МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y+x+8|+|y-x+8|=16,\\(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Заметим, что если в 8-значном числе есть ≥ 1 ноль, то произведение тоже $=0$. Заметим, что $4900 = 7^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2$. Единственная цифра $\vdots 7$ – это сама 7. (и 0, но 0 не подходит как мы уже сказали). Аналогично на 5 делится только 5 и 0, но допустима в числе только 5. $\Rightarrow$ В нужном нам 8-значном числе две 7-ки, две 5-ки, а для оставшихся 4-х цифр верно, что их произведение $=4$ ($4900/7^2 \cdot 5^2 = 4$). ~~[illegible]~~ 4-ка раскладывается на мн-ли двумя способами: 2×2 и 1×4. Поэтому для получения необходимого произведения подходят всего 2 набора:

две 7-ки две 5-ки две 2-ки две 1-цы	и	две 7-ки две 5-ки одна 4-ка три 1-цы

Так как среди выбираемых цифр нет 0, то на 1-ом месте 8-значного числа может стоять любая цифра из набора.

~~[illegible]~~ Посчитаем кол-во вариантов составить 8-знач. число из цифр 1-ого набора: $\underbrace{C_8^2}\cdot \underbrace{C_6^2} \cdot \underbrace{C_4^2}$ → выбираем где стоят две 2-ки → выбираем где стоят две 7-ки → выбираем где стоят две 5-ки

1-цы уже определены после выбора мест для других цифр.

а для 2-ого набора: $\underbrace{C_8^2} \cdot C_6^2 \cdot C_4^1$ → выбираем где 4-ка

выбираем где 7-ки

выбираем где 5-ки

№ 1 (продолжение)

Суммарно таких подход. 8-значных чисел $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 + C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 =$

$= \frac{7 \cdot 8}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 28 \cdot 15 \cdot (6+4) = \underline{\underline{4200}}$

Ответ: 4200

№ 2

Обозначим сумму всех членов с номерами кратными 3 за t $(= b_3 + b_6 + .. + b_{3000})$. Обозначим коэффицент геом. прогрессии за k. ~~Тогда~~ $\cancel{b_i = b_1 \cdot k^{i-1}}$, а $b_0 = b_1/k$

(# Если $k=0$, то не все числа положительные, т.к. $b_2 = b_1 \cdot 0 = 0$ $\Rightarrow k \neq 0$)

Тогда $b_i = b_0 \cdot k^i$

По условию мы увеличиваем каждое из чисел $b_3, b_6 .. b_{3000}$ в 40 раз $\Rightarrow$

$\Rightarrow t$ тоже увелич. в 40 раз $\Rightarrow$ сумма увеличивается на $39t$

$\Rightarrow 39t = 4S$ ($S \to 5S \Rightarrow$ увелич. на $4S$)

$\Rightarrow S = b_1 + b_2 + .. + b_{3000} = \frac{39}{4} \cdot (b_3 + b_6 + .. + b_{3000})$

$b_0(k + k^2 + .. + k^{3000}) = \frac{39}{4} \cdot b_0 (k^3 + k^6 + .. + k^{3000})$

$b_0 \neq 0 \Rightarrow$ иначе $b_1 = b_0 \cdot k = 0$?!

$\frac{(k^{3001} - 1)}{k-1} - 1 = \frac{39}{4} \cdot \left(\frac{(k^{3003} - 1)}{k^3 - 1} - 1 \right)$

геом. прогресс. с коэфф. k и 1-ым членом 1

При $k = 1$ $S = 3000 \cdot b_1$, $t = 1000 \cdot b_1$, $39t \neq 4S \Rightarrow$ $\Rightarrow k \neq 1$

$\frac{(k^{3001} - k)}{k-1} = \frac{39}{4} \cdot \frac{k^{3003} - k^3}{k^3 - 1} \Rightarrow \frac{k(k^{3000} - 1)}{(k-1)} = \frac{39}{4} \frac{k^3 (k^{3000} - 1)}{(k-1)(k^2+k+1)}$

$\Downarrow$

$k^2 + k + 1 = \frac{39}{4} \cdot k^2$

$\boxed{\frac{35}{4} k^2 - k - 1 = 0}$ $\quad k = \frac{1 \pm \sqrt{1+35}}{\frac{35}{2}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 (продолжение)

Теперь задумаемся о том, что нам нужно найти: Если каждый из $b_2, b_4 \ldots b_{3000}$ увеличить в 3 раза, то S увеличится на $2 \cdot (b_2 + b_4 + \ldots + b_{3000})$. Нам бы хотелось выразить это через S.

$$\frac{2(b_2+b_4+\ldots+b_{3000})}{S} = \frac{2 \cdot b_0 \cdot (k^2+k^4+\ldots+k^{3000})}{b_0(k+k^2+\ldots+k^{3000})} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{k^{3002}-1}{k^2-1}-1\right)}{\left(\frac{k^{3001}-1}{k-1}-1\right)} =$$

$$= \frac{\frac{2 \cdot k^2(k^{3000}-1)}{k^2-1}}{\frac{k(k^{3000}-1)}{k-1}} = 2 \cdot k \cdot \frac{k-1}{k^2-1} = \frac{2k}{k+1}$$

Из пред. рассуждений мы получили, что $k = \frac{(1 \pm 6)2}{35}$

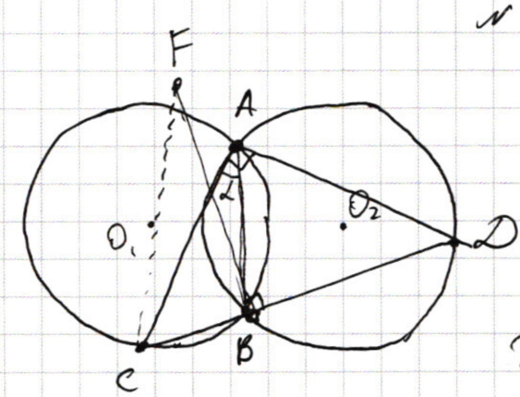
$k_1 = \frac{-5 \cdot 2}{35} < 0$, что не может быть т.к. $b_2 = b_1 \cdot k$, по условию и b_2 и $b_1 > 0 \Rightarrow k > 0$?!

$\Rightarrow k = \frac{14}{35}$

Находим коэфф. $\frac{2k}{k+1} = \frac{\frac{28}{35}}{\frac{15+35}{35}} = \frac{28}{50} = \frac{14}{25} \Rightarrow$ После операций S увеличилась на $\frac{14}{25} S \Rightarrow$ S увеличилась в $\frac{14}{25} + 1 = \frac{39}{25}$ раз

Ответ: $\frac{39}{25}$

№ 6.

а) 

Из $\triangle CFB$ по теор Пифагора ($\angle CBF = 90°$)

$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$ $(BF = BD)$

Обозначим $\angle CAB = \alpha$. Тогда $\angle BAD = 90 - \alpha$

По теор. синусов для впис. $\triangle$-ков

$\triangle CBA$ и $\triangle BAD$

$(R_1 = R_2 = 13)$ $\qquad \frac{CB}{\sin\alpha} = 2R_1 \quad \frac{BD}{\sin(90-\alpha)} = 2R_2$ (R_1 и R_2 — радиусы 1-ой и 2-ой окр-ти)

$CB = 2 \cdot 13 \cdot \sin\alpha \quad BD = 2 \cdot 13 \cdot \sin(90-\alpha)$

$CB^2 + BD^2 = 4 \cdot 13^2 \cdot (\sin^2\alpha + \sin^2(90-\alpha)) = 4 \cdot 13^2 \cdot (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) =$

$= 4 \cdot 13^2$.

$CF^2 = 4 \cdot 13^2 \Rightarrow \boxed{CF = 26}$ $\qquad$ Ответ: $CF = 26$

б) Заметим, что $CF = 2R_1$, обозначим вторую точку пер-я 1-ой окружности с пер-ром к CD из точки B — F'. Тогда CBF' — прямоуг. треуг и CF' — диаметр 1-ой окр-ти ($\angle CBF' = 90°$ и $C, B, F' \in$ 1-ой окр-ти) $\Rightarrow CF' = 2R_1 = 26 = CF$. Из этого следует, что либо F и F' совпадают, либо F — отражение F' относительно прямой CD ($CB \perp FB$). Но по условию A и F находятся с одной стороны отн. $CD \Rightarrow F'$ должна быть с другой стороны CD нежели A, то есть CD "выше" чем O_1, где O_1 — центр 1-ой окр-ти. Но заметим, что O_1AO_2B — квадрат (O_2 — центр 2-ой окр-ти). Действительно: $O_1A = AO_2 = O_2B = O_1B = 13$, а $\angle O_1BO_2 = 180 - \angle CBO_1 - \angle O_2BD$

По теор. о впис. угле $\angle CO_1B = 2\angle CAB = 2\alpha$ и $\angle BO_2D = 2\angle BAD = 2 \cdot (180 - \alpha)$; $\triangle O_1CB$ и $\triangle BO_2D$ — равнобедр. ($CO_1 = O_1B$ и $BO_2 = O_2D$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6 (продолжение)

$\Rightarrow \angle O_1BC = \angle O_1CB = \frac{180 - \angle CO_1B}{2} = 90 - \alpha$

$\angle O_2BD = \angle O_2DB = \frac{180 - \angle BO_2D}{2} = \alpha$

$\Rightarrow \angle O_1BO_2 = 180 - \alpha - (90 - \alpha) = 90^\circ$

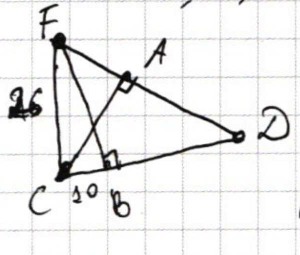
Из данного факта следует, что ~~прямая~~ O_1B - касательная к ~~а~~ 2-ой ок-ти. Поэтому если ~~а~~ прямая CB "выше" чем O_1 она пересекает 2-ую окружность на меньшей дуге $\overset{\frown}{AB}$ в результате чего $B \notin CD$. Поэтому F и F' совпадают $\Rightarrow$

$\Rightarrow F \in$ на 1-ой окр-ти и CF-диаметр 1-ой окр-ти.

$\Rightarrow \triangle CAF$ - прямоугольный (CF-диаметр)

~~т.к. $\angle CFB$ и $\angle CAB$ опир. на дугу CB $\angle CFB = \alpha$.~~

~~S_C~~ $\Rightarrow D, A, F$ на одной прямой;



т.к. $\triangle BFD$ равнобедр. и прямоуг. $\angle BDF = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADC$ тоже равнобедр. ($\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$)

Из $\triangle CFB$ по теор. Пифагора находим

$FB^2 = CF^2 - CB^2 = 676 - 100 = 576$ $\quad FB = 24 \overset{\parallel}{} BD$

$CD = CB + BD = 24 + 10 = 34$.

$AD = CD \cdot \sin 45^\circ = \cancel{\ldots}$ $CA = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17 \cdot \sqrt{2}$

По теор. Пифагора из $\triangle CFA$: $FA^2 = CF^2 - AC^2 = 676 - 17^2 \cdot 2 = \cancel{\ldots}\ 98$

$S_{\triangle CFA} = \frac{FA \cdot CA}{2} = \cancel{\frac{\sqrt{658 \cdot 17}}{2}} = \frac{7 \cdot \sqrt{2} \cdot 17 \cdot \sqrt{2}}{2} = 7 \cdot 17 = \boxed{119}$ Ответ

прямоуг.

№ 4.

Разберём два случае: $x \geq -2$ и $x < -2$

При $x \geq -2$ нер-во сводится к:

$$\underbrace{4x^4 - 9x^2 - 5x^3 + 4x + 4}\geq 0$$

~~как несложно заметить это мн-н чётной степени~~

~~Найдём точки "перегиба":~~

$$\cancel{(4x^4 - 9x^2 - 5x^3 + 4x + 4)' = 0}$$

$$\cancel{16x^3 - 18x - 15x^2 + 4 = 0}$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)(\underbrace{4x^2 - x - 2}) \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{8}$$

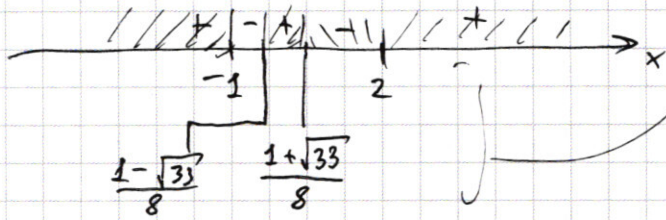
$\frac{1+\sqrt{33}}{8} < 2$

$\sqrt{33} < 15$ $\quad 33 << 15^2$

$-1 < \frac{1-\sqrt{33}}{8}$

$\sqrt{33} < 9$

$33 < 81$



$\Rightarrow x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$ подходит.

При $x \leq -2$

$$4x^4 + 11x^2 + 4x + 5x^3 + 4 \geq 0$$

$$\underbrace{4x^4 + 5x^3}_{\text{при } x < -2} + \underbrace{11x^2 + 4x + 4}_{>0 \text{ при } \forall x \text{ т.к. } D = 16 - 16\cdot 11 \ll 0} \geq 0$$

$$\underbrace{x^3}_{\wedge\, 0}(\underbrace{4x+5}_{\wedge\, 0}) > 0$$

$\Rightarrow$ ~~верно~~ для всех $x \in (-\infty; -2]$ выр-е верно.

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\sqrt{x^3-64x+200}=(x+10)(x-4)$$ 1 случай: $x=-10$

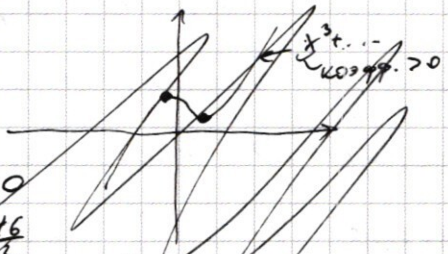
2 случай: $x\neq-10$

$$\sqrt{x^3-64x+200}=(x-4)2\sqrt{2}$$

$$x^3-64x+200=(x^2-8x+16)\cdot 8$$

$$f(x)=x^3-8x^2+72=0$$

~~Изучим точки изгиба данного графика:~~



~~$(x^3-8x^2+72)'=0$ $3x^2-16x=0$ $x=0$ $x=\frac{16}{3}$~~

~~Заметим, что при $x=\frac{16}{3}$~~

~~$\frac{16^2}{9}\left(\frac{16}{3}-8\right)+72=72-\frac{8}{3}\cdot\frac{16^2}{9}=72-\left(\frac{8}{3}\right)^3$ $\frac{8}{3}<3\Rightarrow\left(\frac{8}{3}\right)^3<27\Rightarrow f\left(\frac{16}{3}\right)>0$~~

~~$\Rightarrow$ У ур-е x^3-8x^2+72 сущ-ет ровно одно действ. реш-е на $(-\infty;0)$ т.к. $f(0)>0$ и $f\left(\frac{16}{3}\right)>0$~~

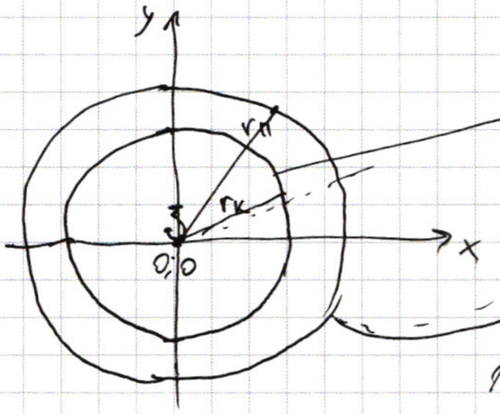
$$x^3-8x^2+72=(x-6)(x^2-2x-12)=0$$

$x=6$ $\qquad$ $x^2-2x-12=0$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+48}}{2}=1\pm\sqrt{13}$$

Ответ: $x=-10$, $x=6$; $x=1+\sqrt{13}$; $x=1-\sqrt{13}$

№ 5.



К (окружность задающ. трактор. движ. карася)

П (окружн. задающ. траект. движ. пескаря)

~~Так как карась~~ r_K и $r_П$ – радиусы окр-ей К и П.

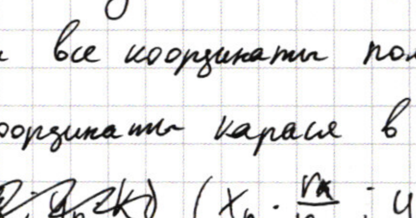
По теор. Пифагора находим r_K и $r_П$ из координат M_0 и N_0:

$r_K^2 = (-1)^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9$ $r_K = 3$ $r_П^2 = 2^2 + (-4\sqrt{2})^2 = 36$ $r_П = 6$

Так как $r_П > r_K$, а карась плывёт быстрее пескаря, то $\exists$ момент времени когда карась и пескарь оказались на прямой проходящей через ось координат и с одной стороны от крючка. Очевидно расстояние между ними в данный момент минимально. $\Rightarrow$ Нам нужно найти все координаты положений пескаря $(x_П; y_П)$ такие что координаты карася в данный момент задаются как $\left(x_П \cdot \frac{r_K}{r_П}; y_П \cdot \frac{r_K}{r_П}\right)$

– Будем рассматривать угол относительно крючка на который повернулись пескарь и карась (как угловые скорости, но в °С/сек). Тогда v_K и $v_П$ – скорости карася и пескаря в °С/сек. и по условию $v_K = 2{,}5 v_П$.

Посчитаем какой угол был между ними в момент времени когда фиксировали координаты M_0 и N_0:



Обнаруживаем, что они были под углом 180°. Пусть в момент t случилась ситуация которая нам нужна. Тогда $(v_K \cdot t)\%360 - (v_П \cdot t)\%360 = 180°$ (это условие достаточно и необходимо)

~~Т.е. есть ядро~~ $(t \cdot 1{,}5 v_П)\%360 = 180$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 (продолжение)

То есть то насколько пескарь повернулся в градусах на 1,5 это сколько-то кругов + 180°

~~Пусть~~ Если пескарь повернулся на α (в °с), то

$\alpha \cdot 1{,}5 = 360 \cdot k + 180 \quad (k \in \mathbb{Z})$

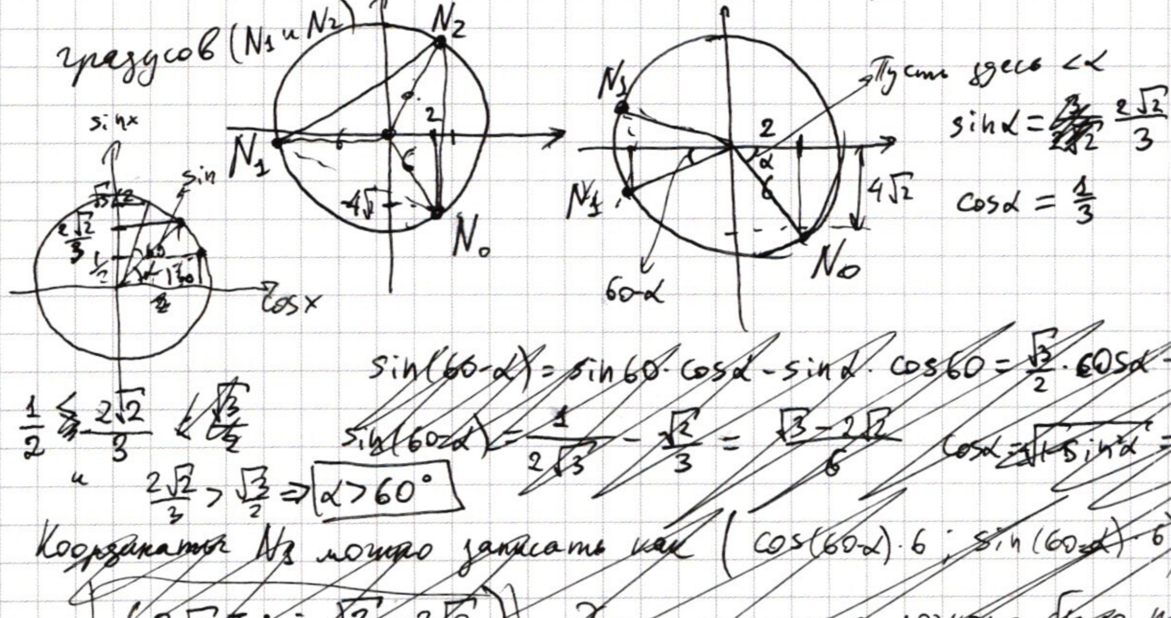
$\alpha = 240 \cdot k + 120$ Рассмотрим какими могут быть $\alpha \bmod 360°$ (Полные повороты не меняют координат).

$\alpha = 120°,\ k=0 \qquad \alpha = 240°,\ k=2$

$\alpha = 360°,\ k=1 \qquad \alpha = 120°,\ k=3$ → зациклилось

$360° = 0°$

⇒ относительно первоначального положения пескаря нас интересуют его положение и ~~положение~~ при повороте на 120° и 240° градусов (N_1 и N_2)



$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos\alpha = \frac{1}{3}$

~~$\sin(60-\alpha) = \sin 60 \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha$~~

$\frac{1}{2} < \frac{2\sqrt{2}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2}$

~~$\sin(60-\alpha) = \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$~~ ~~$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \left(\frac{2\sqrt{6}+1}{6}\right)$~~

и $\frac{2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha > 60°}$

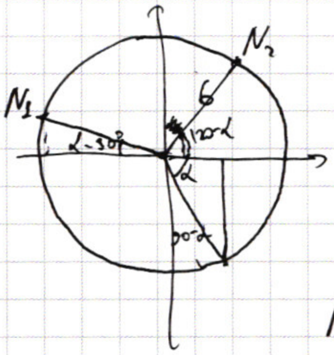
~~Координаты N_3 можно записать как $(\cos(60-\alpha)\cdot 6;\ \sin(60-\alpha)\cdot 6)$~~

~~$\boxed{(2\sqrt{6}+1;\ \sqrt{3}-2\sqrt{2})}$~~ ~~Хотя для начала логично было проверить больше α 60-ти или нет. но $\sin(60-\alpha)$ отрицательный ⇒ N_1 находится выше оси абсцисс~~

□ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 5 (продолжение)



т.к. $\alpha > 60$ N_1 и N_2 находятся на соотв. дугах.

$$\sin(\alpha-30°) = \sin\alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos\alpha \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{6}$$

$$N_1\left(-\cos(\alpha-30)\cdot 6 \ ; \ \sin(\alpha-30)\cdot 6\right)$$

$$N_2\left(\cos(120-\alpha)\cdot 6 \ ; \ \sin(120-\alpha)\cdot 6\right)$$

~~N_1 ([illegible] ; $2\sqrt{6}-1$;~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МФТИ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3$ $\quad b_1 b_2 \dots b_{3000} > 0$ $\quad 1-\sqrt{33} < -8$ $\quad 7 < \sqrt{33}$ $\quad x \geq -2$

$1 \pm$ $\quad -8$ $\quad S \; ; 3 \quad b_{3k} \cdot 39 = 4 \cdot 3$

16 $\quad 21 \cdot 20$ $\quad 1-\sqrt{33}$ $\quad 4x^4 + x^2 + 4x + 4$

32 $\quad 420$ $\quad x^2 - 16x = 0$ $\quad 2 \cdot (S - b_{3k})$

$x=0 \quad x=16$ $\quad |x+2|$

$(k^{3001} - 1)$ $\quad (k-1)(k^2+k+1)$ $\quad (2x^2+2)^2 = 4x^4 + 8x^2 + 4$

$(1 + k + k^2 \dots + k^{300})(k-1)$ $\quad \frac{39}{4} - 1 \quad \frac{35}{4}k^2$

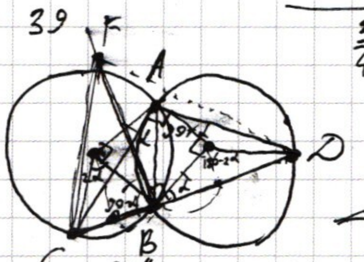
$(2x^2+2)^2 - 7x^2 + 4x - 5x^2|x+2|$

$4 - 9 + 5 - 4 + 4k^{3 \cdot 1001}$ $\quad \underline{1500} \quad 1501 \cdot 2$

$4 - 5 + 11 - 4 + 4$ $\quad \frac{1 \pm \sqrt{1+35}}{\frac{35}{4} \cdot 2} = \frac{1 \pm 6}{}$ $\quad 17 \cdot 7 = 119$ $\quad 16 \cdot 4 = 64$ $\quad 264 - 4 \cdot 64$ $\quad x^2(x-8) = -72$

$-8 - 32$

256 $\quad x^2(8-x) = 72$

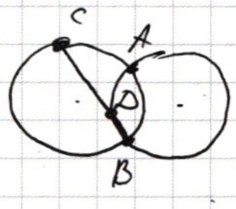


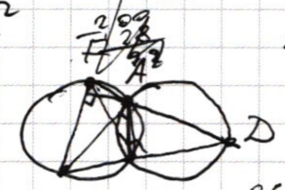
$16 \cdot 8 = 128$ $\quad 64 = 8^2 = 4^4 = 2^8$

-2 $\quad 200 = 5^2 \cdot 2^3$

$-8+4$

$64 - 40 + 44$ $\quad CB^2 + BD^2 = 4 \cdot (R^2 \cdot \sin \alpha^2 + R^2 \cdot \sin(90-\alpha)^2) = 4R^2$





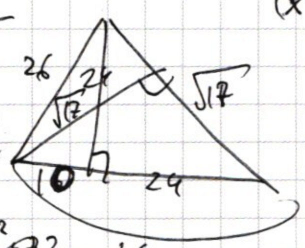
$8 \quad -4$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9 = 2^3 3^2$

$26 \cdot 26$: $156 + 52 = 676$ $\quad 24 \cdot 24$: $96 + 48 = 576$ $\quad 659 \quad 17$ $\quad 36 \quad 18 \quad \frac{x+10}{2\sqrt{2}} \quad -64$

$\frac{34}{2} \quad 17 \quad 676 - 17 = 659 \quad y + x = y - x = 0 \quad -(4+8) \cdot 16$

$659 : 17$, -51, 149, 3 $\quad (x-10)$



$16 \cdot 8 = 128$

$x^3 -$ $\quad 8 \cdot 8 \cdot 8$ $\quad 34 \cdot 17$: $238 + 34 = 578$ $\quad 72 = 8 \cdot 9$ $\quad 24$

$8^3 \cdot 2^3 - 8^3 \cdot 2^2 + 72$ $\quad 8$ $\quad 8 \cdot 3$ $\quad 8^3 \cdot 3^3 - 8^3 \cdot 3^2 + 72$

$8x$ $\quad 676 - 578$

$8^3 \cdot 4 + 72 > 0$ $\quad 34$ $\quad 4 \cdot 4 \cdot 4$ $\quad 64 \quad 264$

$34^2 = 2 \cdot x^2$ $\quad 64 \cdot 4 = 256$

$3 \cdot x^2 - 16x = 0$ $\quad 106 - 8 = 98 = 2 \cdot 49$ $\quad \frac{34}{\sqrt{2}}$

6 $\quad -64 - 16 \cdot 32$

$36(6-8) =$ $\quad +8 - 32$

$$4x^4-5x^3+11x^2-4x+4$$

~~64-40+44+8+4~~

16?

$$4x^4-5x^3<0$$

$$x^3(4x-5)<0$$

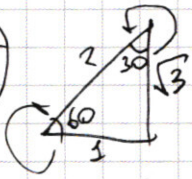
$+ \quad - \quad +$; $0 \quad \frac{5}{4}$

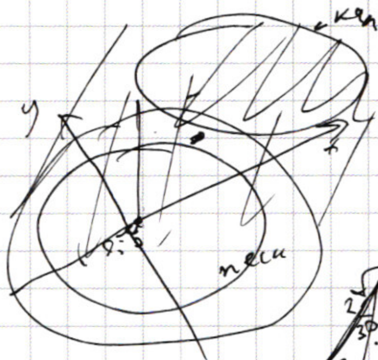
$$\begin{array}{r|l} 360 & 1,5 \\ -30 & 240 \\ 60 & \\ -60 & \\ 0 & \end{array}$$

480 − 360

120

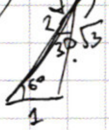
1 8





$4\sqrt{2} < 3\sqrt{3}$

$16\cdot 2$; $32 \,?\, 9\cdot 3$; 27



$\sin 60 = \sqrt{3}/2$ $\quad \cos 60 = \frac{1}{2}$

$$\sqrt{36-(\sqrt{3}-2\sqrt{2})^2}$$

$$33-8+4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{25+4\sqrt{6}}$$

$$36-3-8+4\sqrt{6}$$

$2\sqrt{6}+\sqrt{1}$

$4\cdot 6$