

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Разложим число 4200 на простые множители:

$$4200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

Заметим, что единственные цифры кратные 5 и 7 это 5 и 7 соответственно $\Rightarrow$ две цифры это 5 и две цифры это 7. Остается 4 цифры, произведение которых равно 4. Существует только два набора удовлетворяющих условию. Это 4111 и 2211. Тогда конечный ответ:

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot (C_4^2 + C_4^1) = \frac{8 \cdot 7}{2!} + \frac{6 \cdot 5}{2!} \left(\frac{4 \cdot 3}{2!} + \frac{4}{1!} \right) = 4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 (10) = 4200 \text{ способов.}$$

C_8^2 - кол-во способов расставить ~~5~~ две 5 на 8 мест.

C_6^2 - кол-во способов расставить две 7 на ~~8~~ оставшиеся 6 мест.

C_4^2 - кол-во способов расставить две 2 на 4 места и две 1

C_4^1 - кол-во способов расставить три 1 на 4 места.

Ответ: 4200 способов

№ 2

По условию: b_1 - первый член, q - знаменатель,

$$q > 0, q \neq 1$$

$$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{2999} = S$$

$$b_1 \frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S \quad (1)$$

$$40(b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2999}) + S - (b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2999}) = 5S$$

$$(b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2999}) = \frac{4}{39} S$$

$$b_1 q^2 \frac{(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{4}{39} S$$

$$b_1 q (q^{3000} - 1) = \frac{4 \cdot S (q^3 - 1)}{q} \quad (2)$$

Нужно найти:

$$3(b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999}) + S - (b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999}) = nS$$

$$2(b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999}) = (n-1)S$$

$$n = \frac{2(b_1 q + \dots + b_1 q^{2999})}{S} + 1 =$$

$$= \frac{2 b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q^2 - 1) \cdot S} + 1 \quad (3)$$

$$(1) \cdot (3) \quad \text{и} \quad (2) \cdot (3) :$$

$$n = \frac{2S(q-1) \cdot q}{(q^2-1) \cdot S} + 1 = \frac{2q}{q+1} + 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5 (q^3 - 1)}{39 q (q^2 - 1) \cdot 5} = \frac{8 (q^2 + q + 1)}{39 (q + 1) q} + 1.$$

Приравняем значение n и найдем q :

$$\frac{8 (q^2 + q + 1)}{39 (q + 1) q} + 1 = \frac{2q}{q + 1} + 1.$$

$$4q^2 + 4q + 4 = 39q^2.$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0.$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16 \cdot 36 = 24^2$$

$$q = \frac{4 + 24}{70} = \frac{2}{5}, \quad q = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$-\frac{2}{7}$ — не уга

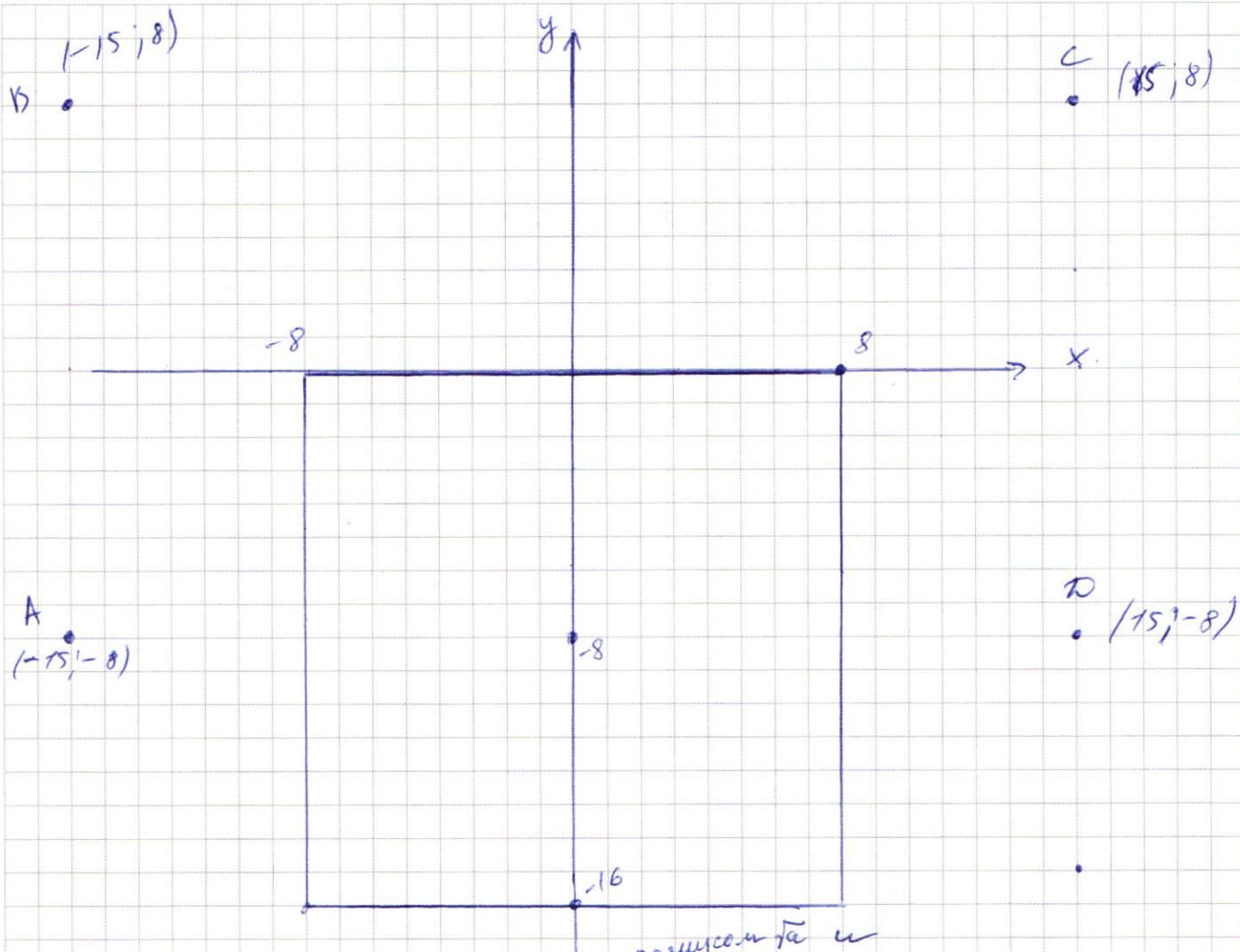
$$n = \frac{2q}{q + 1} + 1 = \frac{2 \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + 1} + 1 = 1 \frac{4}{7}.$$

Ответ: увеличится в $1 \frac{4}{7}$ раз

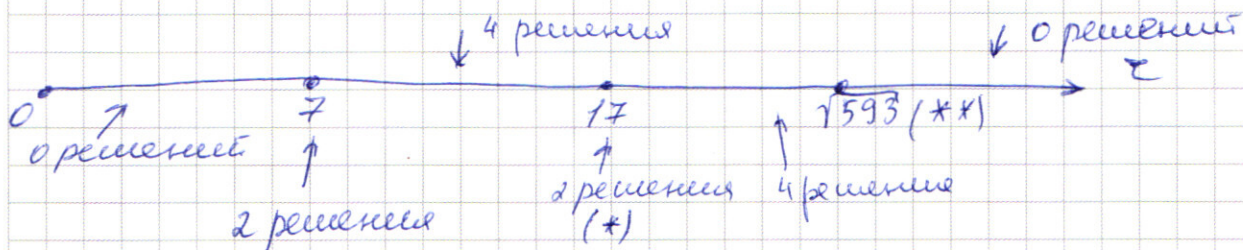
N 7

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16 & (1) \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Нарисуем (1). Обозначим вспомогательные
линии: $y = -x - 8$, $y = x - 8$. Тогда (1) будет
иметь вид:



(2) - это 4 окружности с центрами в т. $(15/8)$, $(15, -8)$, $(-15, 8)$, $(-15, -8)$, т. А и D симметричны относительно ~~прямой~~ ~~горизонтали~~ центра квадрата, т.е. т. $(0, -8)$. Теперь постепенно будем увеличивать a (очевидно, что т.к. та- радиус, то $a > 0$). Нарисуем прямую, где будем откладывать ~~прямую~~ сколько решений на каждой прямой (где окр. А и D):

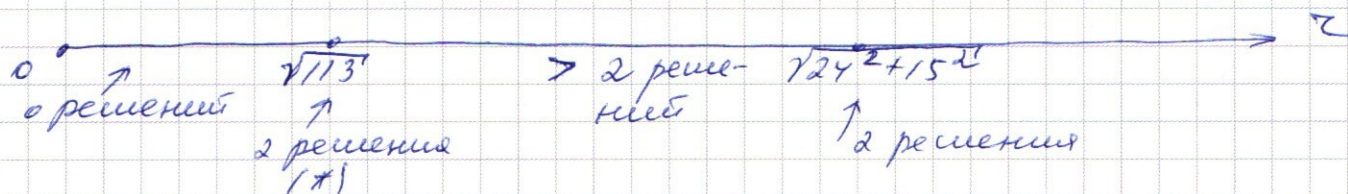


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Для (*) будет два решения, когда обе окр.
пересекются в т. $(0; 0)$ и $(0; -16)$

Для (**) граничные точки $(-8; 0)$, $(-8; -16)$,
 $(8; 0)$, $(8; -16)$ до них расстояние:
 $\sqrt{23^2 + 8^2} = \sqrt{593}$

Аналогично делаем для окр. B и C:



Для (*) Касательные точки касания $(8; 0)$ и $(-8; 0)$
до них расстояние $\sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{113}$

Для (**) Граничные точки $(8; -16)$ и $(-8; -16)$.
До них расстояние $\sqrt{24^2 + 15^2} = \sqrt{801}$

Соединив два промежутка, получим, что

$$\begin{cases} z = 7 \\ z = \sqrt{801} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 801 \end{cases}$$

ответ: $\begin{cases} a = 49 \\ a = 801 \end{cases}$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \Big| x+2 \Big| + 4 \geq 0.$$

пусть $|x+2| = t$, тогда неравенство примет вид:

$$4x^4 + (x^2 + 4x + 4) - 5x^2 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2 \geq 0$$

$$4x^4 - 5tx^2 + t^2 \geq 0.$$

$$D = 25t^2 - 16t^2 = 9t^2$$

$$x = \frac{5t \pm 3t}{8} = \frac{1}{4}t$$

$$(x^2 - t)(x^2 - \frac{1}{4}t) \geq 0$$

$$(x^2 - x - 2)(4x^2 - x - 2) \geq 0.$$

$$D_1 = 1 + 2 \cdot 4 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} = -1$$

$$D_2 = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$(x-2)(x+1)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0.$$

$$\frac{1+\sqrt{33}}{8} \vee 2.$$

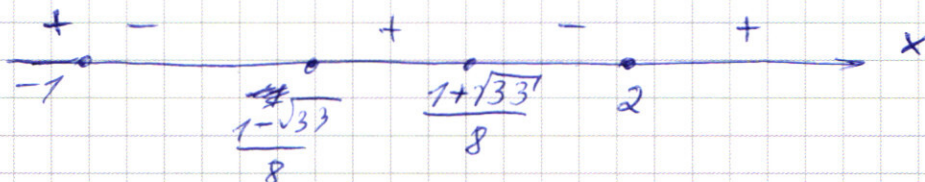
$$\sqrt{33} \vee 15$$

$$\sqrt{33} < 15$$

$$\frac{1-\sqrt{33}}{8} \vee -1$$

$$9 \vee \sqrt{33}$$

$$9 > \sqrt{33}$$



$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Для начала найдем радиусы их окружностей:

$$r_{\text{Карася}} = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$$

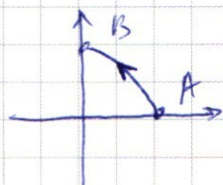
$$r_{\text{Пескаря}} = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$$

Пусть $v_{\text{Пескаря}} = x$, $v_{\text{Карася}} = 2,5x$

Найдем их угловую скорость:

$$\omega_{\text{Карася}} = \frac{2\pi}{2\pi r_K} = \frac{v_K}{r_K} = \frac{2,5x}{3} = \frac{5}{6}x$$

$$\omega_{\text{Пескаря}} = \frac{2\pi}{2\pi r_n} = \frac{v_n}{r_n} = \frac{x}{6} = \frac{1}{6}x$$



$A = 0$ радиан

$B = \frac{\pi}{2}$ радиан.

Найдем начальную угол Карася и Пескаря.

$$\varphi_{\text{Кар}} = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\varphi_{\text{Пес}} = \frac{3\pi}{2} + \arccos\left(\frac{4\sqrt{2}}{6}\right) = \frac{3\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

Тогда угол между ними будет:

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{Пес}} - \varphi_{\text{Кар}} = \frac{3\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \pi$$

Найдем т. их первого сближения (оно минимальное ~~время~~ когда карася и

пескарь как корабль на ожившей прямой, проходящей через ~~центр~~ т. $(0; 0)$, т.е.

$\alpha + 2\pi n = \beta$, $n \in \mathbb{Z}$, α - угол караса,
 β - угол пескаря.

$$\text{Ух} \quad \text{исполнени} = \Delta W = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}x = \frac{2}{3}x$$

Тогда время вырости: $\frac{\pi}{\frac{2}{3}x} = \frac{3}{2} \frac{\pi}{x}$

За это время пескарь пройдет: $\approx \frac{3}{2} \frac{\pi}{x} \cdot \frac{1}{6}x =$
 $= \frac{\pi}{4}$. Это точка: $\frac{3\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{\pi}{4} =$

$= \frac{5\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$. Тогда для этой

точки справедливо равенство:

$$v_k \cdot t + 2\pi n = v_n \cdot t, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5}{6}x \cdot t + 2\pi n = \frac{1}{6}x \cdot t, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{2}{3}x \cdot t = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{3\pi n}{x}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad \text{Тогда пескарь пройдет}$$

за это время: $\frac{3\pi n}{x} \cdot \frac{1}{6}x = \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.}$

будет 4 координаты вершин: $\frac{5\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right),$
 $\frac{3\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right), \frac{\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right), -\frac{\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

1) $x \pm y_1$ $x_1 = 3 \cdot 6 \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right) =$

$$= 6 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{4} \cos\left(\arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right) - \sin \frac{5\pi}{4} \cdot \sin\left(\arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right)\right) =$$

$$= 6 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3}\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3}\right) =$$

$$y_1 = 6 \cdot 5 \sin\left(\frac{5\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right) =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 6 \left(\sin \frac{5}{4} \pi \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) + \sin \left(\arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) \cdot \cos \frac{5}{4} \pi \right) =$$

$$= 6 \left(\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) \right) = 6 \left(-\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \right) =$$

$$= -2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

2) x_2, y_2 $x_2 = 6 \cdot \cos \left(\frac{3}{4} \pi + \arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) =$

$$x_1 = 6 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \frac{1}{3} \right) = 6 \left(-\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \right) =$$

$$= -4 + \sqrt{2}$$

$$y_1 = 6 \cdot \sin \left(\frac{5}{4} \pi + \arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) = 6 \cdot \left(\sin \frac{5}{4} \pi \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) + \sin \left(\arccos \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right) \cdot \cos \frac{5}{4} \pi \right) =$$

$$= 6 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) = 6 \left(-\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6} \right) =$$

$$= -4 - \sqrt{2}$$

Аналогично находим $(x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4)$

Ответ: $(x_1; y_1) = (-4 + \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$

$$(x_2; y_2) = (-4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$$

$$(x_3; y_3) = (4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$$

$$(x_4; y_4) = (4 + \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40.$$

$$2\sqrt{2}\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4) \cdot 2\sqrt{2}$$

$$(x+10)\sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} - (x+10)2\sqrt{2}(x-4) = 0.$$

$$(x+10)\left(\sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} - 2\sqrt{2}(x-4)\right) = 0.$$

$$\begin{cases} x+10=0 & (1) \\ \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} - 2\sqrt{2}(x-4) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): x+10=0$$

$$x = -10$$

$$(2): \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4) \quad \text{О.Д.З.: } x \geq 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0.$$

$$1 \quad -8 \quad 0 \quad 72$$

$$6 \quad 1 \quad -2 \quad -12 \quad 0.$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 4 \cdot 13$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 \cdot 13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

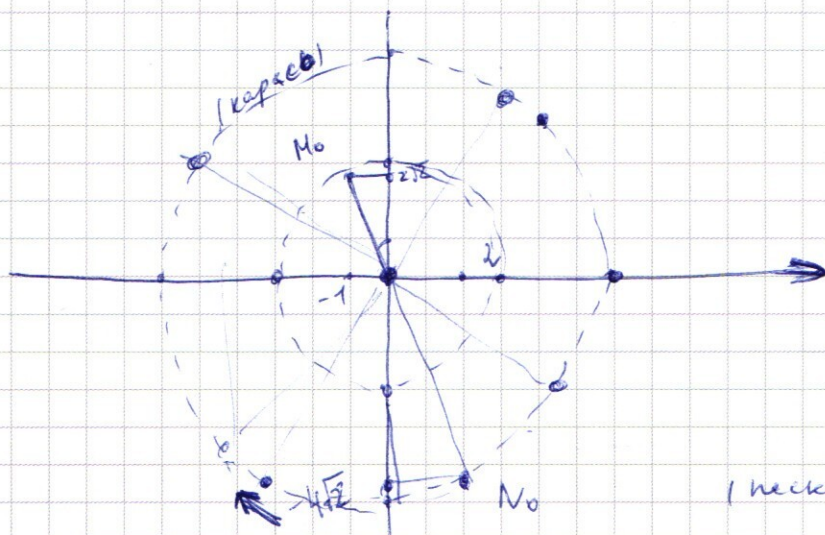
$$1 + \sqrt{13} - \text{yes}$$

$$1 - \sqrt{13} - \text{no}$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = 1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (1) + (2): \begin{cases} x = -10 \\ x = 6 \\ x = 1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$V_K = 2,5 V_n.$$

$$\tau M = \sqrt{(18)^2 + 1^2} = 3$$

$$ZN = \sqrt{32 + 4} = 6$$

$$v_k = 2,5x$$

$$v_n = x$$

(накрыто)

$$T = 3 \quad \frac{68}{2,5x} \quad - t_k.$$

$$20K = \frac{2H}{\frac{6u}{2,5x}} = \frac{2,5x}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{10}$$

Наз уга:

Наз уга: $w_n = \frac{2\pi}{12\pi} = \frac{1}{6} \times \text{раз/c}$
 Карас: $\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

Решаю: $\frac{3}{2}\pi + \arccos\left(\frac{4\sqrt{2}}{6}\right) = \frac{3}{2}\pi + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

$$\text{разница} = \frac{3}{2}\pi + \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right) - \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right) = \pi$$

$$\left(\frac{\pi}{\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}x} \right) = \frac{\pi}{\frac{2}{3}x} = \frac{3}{2} \frac{\pi}{x} \rightarrow \text{время } \pm \text{ считаем}$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{3}{2} \pi = \frac{1}{4} \pi$$

$$W_{\text{avg}} = \frac{2}{3} \times$$

$$\frac{1}{4} \pi + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} + 2\pi n =$$

$$\frac{2}{3} \times t = 25h, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1} + 2\pi n = \frac{1}{6} x^{2n+1}$$

$$\frac{1x \cdot 354}{6} = \frac{354}{2}$$

$$\frac{1}{3} \times t = \pi n$$
$$t = \frac{3\pi n}{3 \times}$$

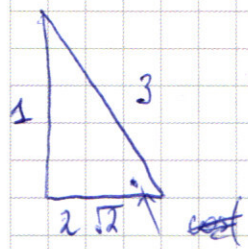
☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right) \cdot 3 = \cos\frac{3\pi}{4} \cdot \cos\left(\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) -$$

$$- \sin\frac{3\pi}{4} \cdot \sin\left(\arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot 5}{6} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$$



$$x_2 = 6 \cdot \left(-\cos\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{10}{6} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} \right) =$$

$$= 6 \left(-\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6} \right) = -4 - \sqrt{2}$$

$$y_2 = 6 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \right) = 6 \left(\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3} \right) = 4 + \sqrt{2}$$

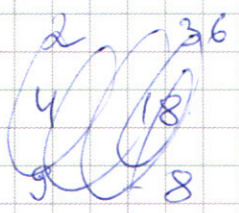
$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2} - 22}{2 \cdot 2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = \frac{x^2 + 6x - 40}{(x+10)(x-4)} \cdot 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5}{2} \right) \cdot 2\sqrt{2} = x + 10$$

$$(x+10) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4) 2\sqrt{2}$$

$$(x+10) \left(\sqrt{x^3 - 64x + 200} - (x-4) 2\sqrt{2} \right) = 0$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = \sqrt{2} (x-4)$$



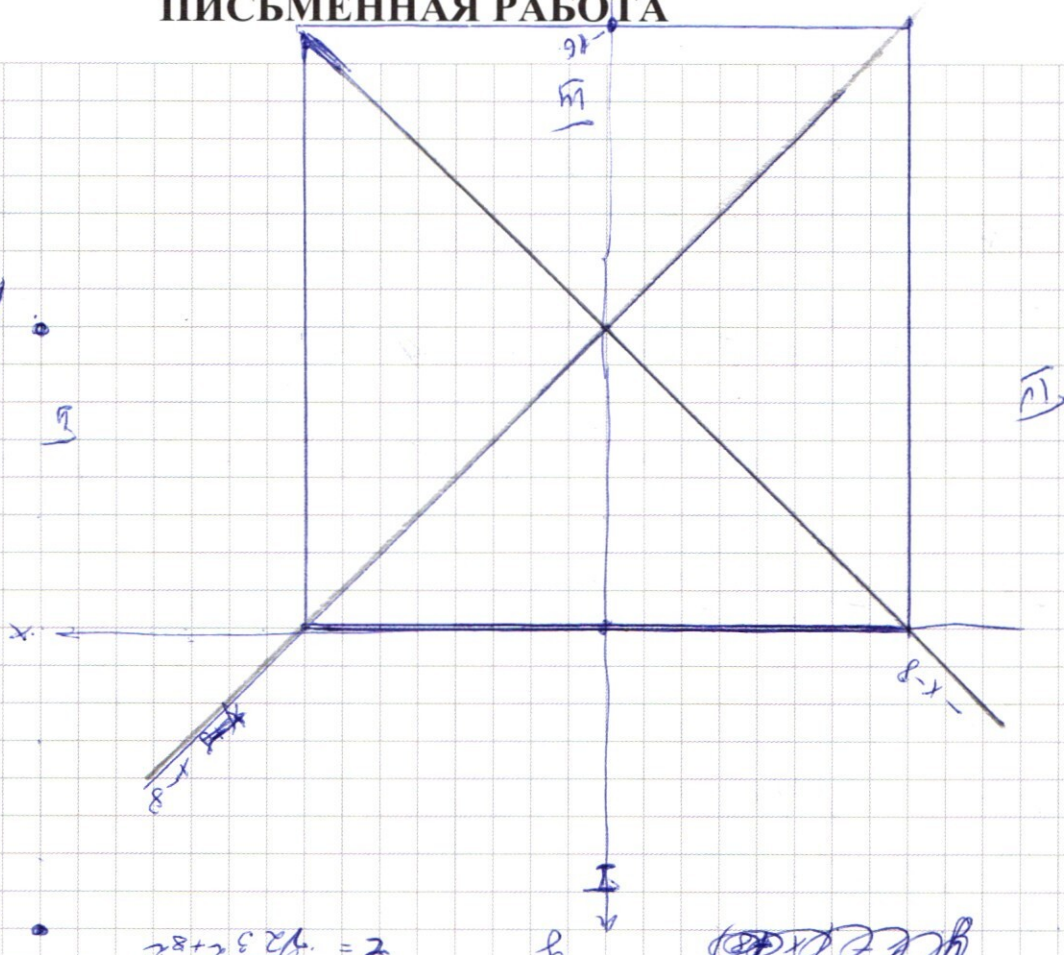
$$x^2(x-8) = -22$$

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

21-	0-	1	9
91-	4-	1	4
51-	5-	5	3
12-	9-	1	2
88	11-	5	9
48	12-	5	4
33	14-	5	3
	10-	5	2
	8-	1	

23 9

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

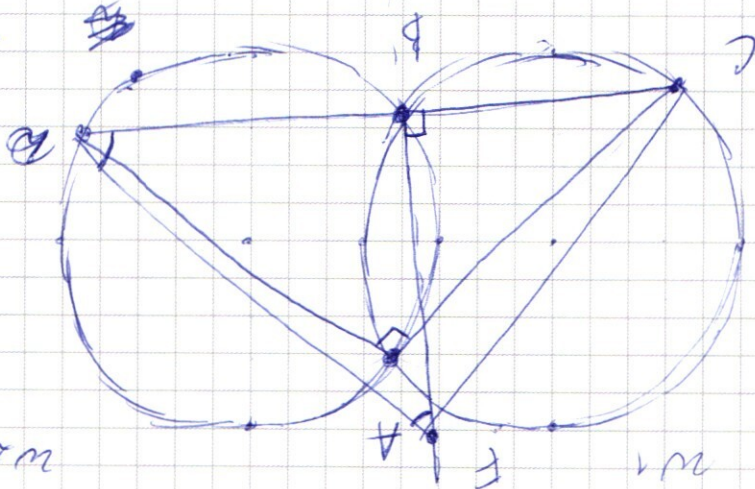


$$\begin{array}{r} 352 \\ \times 64 \\ \hline 1208 \\ 2112 \\ \hline 22528 \end{array}$$

$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}, \tau = 0$ per se.

$$g_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8-x} - \frac{1}{8+x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8+x} + \frac{1}{8-x} \right)$$

$$0 = x$$



$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 / (x+2) + 4 \geq 0$$

$$x+2 = t$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 + 4x^3 + x^3 - x^2 + 12x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4x^3(x+1) + x^2(x-1) + 4(3x^2+x+1) \geq 0.$$

$$4x^4 + 11x^2 + 4 + 4x^3 + 4x + x^3$$

$$(4x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4) + (4x^3 + 4x^2 + 4x + 4) + (x^3 + 3x^2)$$

$$(4x^4 + 4x^3 + 4x^2) + (4x^3 + 4x^2 + 4x + 4) + (x^3 + 3x^2)$$

$$(4x^4 + 4x^3 + 4x^2) + (4x^3 + 4x^2 + 4x + 4) + (x^3 + 3x^2)$$

$$t^4 = 4x^4 + x^4 +$$

$$|x+2| = t.$$

$$t^2 = (|x+2|)^2 = (x+2)^2$$

$$4x^4 - 5x^2 / (x+2) + x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5x^2 / t + t^2 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5tx^2 + t^2 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5tx^2 + t^2 = 5t^2 - 20tx^2 + 5t^2 = 5t^2.$$

$$x = \frac{5t \pm \sqrt{5}t}{8}$$

$$\left(x^2 - \frac{5t + \sqrt{5}t}{8}\right) \left(x^2 - \frac{5t - \sqrt{5}t}{8}\right) \geq 0.$$

$$\left(x^2 - \frac{5(x+2) + \sqrt{5}(x+2)}{8}\right) =$$

$$\left(x^2 - \frac{(5+\sqrt{5})(x+2)}{8}\right) \left(x^2 - \frac{(5-\sqrt{5})(x+2)}{8}\right) \geq 0.$$

$$(8x^2 - (5+\sqrt{5})(x+2)) (8x^2 - (5-\sqrt{5})(x+2)) \geq 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = \frac{x^2 + 6x - 40}{(x+4)(x-4)}$$

$$4^3 - 64 \cdot 4 + 200 =$$

$$36 + 4 \cdot 40 =$$

$$= 196 = 14^2$$

$$4(4^2 - 64 + 50)$$

$$-1000 + 640 + 200$$

8

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 / (x+2) + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq -2:$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \quad -5 \quad -9 \quad 4 \quad 4$$

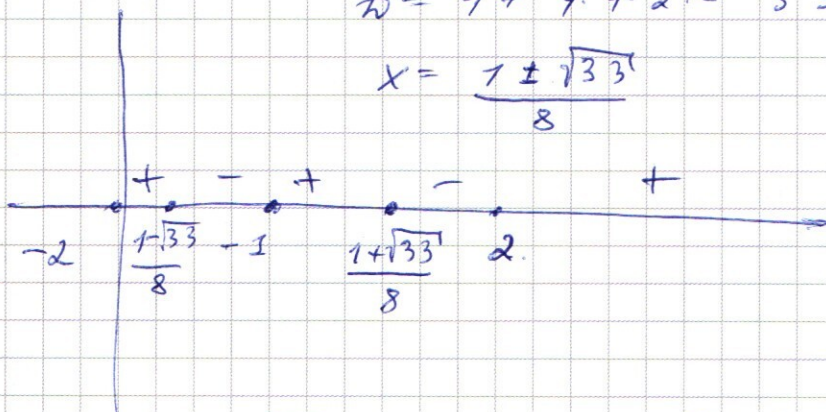
$$4x^3 - 9x^2 + 4$$

$$\begin{array}{cccccc} -1 & 4 & -9 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$



$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} \quad \vee \quad 2$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} \quad \vee \quad \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$\sqrt{33} \quad \vee \quad 15$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} \quad \vee \quad -2$$

$$1 - \sqrt{33} \quad \vee \quad -16$$

$$x \in [-2; \frac{1 - \sqrt{33}}{8}] \cup [-1; \frac{1 + \sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$$

2) $x < -2$:

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$-\frac{3}{2} + 11 = 9\frac{1}{2}$$

$$4 \quad 5 \quad 11 \quad 4 \quad 4$$

$$-2 \quad 4 \quad -3 \quad 17 \quad -30 \quad 64$$

$$-\frac{1}{2} \quad 4 \quad 3 \quad \frac{19}{2}$$

$$-\frac{1}{4} \quad 4 \quad 4 \quad 10 \quad \frac{3}{2}$$

$$-\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$x^4 + \frac{5}{4}x^3 + \frac{11}{4}x^2 + x + 1 \geq 0$$

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) =$$

$$= x^4 + cx^3 + dx^2 + ax^3 + acx^2 + adx + bx^2 +$$

$$+ bcx + bd = x^4 + x^3(c+a) + x^2(d+$$

$$+ ac + b) + x(ad + bc) + bd$$

$$a = \frac{5}{4} - c$$

$$c = \frac{\frac{11}{4} - b - d}{a}$$

$$b + d = 2$$

$$bd = 1$$

$$\begin{cases} a + c = \frac{5}{4} \\ d + ac + b = \frac{11}{4} \\ ad + bc = 1 \\ bd = 1 \end{cases}$$

$$d = \frac{1 - bc}{a}$$

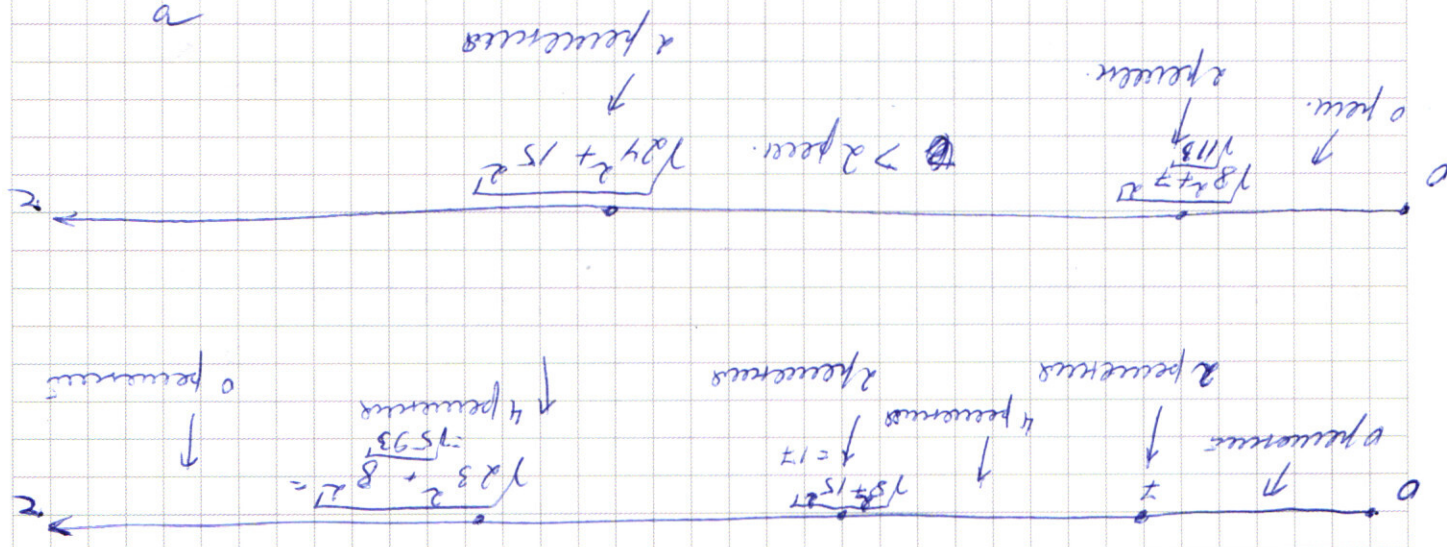
$$= \frac{1 - \frac{c}{a}}{a}$$

$$b = \frac{1}{a}$$

$$108 = 6 \cdot 18 = 8 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 1$$

$$= (1 - 0.6) \cdot 6 = 0.8 \cdot 6$$

$$\begin{aligned} 52 + 19 &= 71 \\ 64 + 25 &= 89 \\ (25 + 52) &= 77 \\ 24 + 15 &= 39 \\ 24 + 15 &= 39 \\ 108 &= 2 \cdot 54 = 2 \cdot 2 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$



$$\frac{682}{25} = 27.28$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

..... $4900 = 2 \cdot 100 \cdot 7^2$

$7, 7, 5, 5$ $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

$\frac{8 \cdot 7}{2!} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2!} \cdot (10)$

$2 \dots$ $\begin{matrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$ $-\frac{4 \cdot 3}{2!} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2!} = 6$ $\sum = 10.$

$4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10 =$ $21 \cdot 200 = 4200 \cdot \sim 1$ $4 \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!} = 4.$

$N2$

$b_1, b_1 \cdot q, \dots, b_1 \cdot q^{2995}$

$b_1 + b_1 \cdot q + \dots + b_1 \cdot q^{2995} = S.$

$b_1 (1 + \dots + q^{2995}) = S.$

$b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) = S$

$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{2995}$

$40 (b_1 q^{23} + b_1 q^5 + b_1 q^8 + \dots + b_1 q^{2995}) + \dots = S -$

$-(b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2995}) = 35 S$

$39 (b_1 q^2 + b_1 q^5 + \dots + b_1 q^{2995}) = 4 S \quad (*)$

$2 (b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2995}) = (n-1) S$

$\frac{1}{n} = \frac{2 (b_1 (q + q^3 + \dots + q^{2995}))}{S} = \frac{2 (b_1 q) (q^2 - 1)}{S (q - 1)} =$

$$\frac{2 \cdot 61 \cdot q^{2997} (q^{2997} - 1)}{8 \cdot (q^{2997} - 1)} \cdot (n-1) = \frac{2 \cdot 61 \cdot q (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998})}{S} =$$

$$= \frac{2 \cdot 61 \cdot q ((q^2)^{1500} - 1)}{S (q^2 - 1)} = \frac{2 \cdot 61 \cdot q (q^{3000} - 1)}{(q^2 - 1) \cdot S} \quad \downarrow$$

$$61 q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = \frac{4}{39} S$$

$$n = \frac{2 \cdot 8 (q-1) \cdot q}{(q^2-1) \cdot S}$$

$$\frac{61 q^2 ((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{4}{39} S$$

$$= \frac{2 \cdot q}{q+1}$$

$$\frac{61 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{4}{39} \cdot \frac{S}{q} (q^3 - 1)$$

$$n = \frac{2 \cdot 4 \cdot 8 (q^3 - 1)}{39 q (q^2 - 1) \cdot S} = \frac{8 (q-1) (q^2 + q + 1)}{39 (q-1) (q+1) q}$$

$$n = \frac{8 (q^2 + q + 1)}{39 (q+1) q} = \frac{2q}{q+1}$$

$$8(q^2 + 4q + 4) \rightarrow 4q^2 + 4q + 4 = 39q^2$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 35 \cdot 4 = 16 \cdot 36 = (4 \cdot 6)^2$$

$$q = \frac{4 \pm 24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow (n-1) = \frac{2q}{q+1}$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + 1} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{4}{7}$$

$$= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{4}{7} - \text{Order: } n = 1 + \frac{4}{7}$$

$$n = 1 + \frac{4}{7}$$



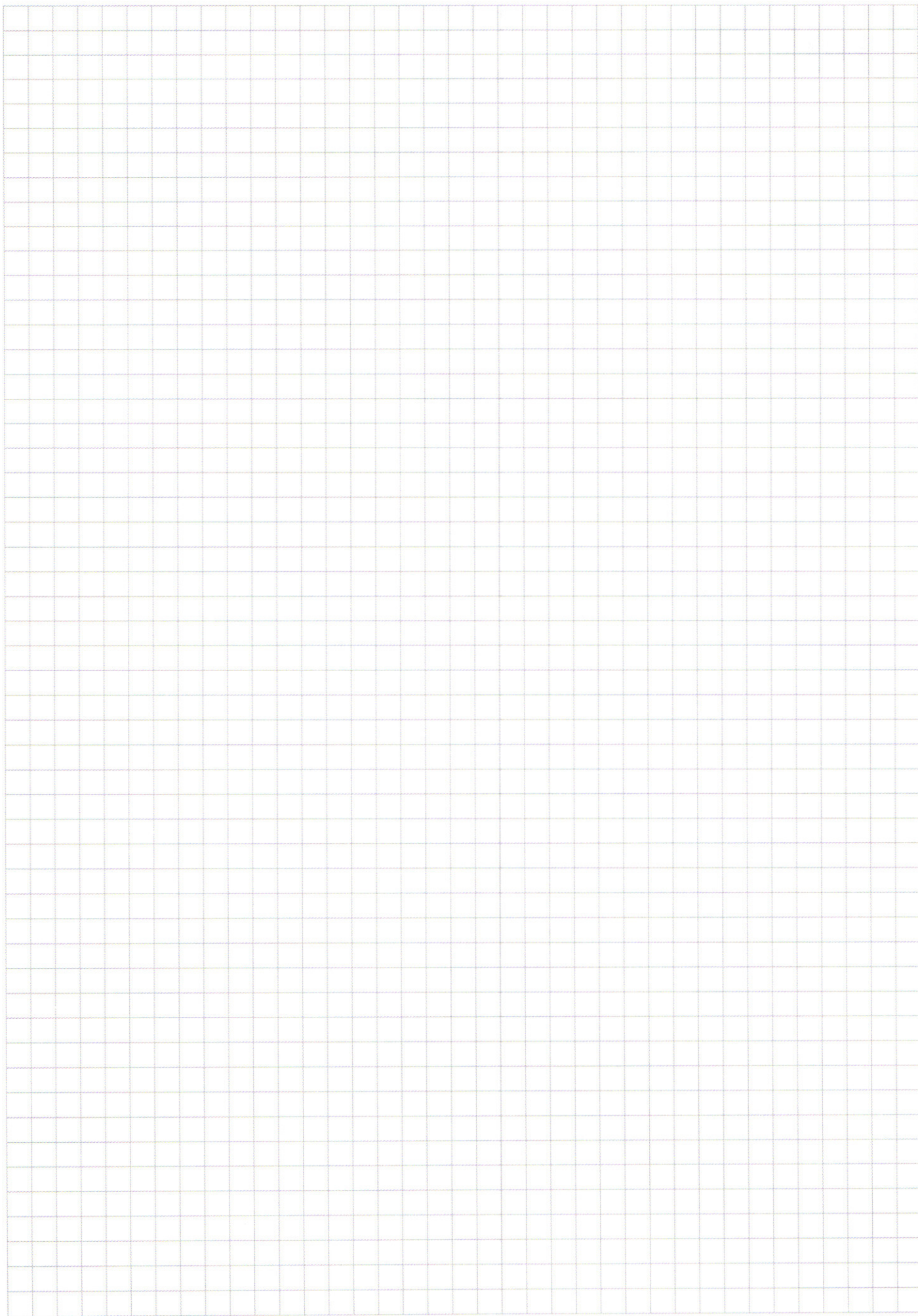
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

