

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$700 = 10 \cdot 10 \cdot 7 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $5 \ 5 \ 2 \ 2 \ 7 \ 1 \ 1 \ 1$
 $5 \ 5 \ 4 \ 7 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$

$8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8$
 $\frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{8!}{2 \cdot 4!} = 2$
 $\frac{8!}{2 \cdot 4!} = 2$
 $63 \times 40 = 2520$
 $39 + 9 = 48$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 | + 4 \geq 0$
 $\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$

10000000 & 900000000 чисел всего
 99999999 2520

$(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$
 $(x+6)(x+4)$

$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+6)(x+4)$
 $\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$

$Q_n = 81 + 160 \cdot 9 = 9 \cdot 169$
 $x = -6$
 $\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4) = 0$

$x^3 - 4x + 80 = 2(x+4)^2$
 $x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$
 $x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$
 $x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$
 $x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$x = -6$
 $x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$
 $x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$Q_1 = 1 + 12 = 13$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{1}$
 $x = -1 - \sqrt{13}$
 $x = -1 + \sqrt{13}$

$x = -6$
 $x = 4$
 $x = -1 + \sqrt{13}$

$24 - 18 - 60 + 48$
 $64 - 32 - 80 + 48$
 $8 - 8 - 20 \cdot 2 + 48$
 $112 - 112$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48$
 $-x^3 - 4x^2$
 $2x^2 - 20x + 48$
 $-2x^2 - 8x$
 $-12x + 48$
 $-12x + 48$

$6_1 + 6_2 q + 36q^2 + 6_3 q^3 + 6_4 q^4 + 36q^5 + 6_5 q^6 + 36q^7 + 6_6 q^8 + 36q^9 + 6_7 q^{10} + 36q^{11} + 6_8 q^{12} + 36q^{13} + 6_9 q^{14} + 36q^{15} + 6_{10} q^{16} + 36q^{17} + 6_{11} q^{18} + 36q^{19} + 6_{12} q^{20} + 36q^{21} + 6_{13} q^{22} + 36q^{23} + 6_{14} q^{24} + 36q^{25} + 6_{15} q^{26} + 36q^{27} + 6_{16} q^{28} + 36q^{29} + 6_{17} q^{30} + 36q^{31} + 6_{18} q^{32} + 36q^{33} + 6_{19} q^{34} + 36q^{35} + 6_{20} q^{36} + 36q^{37} + 6_{21} q^{38} + 36q^{39} + 6_{22} q^{40} + 36q^{41} + 6_{23} q^{42} + 36q^{43} + 6_{24} q^{44} + 36q^{45} + 6_{25} q^{46} + 36q^{47} + 6_{26} q^{48} + 36q^{49} + 6_{27} q^{50} + 36q^{51} + 6_{28} q^{52} + 36q^{53} + 6_{29} q^{54} + 36q^{55} + 6_{30} q^{56} + 36q^{57} + 6_{31} q^{58} + 36q^{59} + 6_{32} q^{60} + 36q^{61} + 6_{33} q^{62} + 36q^{63} + 6_{34} q^{64} + 36q^{65} + 6_{35} q^{66} + 36q^{67} + 6_{36} q^{68} + 36q^{69} + 6_{37} q^{70} + 36q^{71} + 6_{38} q^{72} + 36q^{73} + 6_{39} q^{74} + 36q^{75} + 6_{40} q^{76} + 36q^{77} + 6_{41} q^{78} + 36q^{79} + 6_{42} q^{80} + 36q^{81} + 6_{43} q^{82} + 36q^{83} + 6_{44} q^{84} + 36q^{85} + 6_{45} q^{86} + 36q^{87} + 6_{46} q^{88} + 36q^{89} + 6_{47} q^{90} + 36q^{91} + 6_{48} q^{92} + 36q^{93} + 6_{49} q^{94} + 36q^{95} + 6_{50} q^{96} + 36q^{97} + 6_{51} q^{98} + 36q^{99} + 6_{52} q^{100} + 36q^{101} + 6_{53} q^{102} + 36q^{103} + 6_{54} q^{104} + 36q^{105} + 6_{55} q^{106} + 36q^{107} + 6_{56} q^{108} + 36q^{109} + 6_{57} q^{110} + 36q^{111} + 6_{58} q^{112} + 36q^{113} + 6_{59} q^{114} + 36q^{115} + 6_{60} q^{116} + 36q^{117} + 6_{61} q^{118} + 36q^{119} + 6_{62} q^{120} + 36q^{121} + 6_{63} q^{122} + 36q^{123} + 6_{64} q^{124} + 36q^{125} + 6_{65} q^{126} + 36q^{127} + 6_{66} q^{128} + 36q^{129} + 6_{67} q^{130} + 36q^{131} + 6_{68} q^{132} + 36q^{133} + 6_{69} q^{134} + 36q^{135} + 6_{70} q^{136} + 36q^{137} + 6_{71} q^{138} + 36q^{139} + 6_{72} q^{140} + 36q^{141} + 6_{73} q^{142} + 36q^{143} + 6_{74} q^{144} + 36q^{145} + 6_{75} q^{146} + 36q^{147} + 6_{76} q^{148} + 36q^{149} + 6_{77} q^{150} + 36q^{151} + 6_{78} q^{152} + 36q^{153} + 6_{79} q^{154} + 36q^{155} + 6_{80} q^{156} + 36q^{157} + 6_{81} q^{158} + 36q^{159} + 6_{82} q^{160} + 36q^{161} + 6_{83} q^{162} + 36q^{163} + 6_{84} q^{164} + 36q^{165} + 6_{85} q^{166} + 36q^{167} + 6_{86} q^{168} + 36q^{169} + 6_{87} q^{170} + 36q^{171} + 6_{88} q^{172} + 36q^{173} + 6_{89} q^{174} + 36q^{175} + 6_{90} q^{176} + 36q^{177} + 6_{91} q^{178} + 36q^{179} + 6_{92} q^{180} + 36q^{181} + 6_{93} q^{182} + 36q^{183} + 6_{94} q^{184} + 36q^{185} + 6_{95} q^{186} + 36q^{187} + 6_{96} q^{188} + 36q^{189} + 6_{97} q^{190} + 36q^{191} + 6_{98} q^{192} + 36q^{193} + 6_{99} q^{194} + 36q^{195} + 6_{100} q^{196} + 36q^{197} + 6_{101} q^{198} + 36q^{199} + 6_{102} q^{200} + 36q^{201} + 6_{103} q^{202} + 36q^{203} + 6_{104} q^{204} + 36q^{205} + 6_{105} q^{206} + 36q^{207} + 6_{106} q^{208} + 36q^{209} + 6_{107} q^{210} + 36q^{211} + 6_{108} q^{212} + 36q^{213} + 6_{109} q^{214} + 36q^{215} + 6_{110} q^{216} + 36q^{217} + 6_{111} q^{218} + 36q^{219} + 6_{112} q^{220} + 36q^{221} + 6_{113} q^{222} + 36q^{223} + 6_{114} q^{224} + 36q^{225} + 6_{115} q^{226} + 36q^{227} + 6_{116} q^{228} + 36q^{229} + 6_{117} q^{230} + 36q^{231} + 6_{118} q^{232} + 36q^{233} + 6_{119} q^{234} + 36q^{235} + 6_{120} q^{236} + 36q^{237} + 6_{121} q^{238} + 36q^{239} + 6_{122} q^{240} + 36q^{241} + 6_{123} q^{242} + 36q^{243} + 6_{124} q^{244} + 36q^{245} + 6_{125} q^{246} + 36q^{247} + 6_{126} q^{248} + 36q^{249} + 6_{127} q^{250} + 36q^{251} + 6_{128} q^{252} + 36q^{253} + 6_{129} q^{254} + 36q^{255} + 6_{130} q^{256} + 36q^{257} + 6_{131} q^{258} + 36q^{259} + 6_{132} q^{260} + 36q^{261} + 6_{133} q^{262} + 36q^{263} + 6_{134} q^{264} + 36q^{265} + 6_{135} q^{266} + 36q^{267} + 6_{136} q^{268} + 36q^{269} + 6_{137} q^{270} + 36q^{271} + 6_{138} q^{272} + 36q^{273} + 6_{139} q^{274} + 36q^{275} + 6_{140} q^{276} + 36q^{277} + 6_{141} q^{278} + 36q^{279} + 6_{142} q^{280} + 36q^{281} + 6_{143} q^{282} + 36q^{283} + 6_{144} q^{284} + 36q^{285} + 6_{145} q^{286} + 36q^{287} + 6_{146} q^{288} + 36q^{289} + 6_{147} q^{290} + 36q^{291} + 6_{148} q^{292} + 36q^{293} + 6_{149} q^{294} + 36q^{295} + 6_{150} q^{296} + 36q^{297} + 6_{151} q^{298} + 36q^{299} + 6_{152} q^{300} + 36q^{301} + 6_{153} q^{302} + 36q^{303} + 6_{154} q^{304} + 36q^{305} + 6_{155} q^{306} + 36q^{307} + 6_{156} q^{308} + 36q^{309} + 6_{157} q^{310} + 36q^{311} + 6_{158} q^{312} + 36q^{313} + 6_{159} q^{314} + 36q^{315} + 6_{160} q^{316} + 36q^{317} + 6_{161} q^{318} + 36q^{319} + 6_{162} q^{320} + 36q^{321} + 6_{163} q^{322} + 36q^{323} + 6_{164} q^{324} + 36q^{325} + 6_{165} q^{326} + 36q^{327} + 6_{166} q^{328} + 36q^{329} + 6_{167} q^{330} + 36q^{331} + 6_{168} q^{332} + 36q^{333} + 6_{169} q^{334} + 36q^{335} + 6_{170} q^{336} + 36q^{337} + 6_{171} q^{338} + 36q^{339} + 6_{172} q^{340} + 36q^{341} + 6_{173} q^{342} + 36q^{343} + 6_{174} q^{344} + 36q^{345} + 6_{175} q^{346} + 36q^{347} + 6_{176} q^{348} + 36q^{349} + 6_{177} q^{350} + 36q^{351} + 6_{178} q^{352} + 36q^{353} + 6_{179} q^{354} + 36q^{355} + 6_{180} q^{356} + 36q^{357} + 6_{181} q^{358} + 36q^{359} + 6_{182} q^{360} + 36q^{361} + 6_{183} q^{362} + 36q^{363} + 6_{184} q^{364} + 36q^{365} + 6_{185} q^{366} + 36q^{367} + 6_{186} q^{368} + 36q^{369} + 6_{187} q^{370} + 36q^{371} + 6_{188} q^{372} + 36q^{373} + 6_{189} q^{374} + 36q^{375} + 6_{190} q^{376} + 36q^{377} + 6_{191} q^{378} + 36q^{379} + 6_{192} q^{380} + 36q^{381} + 6_{193} q^{382} + 36q^{383} + 6_{194} q^{384} + 36q^{385} + 6_{195} q^{386} + 36q^{387} + 6_{196} q^{388} + 36q^{389} + 6_{197} q^{390} + 36q^{391} + 6_{198} q^{392} + 36q^{393} + 6_{199} q^{394} + 36q^{395} + 6_{200} q^{396} + 36q^{397} + 6_{201} q^{398} + 36q^{399} + 6_{202} q^{400} + 36q^{401} + 6_{203} q^{402} + 36q^{403} + 6_{204} q^{404} + 36q^{405} + 6_{205} q^{406} + 36q^{407} + 6_{206} q^{408} + 36q^{409} + 6_{207} q^{410} + 36q^{411} + 6_{208} q^{412} + 36q^{413} + 6_{209} q^{414} + 36q^{415} + 6_{210} q^{416} + 36q^{417} + 6_{211} q^{418} + 36q^{419} + 6_{212} q^{420} + 36q^{421} + 6_{213} q^{422} + 36q^{423} + 6_{214} q^{424} + 36q^{425} + 6_{215} q^{426} + 36q^{427} + 6_{216} q^{428} + 36q^{429} + 6_{217} q^{430} + 36q^{431} + 6_{218} q^{432} + 36q^{433} + 6_{219} q^{434} + 36q^{435} + 6_{220} q^{436} + 36q^{437} + 6_{221} q^{438} + 36q^{439} + 6_{222} q^{440} + 36q^{441} + 6_{223} q^{442} + 36q^{443} + 6_{224} q^{444} + 36q^{445} + 6_{225} q^{446} + 36q^{447} + 6_{226} q^{448} + 36q^{449} + 6_{227} q^{450} + 36q^{451} + 6_{228} q^{452} + 36q^{453} + 6_{229} q^{454} + 36q^{455} + 6_{230} q^{456} + 36q^{457} + 6_{231} q^{458} + 36q^{459} + 6_{232} q^{460} + 36q^{461} + 6_{233} q^{462} + 36q^{463} + 6_{234} q^{464} + 36q^{465} + 6_{235} q^{466} + 36q^{467} + 6_{236} q^{468} + 36q^{469} + 6_{237} q^{470} + 36q^{471} + 6_{238} q^{472} + 36q^{473} + 6_{239} q^{474} + 36q^{475} + 6_{240} q^{476} + 36q^{477} + 6_{241} q^{478} + 36q^{479} + 6_{242} q^{480} + 36q^{481} + 6_{243} q^{482} + 36q^{483} + 6_{244} q^{484} + 36q^{485} + 6_{245} q^{486} + 36q^{487} + 6_{246} q^{488} + 36q^{489} + 6_{247} q^{490} + 36q^{491} + 6_{248} q^{492} + 36q^{493} + 6_{249} q^{494} + 36q^{495} + 6_{250} q^{496} + 36q^{497} + 6_{251} q^{498} + 36q^{499} + 6_{252} q^{500} + 36q^{501} + 6_{253} q^{502} + 36q^{503} + 6_{254} q^{504} + 36q^{505} + 6_{255} q^{506} + 36q^{507} + 6_{256} q^{508} + 36q^{509} + 6_{257} q^{510} + 36q^{511} + 6_{258} q^{512} + 36q^{513} + 6_{259} q^{514} + 36q^{515} + 6_{260} q^{516} + 36q^{517} + 6_{261} q^{518} + 36q^{519} + 6_{262} q^{520} + 36q^{521} + 6_{263} q^{522} + 36q^{523} + 6_{264} q^{524} + 36q^{525} + 6_{265} q^{526} + 36q^{527} + 6_{266} q^{528} + 36q^{529} + 6_{267} q^{530} + 36q^{531} + 6_{268} q^{532} + 36q^{533} + 6_{269} q^{534} + 36q^{535} + 6_{270} q^{536} + 36q^{537} + 6_{271} q^{538} + 36q^{539} + 6_{272} q^{540} + 36q^{541} + 6_{273} q^{542} + 36q^{543} + 6_{274} q^{544} + 36q^{545} + 6_{275} q^{546} + 36q^{547} + 6_{276} q^{548} + 36q^{549} + 6_{277} q^{550} + 36q^{551} + 6_{278} q^{552} + 36q^{553} + 6_{279} q^{554} + 36q^{555} + 6_{280} q^{556} + 36q^{557} + 6_{281} q^{558} + 36q^{559} + 6_{282} q^{560} + 36q^{561} + 6_{283} q^{562} + 36q^{563} + 6_{284} q^{564} + 36q^{565} + 6_{285} q^{566} + 36q^{567} + 6_{286} q^{568} + 36q^{569} + 6_{287} q^{570} + 36q^{571} + 6_{288} q^{572} + 36q^{573} + 6_{289} q^{574} + 36q^{575} + 6_{290} q^{576} + 36q^{577} + 6_{291} q^{578} + 36q^{579} + 6_{292} q^{580} + 36q^{581} + 6_{293} q^{582} + 36q^{583} + 6_{294} q^{584} + 36q^{585} + 6_{295} q^{586} + 36q^{587} + 6_{296} q^{588} + 36q^{589} + 6_{297} q^{590} + 36q^{591} + 6_{298} q^{592} + 36q^{593} + 6_{299} q^{594} + 36q^{595} + 6_{300} q^{596} + 36q^{597} + 6_{301} q^{598} + 36q^{599} + 6_{302} q^{600} + 36q^{601} + 6_{303} q^{602} + 36q^{603} + 6_{304} q^{604} + 36q^{605} + 6_{305} q^{606} + 36q^{607} + 6_{306} q^{608} + 36q^{609} + 6_{307} q^{610} + 36q^{611} + 6_{308} q^{612} + 36q^{613} + 6_{309} q^{614} + 36q^{615} + 6_{310} q^{616} + 36q^{617} + 6_{311} q^{618} + 36q^{619} + 6_{312} q^{620} + 36q^{621} + 6_{313} q^{622} + 36q^{623} + 6_{314} q^{624} + 36q^{625} + 6_{315} q^{626} + 36q^{627} + 6_{316} q^{628} + 36q^{629} + 6_{317} q^{630} + 36q^{631} + 6_{318} q^{632} + 36q^{633} + 6_{319} q^{634} + 36q^{635} + 6_{320} q^{636} + 36q^{637} + 6_{321} q^{638} + 36q^{639} + 6_{322} q^{640} + 36q^{641} + 6_{323} q^{642} + 36q^{643} + 6_{324} q^{644} + 36q^{645} + 6_{325} q^{646} + 36q^{647} + 6_{326} q^{648} + 36q^{649} + 6_{327} q^{650} + 36q^{651} + 6_{328} q^{652} + 36q^{653} + 6_{329} q^{654} + 36q^{655} + 6_{330} q^{656} + 36q^{657} + 6_{331} q^{658} + 36q^{659} + 6_{332} q^{660} + 36q^{661} + 6_{333} q^{662} + 36q^{663} + 6_{334} q^{664} + 36q^{665} + 6_{335} q^{666} + 36q^{667} + 6_{336} q^{668} + 36q^{669} + 6_{337} q^{670} + 36q^{671} + 6_{338} q^{672} + 36q^{673} + 6_{339} q^{674} + 36q^{675} + 6_{340} q^{676} + 36q^{677} + 6_{341} q^{678} + 36q^{679} + 6_{342} q^{680} + 36q^{681} + 6_{343} q^{682} + 36q^{683} + 6_{344} q^{684} + 36q^{685} + 6_{345} q^{686} + 36q^{687} + 6_{346} q^{688} + 36q^{689} + 6_{347} q^{690} + 36q^{691} + 6_{348} q^{692} + 36q^{693} + 6_{349} q^{694} + 36q^{695} + 6_{350} q^{696} + 36q^{697} + 6_{351} q^{698} + 36q^{699} + 6_{352} q^{700} + 36q^{701} + 6_{353} q^{702} + 36q^{703} + 6_{354} q^{704} + 36q^{705} + 6_{355} q^{706} + 36q^{707} + 6_{356} q^{708} + 36q^{709} + 6_{357} q^{710} + 36q^{711} + 6_{358} q^{712} + 36q^{713} + 6_{359} q^{714} + 36q^{715} + 6_{360} q^{716} + 36q^{717} + 6_{361} q^{718} + 36q^{719} + 6_{362} q^{720} + 36q^{721} + 6_{363} q^{722} + 36q^{723} + 6_{364} q^{724} + 36q^{725} + 6_{365} q^{726} + 36q^{727} + 6_{366} q^{728} + 36q^{729} + 6_{367} q^{730} + 36q^{731} + 6_{368} q^{732} + 36q^{733} + 6_{369} q^{734} + 36q^{735} + 6_{370} q^{736} + 36q^{737} + 6_{371} q^{738} + 36q^{739} + 6_{372} q^{740} + 36q^{741} + 6_{373} q^{742} + 36q^{743} + 6_{374} q^{744} + 36q^{745} + 6_{375} q^{746} + 36q^{747} + 6_{376} q^{748} + 36q^{749} + 6_{377} q^{750} + 36q^{751} + 6_{378} q^{752} + 36q^{753} + 6_{379} q^{754} + 36q^{755} + 6_{380} q^{756} + 36q^{757} + 6_{381} q^{758} + 36q^{759} + 6_{382} q^{760} + 36q^{761} + 6_{383} q^{762} + 36q^{763} + 6_{384} q^{764} + 36q^{765} + 6_{385} q^{766} + 36q^{767} + 6_{386} q^{768} + 36q^{769} + 6_{387} q^{770} + 36q^{771} + 6_{388} q^{772} + 36q^{773} + 6_{389} q^{774} + 36q^{775} + 6_{390} q^{776} + 36q^{777} + 6_{391} q^{778} + 36q^{779} + 6_{392} q^{780} + 36q^{781} + 6_{393} q^{782} + 36q^{783} + 6_{394} q^{784} + 36q^{785} + 6_{395} q^{786} + 36q^{787} + 6_{396} q^{788} + 36q^{789} + 6_{397} q^{790} + 36q^{791} + 6_{398} q^{792} + 36q^{793} + 6_{399} q^{794} + 36q^{795} + 6_{400} q^{796} + 36q^{797} + 6_{401} q^{798} + 36q^{799} + 6_{402} q^{800} + 36q^{801} + 6_{403} q^{802} + 36q^{803} + 6_{404} q^{804} + 36q^{805} + 6_{405} q^{806} + 36q^{807} + 6_{406} q^{808} + 36q^{809} + 6_{407} q^{810} + 36q^{811} + 6_{408} q^{812} + 36q^{813} + 6_{409} q^{814} + 36q^{815} + 6_{410} q^{816} + 36q^{817} + 6_{411} q^{818} + 36q^{819} + 6_{412} q^{820} + 36q^{821} + 6_{413} q^{822} + 36q^{823} + 6_{414} q^{824} + 36q^{825} + 6_{415} q^{826} + 36q^{827} + 6_{416} q^{828} + 36q^{829} + 6_{417} q^{830} + 36q^{831} + 6_{418} q^{832} + 36q^{833} + 6_{419} q^{834} + 36q^{835} + 6_{420} q^{836} + 36q^{837} + 6_{421} q^{838} + 36q^{839} + 6_{422} q^{840} + 36q^{841} + 6_{423} q^{842} + 36q^{843} + 6_{424} q^{844} + 36q^{845} + 6_{425} q^{846} + 36q^{847} + 6_{426} q^{848} + 36q^{849} + 6_{427} q^{850} + 36q^{851} + 6_{428} q^{852} + 36q^{853} + 6_{429} q^{854} + 36q^{855} + 6_{430} q^{856} + 36q^{857} + 6_{431} q^{858} + 36q^{859} + 6_{432} q^{860} + 36q^{861} + 6_{433} q^{862} + 36q^{863} + 6_{434} q^{864} + 36q^{865} + 6_{435} q^{866} + 36q^{867} + 6_{436} q^{868} + 36q^{869} + 6_{437} q^{870} + 36q^{871} + 6_{438} q^{872} + 36q^{873} + 6_{439} q^{874} + 36q^{875} + 6_{440} q^{876} + 36q^{877} + 6_{441} q^{878} + 36q^{879} + 6_{442} q^{880} + 36q^{881} + 6_{443} q^{882} + 36q^{883} + 6_{444} q^{884} + 36q^{885} + 6_{445} q^{886} + 36q^{887} + 6_{446} q^{888} + 36q^{889} + 6_{447} q^{890} + 36q^{891} + 6_{448} q^{892} + 36q^{893} + 6_{449} q^{894} + 36q^{895} + 6_{450} q^{896} + 36q^{897} + 6_{451} q^{898} + 36q^{899} + 6_{452} q^{900} + 36q^{901} + 6_{453} q^{902} + 36q^{903} + 6_{454} q^{904} + 36q^{905} + 6_{455} q^{906} + 36q^{907} + 6_{456} q^{908} + 36q^{909} + 6_{457} q^{910} + 36q^{911} + 6_{458} q^{912} + 36q^{913} + 6_{459} q^{914} + 36q^{915} + 6_{460} q^{916} + 36q^{917} +$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 + \cancel{3x^3} - 3x^3 + 4x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 4) - 4(x-1)$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{3}{2}$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

$$\frac{2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4}{2x^4 - 2x^3} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{2x^3 + 5x^2 - 4}{2x^3 + 5x^2 - 4}$$

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ -5x^3 - 5x^2 \\ \hline -4x + 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 5} = 1$$

$$\text{при } x = -2$$

$$-16 - 4 + 20 = 0$$

$$\frac{2x^3 + 5x^2 - 4}{2x^3 + 5x^2 - 4} \cdot \frac{x+2}{x+2} = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} = \frac{x-2}{x}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$(x-1)(x+2)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{4} \vee 1$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1$$

$$\sqrt{17}-1 \vee 4$$

$$\sqrt{17} \vee 5$$

$$17 < 25$$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{4} \vee -2$$

$$2 \vee \frac{1+\sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{4} > -2$$

$$2x^2(x - \frac{3}{4})^2 + 8$$

$$2(x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{16}x^2) + 4x^2 - \frac{9}{8}x^2 + 4x + 4$$

$$5\frac{7}{8}x^2 - 4x + 4$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{\sqrt{17}-1}{4} \\ 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\frac{47}{8}x^2 - \frac{32}{47}x + \left(\frac{16}{47}\right)^2 \geq \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$$

$$x < \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$$

$$x < \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$$

$$x + \frac{14\sqrt{17}}{4} < 0$$

$$x + \frac{1-\sqrt{17}}{4} < \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} y = x+6 \\ y = -x+6 \end{cases}$$

$$x - y + 6 + y + 6 + x \geq 12$$

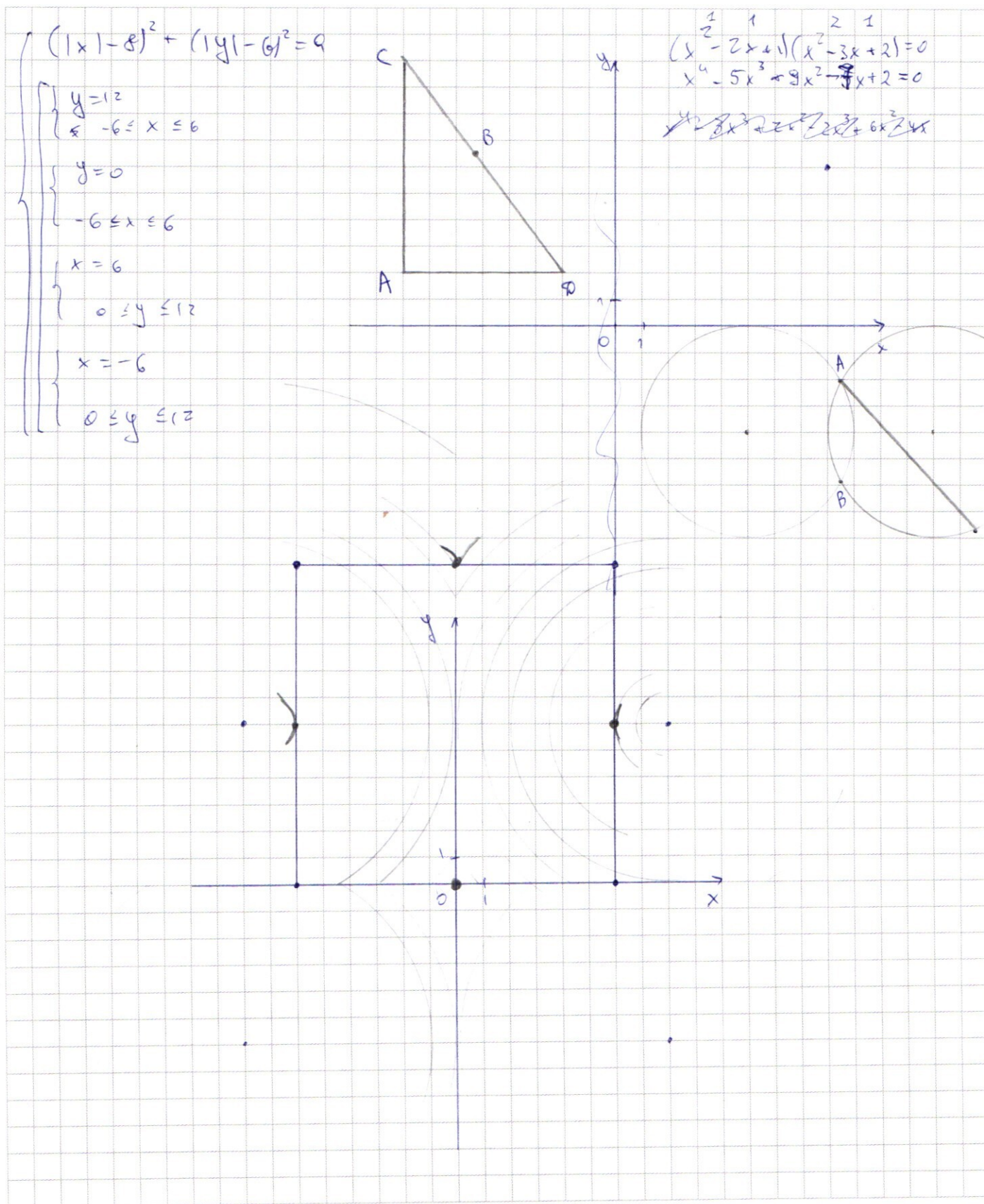
$$x = 6$$

$$-2y = 0$$

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{at^2}{2}$$

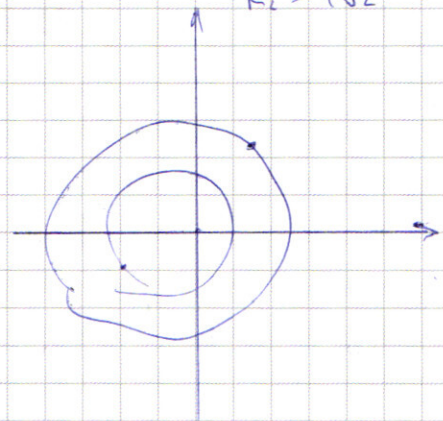
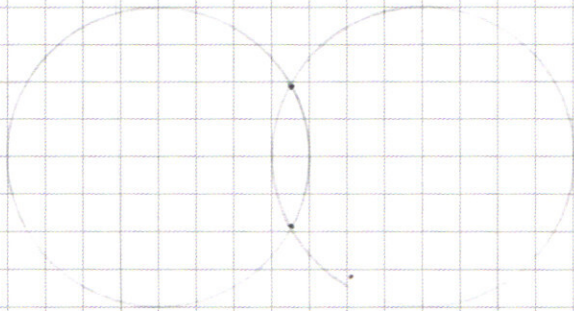
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$$

$$x =$$

$$y =$$

$$25 + 25 \cdot 7 = R^2 \quad R_1 = 5\sqrt{10}\sqrt{2}$$

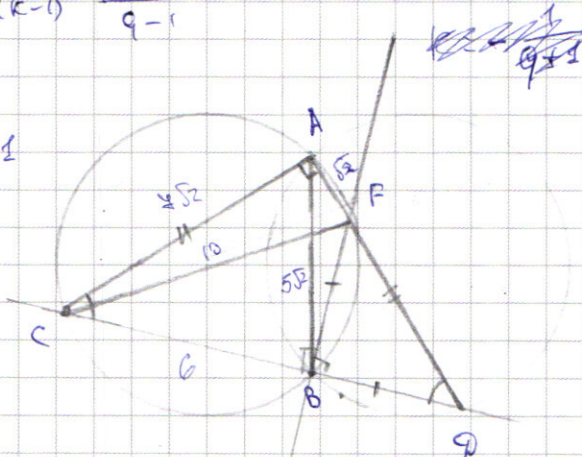
$$R_2 = 4\sqrt{2}$$



$$\frac{q(q^{3000}-1)}{q^2-1} = (k-1) \frac{q^{3000}-1}{q-1}$$

$$k = \frac{q}{q+1} + 1 \quad CF = 2R = 10$$

$$\left[\frac{q}{q+1} = k-1 \right]$$



$$\frac{q}{\sin 45^\circ} = 2 \cdot 5$$

$$a = 5\sqrt{2} = AB$$

$$4 - \frac{32}{47}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{6}{\sin \angle CAB} \quad 4(1 - \frac{8}{47})$$

$$\sin \angle CAB = \frac{3}{5}$$

$$\cos \angle CAB = \frac{4}{5}$$

$$b_1, q^1; b_2, q^2; b_3, q^3$$

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} + \frac{b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1} = k \frac{b_3(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 4$$

$$\sin(180^\circ - \angle ACB - \angle CAB)$$

$$\sin(\angle AEB + \angle CAB)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \angle CAB + \sin \angle CAB) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$$b_1 + 2b_2q + b_3q^2 + 2b_4q^3 + \dots$$

$$42b_1q^{2999} = k(b_1 + b_2 + b_3 + \dots b_{3000})$$

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{49}{9} \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 10 \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{2b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{9b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{49b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{10b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\left[\begin{array}{l} q=1 \\ 49q^2 - 9q - 9 = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} q=1 \\ \frac{49q^2}{q^2+q+1} = 9 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} q=1 \\ 49q^2 = 9q^2 + 9q + 9 \end{array} \right]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1.

Произведение цифр равно 400, а $400 = 10^2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$.

~~Числа 10, 20, 25, 50, 100 не являются цифрами~~

Тогда 400 мы можем разложить
в произведение цифр только как

$$400 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7, \text{ т.к. остальные составленные из } 2, 2, 5, 5, 7$$

50, 100, 35, 14, 28, 175, и т.д. - не являются

цифрами. Тогда число восьми-

значное число составим либо из

2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1, либо из 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1.

~~3, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1~~

Количество чисел, которое можно сос-
тавить из 8 цифр - $8!$. Но ~~в~~ в любом

числе, составленном из данных цифр

можно один раз поменять местами цифры;

один раз поменять местами 5 и 6 раз поме-

нить местами 1; ~~и число не изменится~~ ~~и не получится~~ ~~каждое~~

число значит каждое число мы посчи-

тали $2 \cdot 2 \cdot 6$ раз.

$$N = \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 8$$

6 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1.

Количество чисел, которое можно соста-

~~Всего из данных цифр - 8! в каждом числе составленном из данных цифр можно поменять 5~~

I 3, 3, 5, 5, 7, 1, 1, 1

Количество чисел, которые можно составить из 8 цифр - 8!. Тогда количество перестановок 2 в ~~каждом~~ числе из данных цифр - 2! цифр 5 - 2! цифр 1 - 3!. Тогда в каждом числе из данных цифр количество перестановок цифр, не изменяя число: $2! \cdot 2! \cdot 3! = 3! \cdot 4! = 4!$. Тогда каждое искомого число мы посчитали 4! раз. Значит:

$$N_1 = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \text{ (чисел)}$$

II 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1

Аналогично: кол-во чисел из 8 цифр: 8!, кол-во перестановок ^{цифр} 5 - 2! ^{цифр} 1 - 4!, общее кол-во перестановок цифр в иско-м числе, не изменяя число - 2! · 4!. Тогда каждое искомого число было посчитано 2! · 4! раз. Значит:

$$N_2 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \text{ (чисел)}$$

$$N = N_2 + N_1 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 + 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 7 \cdot 9 \cdot 40 = 63 \cdot 40 = 2520 \text{ (чисел)}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 40 \\ \hline 2520 \end{array}$$

Ответ: 2520 чисел.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

Пусть q - ~~разность~~ знаменатель геометрической прогрессии (b_n)

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad S_{3000} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S$$

Пусть (x_n) : $b_3, b_6, b_9, \dots, b_{3000}$

Докажем, что (x_n) - геометрическая прогрессия, её члены не равны 0, т.к. (b_n) - геометрическая прогрессия

$$\frac{b_{3n+3}}{b_{3n}} = \frac{b_1 q^{3n+3-1}}{b_1 q^{3n-1}} = q^3, \text{ значит,}$$

(x_n) - геометрическая прогрессия со знаменателем q^3 и первым членом b_3 . Тогда с b_3 до $b_{3000} = 1000$ членов значит, $b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} = S_{1000} x_n =$
 $= \frac{b_3(q^3(1000^3 - 1))}{q^3 - 1}$

Значит, после увеличения ~~каждого~~ членов $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ в 50 раз:

$$S = \cancel{b_1 + b_2} + \cancel{3b_3} + b_4 + b_5 + \cancel{3b_6} + \dots + \cancel{3b_{3000}} = S_{3000} b_n + \cancel{49} (b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}) = S_{3000} b_n + \cancel{49} S_{1000} x_n =$$

$$= 10 S_{3000} b_n, \text{ по условию}$$

$$49 S_{1000} x_n = 9 S_{3000} b_n$$

$$\frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{9 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \left(\frac{49q^2}{q^2+q+1} - q \right) = 0$$

$b_1 \neq 0$

~~$$\frac{q^{3000}-1}{q-1} = 0$$~~

$$\begin{cases} \frac{q^{3000}-1}{q-1} = 0 \\ \frac{49q^2}{q^2+q+1} - q = 0 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{картейнет} \\ 49q^2 = q^2 + q + 9 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40q^2 - q - 9 = 0 \quad (1) \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$40q^2 - q - 9 = 0 \quad (1)$$

$$D = 81 + 9 \cdot 40 \cdot 4 = 9 \cdot 169 > 0$$

$$q = \frac{9 \pm 13 \cdot 3}{80}$$

$$\begin{cases} q = \frac{3}{5} \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$q = \frac{3}{5}$$

$$q = \frac{3}{5}$$

$$q = -\frac{30}{80} \quad \text{Но, т.к. все члены } (b_n) \text{ положительные, } q > 0$$

Пусть $(y_n): b_2, b_4, b_6, \dots, b_{2n}$. Докажем, что (y_n) — арифметическая прогрессия. Если же мы не ^{равны} 0 т.е. (b_n) — арифметическая прогрессия

$$\frac{b_{2n+2}}{b_{2n}} = \frac{b_1 \cdot q^{2n+2-1}}{b_1 \cdot q^{2n-1}} = q^2, \text{ значит, } (y_n) \text{ — арифметическая прогрессия со знаменателем } q^2 \text{ и первым членом } b_1. \text{ Тогда с } b_2 \text{ до } b_{3000} \text{ (1500 членов, значит, } b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000} = S_{1500, y_n} = \frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

Значит, после увеличения каждого члена ~~в 2 раза~~ $b_2, b_4, b_6, \dots, b_{3000}$ в 2 раза:

$$S = b_1 + 2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = S_{3000, b_n} + (b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000}) = S_{3000, b_n} + S_{1500, y_n} = K S_{3000, b_n}, \text{ а } S_{3000, b_n} \text{ — изначальный } S$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_{3000 \text{ ен}} + S_{1500 \text{ ен}} = K S_{3000 \text{ ен}}$$

$$S_{1500 \text{ ен}} = (K-1) S_{3000 \text{ ен}}$$

$$\frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = (K-1) \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \left(\frac{q}{q+1} - K + 1 \right) = 0$$

$$b_1 \neq 0$$

$$\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{q}{q+1} - K + 1 = 0 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{корней нет} \\ \frac{q}{q+1} = K - 1 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

$$q = \frac{3}{5} + 1, \text{ значит, } K = \frac{q}{q+1} + 1 = \frac{3}{5} : \frac{8}{5} + 1 = \frac{3}{8} + 1 = \frac{11}{8}$$

Ответ: S увеличится в $\frac{11}{8}$ раз

№ 3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 - \sqrt{2}$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) (\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2} (x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4) \end{cases}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)$$

При $x = -6$

$$x^3 - 4x + 80 = 104 - 216 < 0, \text{ значит, корней нет}$$

$$\begin{cases} x^3 - 4x + 80 = 2(x+4)^2 \\ \sqrt{2}(x+4) \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \quad (1) \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \quad (1)$$

$$x = 4 - \text{корень (1)}$$

$$64 + 48 - 32 - 80 = 112 - 112 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \\ -x^3 + 4x^2 \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 \\ -2x^2 + 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-4 \\ \hline x^2 + 2x - 12 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2x - 12 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0 \quad (2)$$

$$D_1 = 1 + 12 = 13 > 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{1}$$

$$\begin{cases} x = -1 + \sqrt{13} \\ x = -1 - \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 - \sqrt{13} \\ x = -1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 - \sqrt{13} \\ x = -1 + \sqrt{13} \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$-1 - \sqrt{13} < -4$$

$$3 < \sqrt{13}$$

$$9 < 13, \text{ значит, } -1 - \sqrt{13} < -4$$

$$-1 + \sqrt{13} > 0$$

$$\sqrt{13} > 1, \text{ значит, } -1 + \sqrt{13} > 0$$

$$-1 + \sqrt{13} > 0 > -4$$

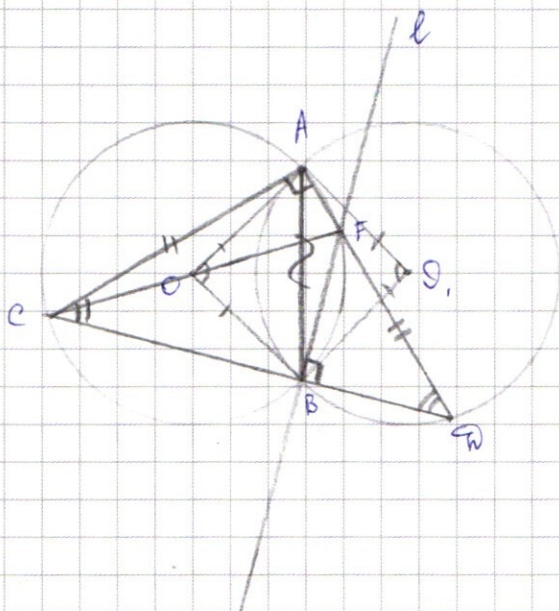
$$4 > -4$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = 4, x = -1 + \sqrt{13}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6



Dark:

$R = 5$

$$\text{Exp}(0; R) \cap \text{Exp}(0; R) =$$

$$= A, B$$

$$C \in \mathcal{Q}_{Kp}(0; R)$$

$$W \in Q_{KP}(\mathcal{O}_1; R)$$

$$B \in \mathbb{C}^n, \angle CAW = 90^\circ$$

$$C \perp B \in \ell$$

$$F \in \mathcal{C}, BF = B \neq \emptyset$$

A, F - по одну
сторону от C

5) $BC = 6$

Kaum:

Q.) CF; $\hat{\sigma}_1^2$ & ACF

Решение:

1.) $\triangle AOB$ u $\triangle AOB$

АВ-общая

$AO = AO_1 = OB = 0,5$, как радиусы окружностей с равными радиусами.

Значит, $\triangle AOB = \triangle AOB_1$ по трём сторонам.

Значит, $\angle AOB = \angle AOB$.

2) $\angle ADB$ - вписанный в $\text{окр}(O; R)$, значит, $\angle ADB =$

$= \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOB = \angle ACB$, т.к. $\angle ACB$ - вписанный в $\text{окр}(O; R)$

3.) $\triangle ACD$, $\angle CAD = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle ADB$, значит $\triangle ACD$ - прямоугольный и равнобедренный, т.к. $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$, $AC = AD$.

4.) Пусть $E \cap AD = F$,

$\triangle DBF$, $\angle DBF = 90^\circ$, $\angle FDB = 45^\circ$, значит, $\triangle DBF$ - равнобедренный, т.к. $BD = BF$.

На BF E , $BF_1 = BF$, $F_1 \in F$, по одну сторону от CD , значит, F совпадает с F_1 . Тогда $E \cap AD = F$.

5.) $\angle AFB$ - вписанный, т.к. $\angle CAF + \angle FBC = 180^\circ$. Тогда Пусть $F \notin \text{окр}(O; R)$, тогда $F \in \text{окр}(O_2; R_1)$. Значит, $\text{окр}(O; R)$ и $\text{окр}(O_2; R_1)$ - вписанные около $\triangle ABC$, что не может быть. Значит, $F \in \text{окр}(O; R)$.

6.) $\angle CAF$ - вписанный в $\text{окр}(O; R)$, $\angle CAF = 90^\circ$, значит, CF - диаметр $\text{окр}(O; R)$.
 $CF = 2R = 10$.

7.) $\triangle ABC$, по следствию из теоремы синусов:

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R; \quad AB = 2 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = 5\sqrt{2}.$$

$$\frac{BC}{\sin \angle CAB} = 2R; \quad \sin \angle CAB = \frac{2R \cdot \sin \angle CAB}{BC} = \frac{6}{8 \cdot 2.5} = \frac{3}{5}.$$

$$\angle CAB < 90^\circ, \text{ т.к. } \angle CAB + \angle BAD = 90^\circ; \quad \angle CAB = 90^\circ - \angle BAD.$$

$$\cos \angle CAB = \sqrt{1 - \sin^2 \angle CAB}; \quad \cos \angle CAB = \frac{4}{5}.$$

$$\begin{aligned} 8.) \sin \angle AFC &= \sin \angle ABC = \sin (180^\circ - \angle CAB - \angle ACB) = \\ &= \sin (\angle CAB + \angle ACB) = \sin 45^\circ \cos \angle ACB + \cos 45^\circ \sin \angle ACB = \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$\angle AFC = \angle ABC$ как вписанные в окружности, опирающиеся на одну дугу.

3.) В $\triangle AFC$, $\angle CAF = 90^\circ$, $\sin \angle AFC = \frac{AC}{CF}$

$$AC = 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 7\sqrt{2}$$

По теореме Пифагора:

$$AC^2 + AF^2 = CF^2$$

$$AF = \sqrt{CF^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 98} = \sqrt{2}$$

$$S(\triangle AFC) = \frac{AF \cdot AC}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 7$$

Ответ: 3.) $CF = 10$; 4.) $S(\triangle AFC) = 7$.

✓ 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + 3x^2 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2x^2(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16}) + 7x^2 - \frac{9}{8}x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{8}x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{8}(x^2 - \frac{32}{47}x + (\frac{16}{47})^2) - \frac{32}{47} + 4 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{8}(x - \frac{16}{47})^2 + \frac{4 \cdot 39}{47} > 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \ 2x^2(x - \frac{3}{4})^2 \geq 0; \quad \forall x \in \mathbb{R} \ \frac{47}{8}(x - \frac{16}{47})^2 \geq 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \ 2x^2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{8}(x - \frac{16}{47})^2 + \frac{4 \cdot 39}{47} \geq 0$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 2 \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \quad (2)$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = 1 - \text{корень, т.к. } 2 + 3 - 5 - 4 + 4 = 0 - \text{верное}$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \quad / \quad x-1 \\ \underline{-2x^4 - 2x^3} \\ -5x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ \underline{-5x^3 - 5x^2} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2x^3 + 5x^2 - 4 = 0 \quad (3) \quad x \neq 2 \quad 2x^3 + 5x^2 - 4 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$x = -2 - \text{корень, т.к. } -16 + 20 - 4 = 0, \text{ верное}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \quad / \quad x+2 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \\ x^2 - 4 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x - 4 \\ \underline{-2x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ 2x^2 + x - 2 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0 \quad (4)$$

$$D = 1 + 16 = 17 > 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

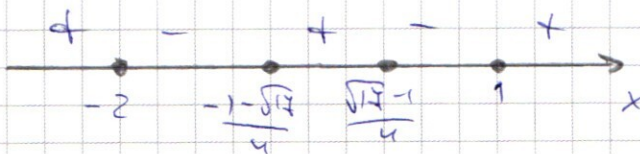
$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$



$$\frac{\sqrt{17}-1}{4} > 1$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} < 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1$$

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{\sqrt{17}-1}{4} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{4} < -2$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} < \sqrt{17}$$

$$49 > 17 \Rightarrow \frac{-1-\sqrt{17}}{4} > -2$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{\sqrt{17}-1}{4} \\ x \geq 1 \\ x < 2 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{\sqrt{17}-1}{4} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

№ 7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ ((x-8)^2 + (y-6)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \\ y-6-x + y-6+x = 12 \\ y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \leq 0 \\ y-6-x - x - y + 6 = 12 \\ y-6-x \leq 0 \\ y-6+x \geq 0 \\ y-6+x - y + x + 6 = 12 \\ y-6-x \leq 0 \\ y-6+x \leq 0 \\ x-y+6 - y-x+6 = 12 \end{cases} \\ ((x-8)^2 + (y-6)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ -6 \leq x \leq 6 \\ x = -6 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ x = 6 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ y = 0 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 9$$

1) При $a < 0$ система не имеет решений

2) При $a = 0$ система не имеет ~~решений~~ ~~решений~~ ~~решений~~

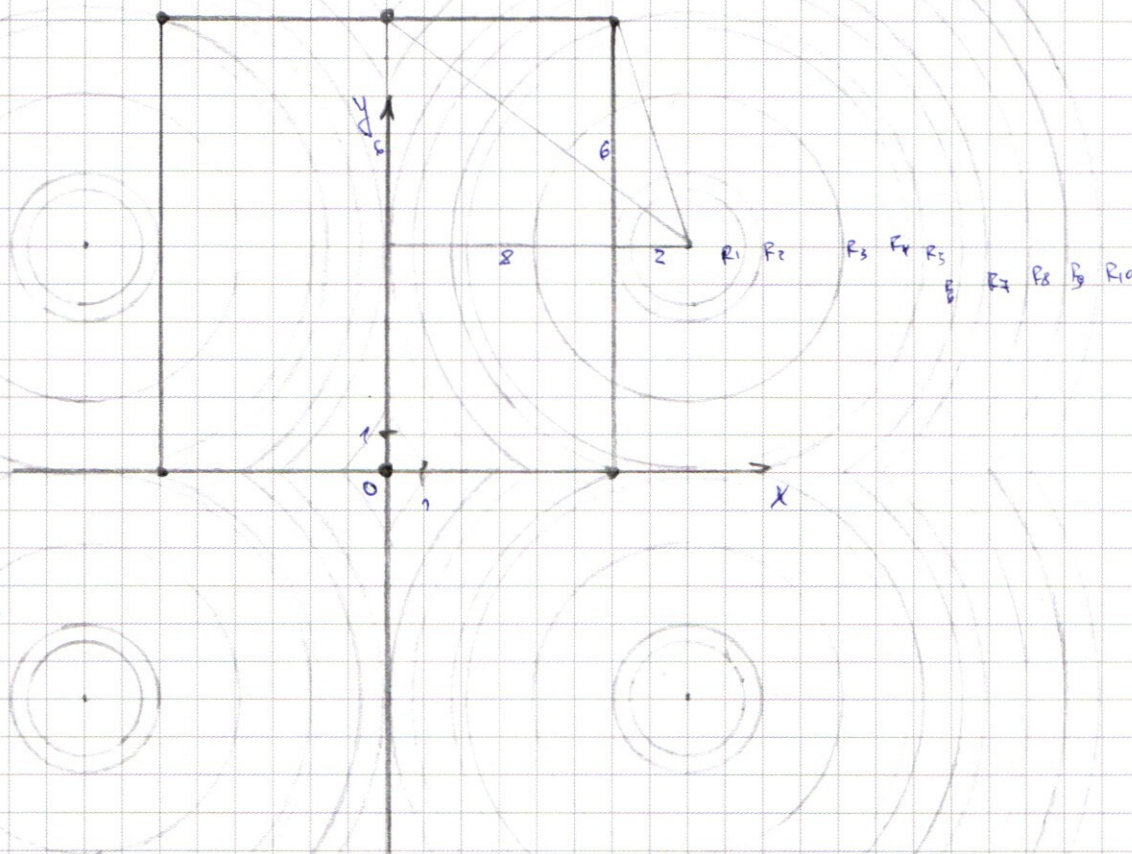
$$\langle -6, 12 \rangle, \langle -6, 0 \rangle, \langle 6, 0 \rangle$$

3) При $a > 0$ график $(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$ - окружность радиуса $\sqrt{a}$ с центром в $(8; 6)$

$\Gamma(x-8)^2 + (y-6)^2 = a \rightarrow \Gamma((x-8)^2 + (y-6)^2 = 9$ - окружности
все, что не в первой координатной четверти
и не на положительных направлениях Ox и Oy

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Даны отрезки симметрично a, b
по отношению к началу симметрично a, b .



I При $0 < \sqrt{a} < 2$ $0 < b < 4$ решений нет

II При $\sqrt{a} = 2$ $a = 4$ 2 решения

III При $2 < \sqrt{a} < 6$ $4 < b < 36$ 4 решения

IV При $\sqrt{a} = 6$ $a = 36$ 4 решения

V При $6 < \sqrt{a} < \sqrt{2^2 + 6^2}$ $36 < b < 40$ 4 решения

VI При $\sqrt{a} = \sqrt{40}$ $a = 40$ 4 решения

VII При $2\sqrt{10} < \sqrt{a} < 8$ $\frac{40 < a < 64}{4}$ 4 решения

VIII При ~~$8 < \sqrt{a}$~~ $\sqrt{a} = 8$ $a = 64$ 4 решения

IX При $8 < \sqrt{a} < 10$ $\frac{64 < a < 100}{4}$ 4 решения

X При $\sqrt{a} = 10$; $a = 100$ 2 решения

XI При $\sqrt{a} > 10$, $a > 100$ не $\exists$ решений

Ответ: ~~$a = 100$~~ , $a = 4$.

На промежутке: $R_1: 0 < a < 4$; $R_2: a = 4$; $R_3: 4 < a < 36$;

$R_4: a = 36$; $R_5: a = 40$; $R_6: 40 < a < 64$; $R_7: a = 64$; $R_8: 64 < a < 100$;

$R_9: a = 100$; $R_{10}: a > 100$.

Ответ: ^{при} $a = 100$, $a = 4$