ и $2x^2 \geq 0$, то возведем обе части неравенства в квадрат

$(x-2)^2 \geq 4x^4$

$(x-2)^2 - 4x^4 \geq 0$

$(x-2-2x^2)(x-2+2x^2) \geq 0$

$(2x^2-x+2)(2x^2+x-2) \leq 0$

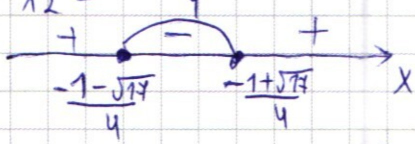
$2x^2-x+2>0$, т.к. $D<0$.

$2x^2+x-2 \leq 0$

$D = 1+16 = 17$

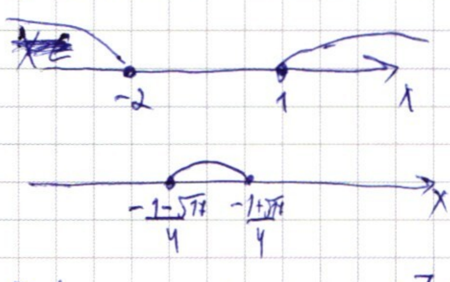
$x_1 = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$

$x_2 = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$




$\cancel{x \in (-\infty; -2]}$. $x \in \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]$.

Значит:



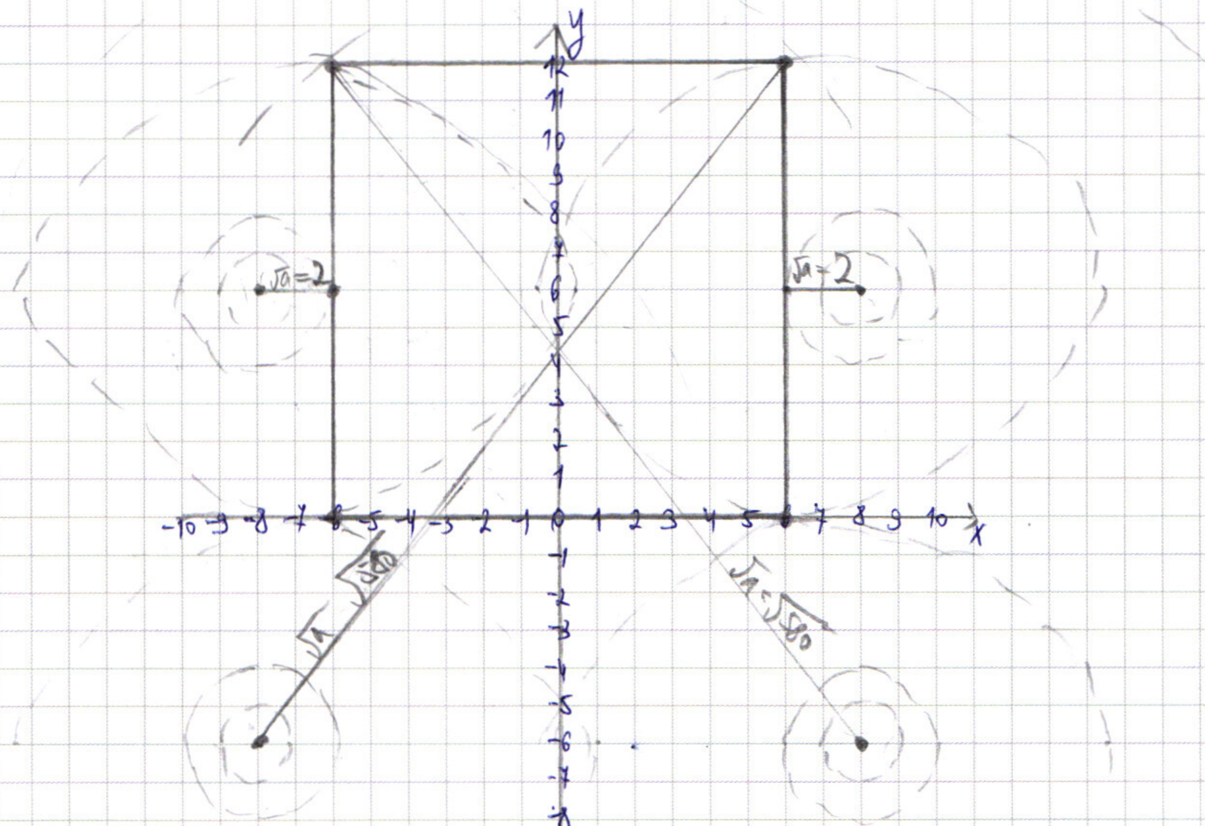

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$.

№7

$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$

Построим множество всех точек для $|y-6-x|+|y-6+x|=12$. Это будет квадрат с вершинами $(6;0)$, $(-6;0)$; $(6;12)$; $(-6;12)$

Множеством всех точек для $(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$ будут окружности с центрами в точках $(8;6)$, $(8;-6)$, $(-8;6)$, $(-8;-6)$ и радиусами $\sqrt{a}$.




Чтобы было 2 решения, необходимо, чтобы квадрат и окружности имели ровно две различные точки пересечения

При $\sqrt{a}<2$ $(a<4)$ – 0 точек пересечения

При $\sqrt{a}=2$ $(a=4)$ – 2 точки пересечения

При $2<\sqrt{a}\le\sqrt{40}$ $(a\in(4;40])$ – 4 точки пересечения

При $\sqrt{40}<\sqrt{a}<\sqrt{580}$ $(a\in(40;580))$ – 4 и более точек пересечения

При $\sqrt{a}=\sqrt{580}$ $(a=580)$ – 2 точки пересечения

При $\sqrt{a}>\sqrt{580}$ $(a>580)$ – 0 точек пересечения

Ответ: $a=4$; $a=580$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

По условию $b_1+b_2+b_3+\ldots+b_{3000}=S$

$b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$ – положительные члены геометрической прогрессии. Тогда

$b_2=b_1\cdot q$

$b_3=b_1\cdot q^2$

....

$b_{3000}=b_1\cdot q^{2999}$

Тогда

$b_1+b_2+\ldots+b_{3000}=S$ будем группировать по три, а после подва

$(b_1+b_2+b_3)+\ldots+(b_{2998}+b_{2999}+b_{3000})=S$

$b_1(1+q+q^2)+b_1q^3(1+q+q^2)+\ldots+b_1q^{2997}(1+q+q^2)=S$

$b_1(1+q+q^2)(1+q^3+q^6+\ldots+q^{2997})=S \quad (1)$

При увеличении тех, чьи номера кратны 3 в 50 раз будет увеличиваться коэффициент в 50 раз при $q^2$. (Это следует если бы мы группировали $b_1+b_2+50b_3;\ b_4+b_5+50b_6;\ldots;\ b_{2998}+b_{2999}+b_{3000}$)

Тогда $b_1(1+q+50q^2)(1+q^3+q^6+\ldots+q^{2997})=10S \quad (2)$

Разделим (2) на (1) и получим

$$\frac{1+q+50q^2}{1+q+q^2}=\frac{10S}{S}$$

$$1+q+50q^2=10+10q+10q^2$$

$$40q^2-9q-9=0$$

$D=81+4\cdot40\cdot9=81+1440=1521$

$q_1=\frac{9-39}{80}<0$ невозможно, т.к все члены геометр. прогрессии $>0$

$q_2=\frac{9+39}{80}=\frac{48}{80}=0,6$

Значит $q = 0{,}6$

Сгруппируем в сумме по два:

$(b_1 + b_2) + (b_3 + b_4) + \ldots + (b_{2999} + b_{3000}) = S$

$b_1(1+q) + b_1 q^2 (1+q) + \ldots + b_1 q^{2998}(1+q) = S$

$b_1(1+q)(1 + q^2 + q^4 + \ldots + q^{2998}) = S \quad (3)$

При увеличении в два раза тех, чьи номера кратны 2, будут увеличиваться в два раза коэффициенты при $q$ (это следует из того, если мы сгруппировали $b_1 + 2b_2$; $b_3 + 2b_4$; ...; $b_{2999} + 2b_{3000}$)

Тогда:

$b_1(1+2q)(1+q^2+q^4+\ldots+q^{2998}) = K \quad (4)$

Разделим (4) на (3)

$$\frac{1+2q}{1+q} = \frac{K}{S}$$

Подставим значение $q$

$$\frac{2{,}2}{1{,}6} = \frac{K}{S}$$

$$\frac{11}{8} = \frac{K}{S}$$

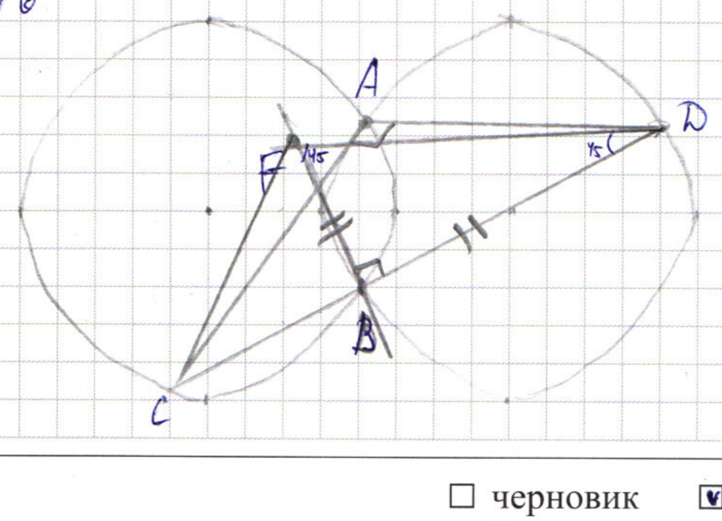
$K = \frac{11}{8} S$

$K = 1\frac{3}{8} S$

$K = 1{,}375 S$

Ответ: увеличится в 1,375 раз.

№6



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Т.к. они скользят по окружностям с центрами (0;0) и мы знаем одну точку, то мы можем найти радиусы их окружностей

Для жука:

$N_0(5;5\sqrt{7})$

$(5-0)^2+(5\sqrt{7}-0)^2=r_n^2$

$25+25\cdot7=r_n^2$

$25\cdot8=r_n^2$

$r_n=10\sqrt{2}$ ; $l_n=20\sqrt{2}$

Для водомерки

$M_0(-2;-2\sqrt{7})$

$(-2-0)^2+(-2\sqrt{7}-0)^2=r_m^2$

$4+4\cdot7=r_m^2$

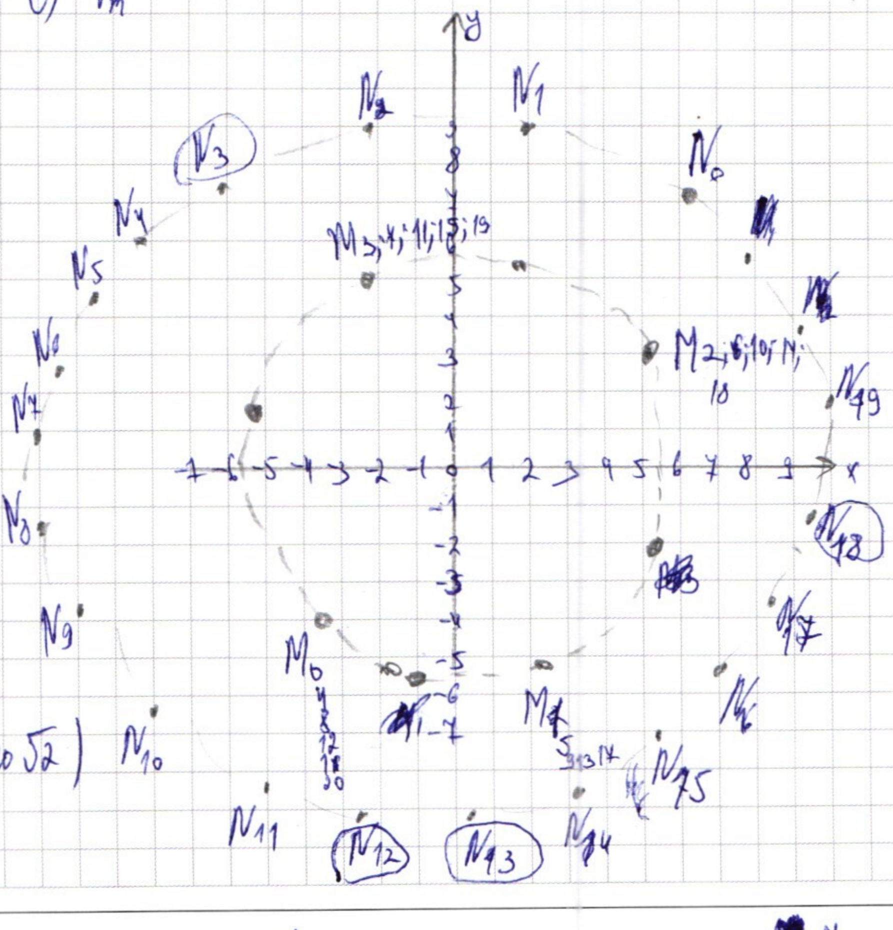
$4\cdot8=r_m^2$

$r_m=4\sqrt{2}$ ; $l_m=8\sqrt{2}$

Начертим их пути

(Для жука схематично, т.к. коорд превышают 14)

Условно разобьем путь водомерки и жука на 8 и 20 равных частей соответств. (по $\sqrt{2}$)



☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

В то время как водомерка будет проходить $2\sqrt{2}$, а жук будет проходить всего $\sqrt{2}$.
Наиболее близкими будут точки выделенные кругами.
Ответ: 4 точки.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$2x^4+(x-2)^2-3x^2|x-2|\geq 0$

$(x-2)^2-3x^2|x-2|+2x^4\geq 0$

$(|x-2|)^2-3x^2|x-2|+2x^4\geq 0$ $t=|x-2|$

$t^2-3x^2t+2x^4\geq 0$ $\cancel{4x^4\ 6x}$

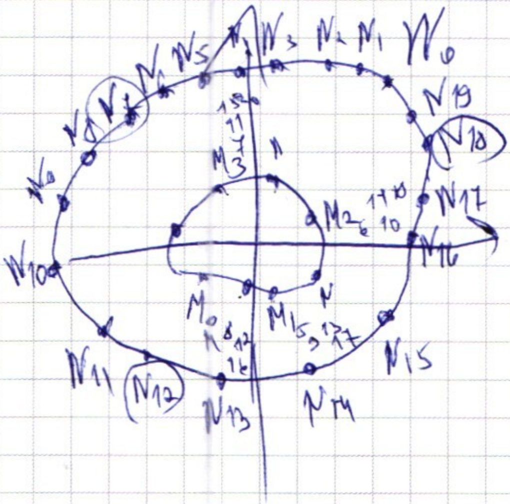
$D=9x^4-8x^4=x^4$

$\cancel{t_1=\frac{9x^2-x^2}{2}=4x^2}$

$\cancel{t_2=8x^2}$

$t_1=\frac{3x^2-x^2}{2}=x^2$

$t_2=\frac{3x^2+x^2}{2}=2x^2$




$(t-x^2)(t-2x^2)\geq 0$

$+\quad x^2\quad -\quad 2x^2\quad +\quad t$

$t\in[-\infty;x^2]\cup[2x^2;+\infty)$

$x^2\geq t$ или $2x^2\leq t$

$x^2\geq|x-2|$ $\qquad$ $2x^2\leq|x-2|$

$x^4\geq x^2-4x+4$ $\qquad$ $4x^4\leq x^2-4x+4$

$x^4-x^2+4x-4\geq 0$ $\qquad$ $4x^4-x^2+4x-4\leq 0$

$|5|\geq 4$

$4\geq|-3|$

$4\geq -3\geq -4$

$\begin{cases}2x^2\leq x-2\\ 2x^2\geq 2-x\\ 2x^2-x+2\leq 0\\ 2x^2+x-2\geq 0\end{cases}$

$x^4-x^2-4x+4\,|\,x-1$

$x^4-x^3\quad|\,x^3+x^2+4$

$x^3-x^2$

$x^3-x^2$

$4x+4$

$4x+4$

$0$

$(x-1)(x^3+x^2+4)\geq 0$

$x^3+x^2+4\,|\,x+2$

$x^3+2x^2\quad|\,x^2-x+2$

$-x^2+4$

$x^2-2x$

$2x+4$

$2x+4$

$0$

$D=1+4=5$ $x_1=\frac{1+\sqrt5}{2}$; $x_2=\frac{1-\sqrt5}{2}$

$(x-1)(x+2)\cdot\ \ \geq 0$

$+\ -2\ -\ \frac{1-\sqrt5}{2}\ +\ 1\ -\ \frac{1+\sqrt5}{2}\ +\ x$

$1-\sqrt{13}=1-3{,}6=$

$=(-2{,}6)^3=$

$=\ 2{,}6\cdot 2{,}6$

$156$

$52$

$6{,}76$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + \ldots + b_{3000} = S$

$b_2 = b_1 \cdot q$

$b_3 = b_1 \cdot q^2$

$b_4 = b_1 \cdot q^3$

$b_5 = b_1 \cdot q^4$

$b_6 = b_1 \cdot q^5$

$S = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 =$

$= b_1(q + q^2 + q^3 + q^4 + q^5) =$

$= b_1 q(1 + q + q^2 + q^3 + q^4)$

$49 b_1(q^2 + q^5 + q^8 + q^{11} + q^{14} + \ldots + q^{2999}) = 9 S$

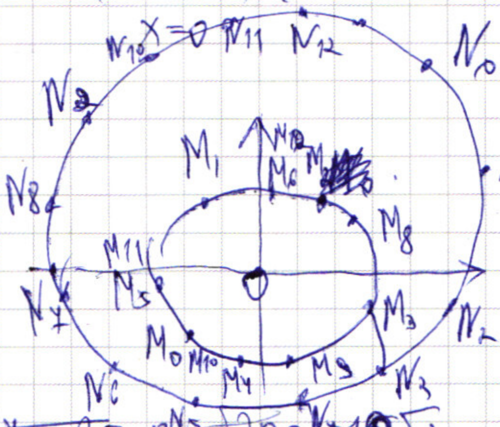
$b_1(q^2 + q^5 + q^8 + q^{11} + q^{14} + \ldots + q^{2999}) = \frac{9S}{49}$

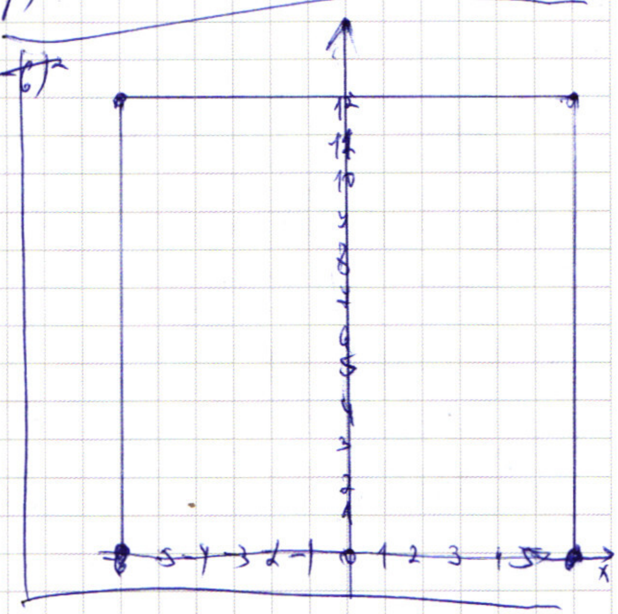
$(x-8)^2 + \cancel{(y-6)^2} = (x+8)^2 + \cancel{(y-6)^2}$

$\cancel{x - 8 = x + 8}$

$(x - 8 - x - 8)(x - 8 + x + 8) = 0$

$x = 0$




$\cancel{25 + 25 \cdot 7 = 25 \cdot 8 = \sqrt{200}} = 10\sqrt{2}$

$4 + 4 \cdot 7 = 4 \cdot 8 = 4\sqrt{2}$

жук $- \pi\sqrt{2}$; водомерка $2\pi\sqrt{2}$

$l_1 = \pi \cdot 20\sqrt{2}$

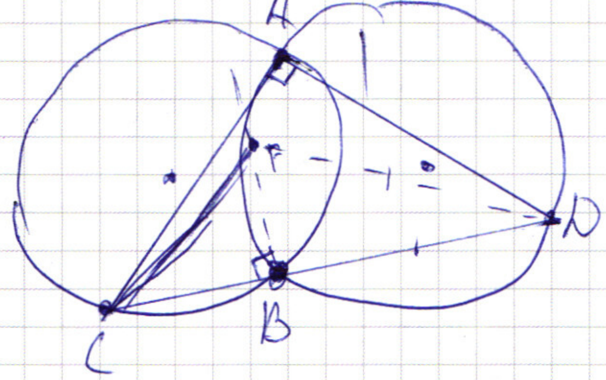
$l_2 = \pi \cdot 8\sqrt{2}$

$\cancel{(12;6)}$; $(0;6)$; $(12;-6)$; $(0;-6)$

$\cancel{11;7}$ $(6;12)$; $(6;0)$; $(-6;12)$; $(-6;0)$

$(7;11)$

$\frac{21}{2\sqrt{2}}$ $\frac{21}{4\sqrt{2}}$ $\frac{21}{42}$




$y$

$\cancel{134}$ $\cancel{28}$ $+4\sqrt{7}$

$x^4 \geq (x-2)^2$

$(x^2 - x + 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$

$\cancel{2 + 2\sqrt{4}}$

$\sqrt{17} \approx 4{,}2$

$-1 - \sqrt{17}$

$x^3 - 4x + 80 \geq 0$

$x^3 - 4x + 80 = 0$

$-343 + 28 + 80 = 0$

$5\sqrt{2}\,\sqrt{64 - 16 + 80} = \cancel{2}$

$= 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{16(4 - 1 + 5)} = 5\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{8} =$

$= 5\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2} = 80$

$-5; 2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot e\cdot f\cdot g\cdot k = 700$

| | |
|---|---|
| 700 | 2 |
| 350 | 2 |
| 175 | 5 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$700 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1$

$4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1$

$K = S_1 + S_2$

$S_1 = \frac{8!}{3!\cdot 2!\cdot 2!} =$

$S_2 = \frac{8!}{2!\cdot 4!} =$

$K = S_1 + S_2 = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{2\cdot 2} + \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{2} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 12 = 210\cdot 12 = 2520$

$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7 + b_8 = S$

$b_1(1+q) + b_1 q^2(1+q) + \ldots$

$b_1(1+q)(1+q^2) \ldots$

$\times\frac{210}{12}$, $\frac{42}{21}$, $2520$

$b_1 + b_2 + \ldots + b_{3000} = S$

$\times\frac{24}{24}$, $96$, $48$, $576$

$32 + 160 - 64 - 956 -$

$-288 + 1838 =$

$3\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)^2 (x^3 - 4x + 80) = x^4 + 100x^2 + 576 + 48x^2 + 480x + 20x^3$

$\left(\frac{x^2}{2} + 9\cdot 2 + 6x\right)(x^3 - 4x + 80) = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$

$\frac{x^5}{2} + 18x^3 + 6x^4 - \frac{4x^3}{2} - 72x - 24x^2 + \frac{80x^2}{2} + 1440 + 480x = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$

$\frac{x^5}{2} + 6x^4 + 16x^3 + 16x^2 + 408x + 1440 = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$

$x^5 + 12x^4 + 32x^3 + 32x^2 + 816x + 2880 = 2x^4 + 40x^3 + 296x^2 + 960x + 1052$

$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 264x^2 - 144x + 1838 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$ 1;8;27;64

$x^3-4x+80=x^3+64-4x+16=(x+4)(x^2-4x+16)-(4x+16)=$

$=x^2(x+4)+(x+4)(-4x+16)+(-4x+16)=x^2(x+4)+(x+5)(16-4x)$

$D_5=25-24=1$ ~~216+24~~

$x_1=\frac{-5-1}{1}=-6$ $-64+16+80$

$x_2=\frac{-5+1}{1}=-4$

$x^3+4x^2+4x-4x^2-8x+80=$

$=x(x+2)^2-4(x^2-2x-20)=$

$=\cancel{x(x+2)^2-4(x-1)^2}+84$

$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

$\left(\frac{x^2}{2}+6x+18\right)(x^3-4x+80)=(x+6)^2(x+4)^2$

$(x^2+12x+36)(x^3-4x+80)=2(x+6)^2(x+4)^2$

$(x+6)^2(x^3-4x+80)-2(x+6)^2(x+4)^2=0$ | $x=-6$ или $x=4$ или

$(x^3-4x+80-2(x^2+8x+16))=0$

$x^3-4x+80-2x^2-16x-32=0$ ~~8~~

$x^3-2x^2-20x+48=0$ ~~27-18-60+48~~

$64-32-80+48=112-112=0$

$x^3-2x^2-20x+48 \mid x-4$

$x^3-4x^2 \quad\mid x^2+2x-12$

$2x^2-20x$

$2x^2-8x$

$-12x+48$

$-12x+48$

$0$

$D_1=1+12=13$

$x_{2,3}=-1\pm\sqrt{13}$

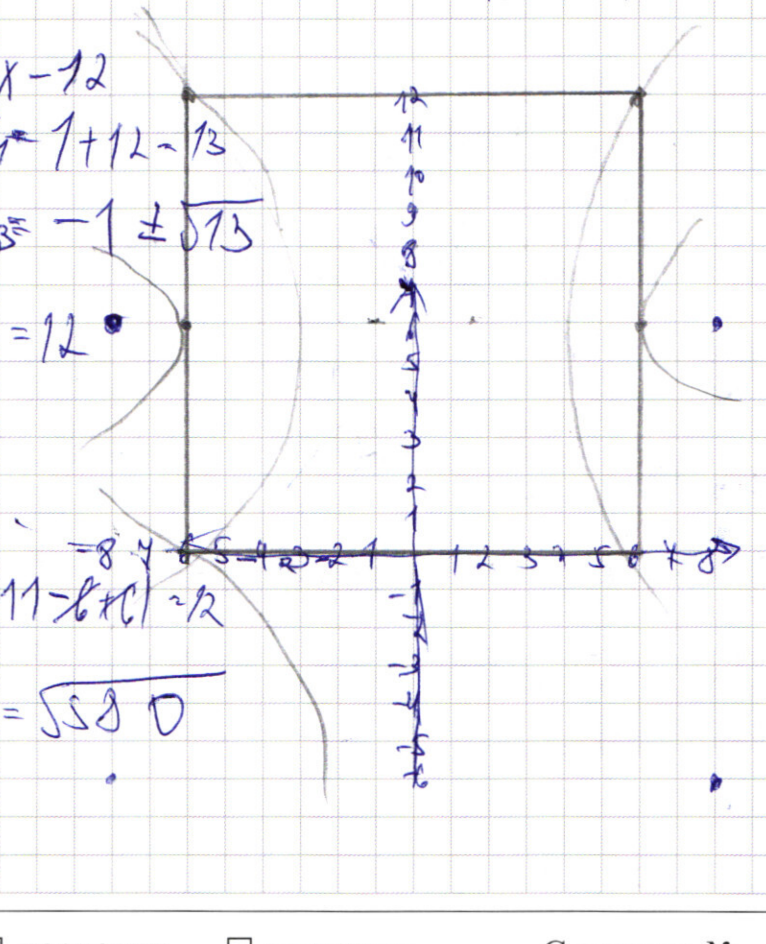
$\begin{cases}|y-6-x|+|y-6+x|=12\\(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a\end{cases}$

окружн.

$|x|_0=8$ $|11-6-6|+|11-6+6|=12$

$x=\pm$

$324+\cancel{9}\,\cancel{\sqrt{528}}=\sqrt{580}$




☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)