

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- +1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- +2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
- +4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
- +6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, значит число состоит из
1, 2, 4, 5, 7; но 2-ки и 4-ки не встречаются
одновременно. Тогда посчитаем как-то купе-
ных нам чисел: $C_8^2 \cdot C_6^1 \cdot C_5^2$ - когда в числе 2-е
2-ки, $C_8^2 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1$ - когда в числе 1-я 4-ка, а т.к.
 $5 \cdot 2 > 9$ и $7 \cdot 2 > 10$, то других вариантов нет.
Их сумма равна $\frac{8! \cdot 6! \cdot 5!}{6! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{8! \cdot 6! \cdot 5!}{6! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 2!} =$
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 2520$

Ответ: 2520.

N2.

Пусть q - коэффициент прогрессии, то

$$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}, \text{ т.к. каждый член } > 0, \text{ то и } q > 0$$

По условию: $\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + \frac{4q \cdot b_1 \cdot q^2 \cdot (1-q^{3000})}{1-q^3} = \frac{10 \cdot b_1 \cdot (1-q^{3000})}{1-q}$

$$\frac{4q \cdot q^2}{1+q+q^2} = 9$$

Если $q=1$, то $\frac{4}{3} = 9$ - неверно, значит все члены
равны $\Rightarrow 3000x + 4q \cdot 1000x = 52 \cdot 1000x$, а
 $105 = 10 \cdot 3000x = 30 \cdot 1000x \Rightarrow q \neq 1$

$$4q \cdot q^2 = 9 + 9q + 9q^2 \Leftrightarrow 4q^3 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 225 \quad q_1 = 0,3 \quad q_2 = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + \frac{b_1 \cdot q(1-q^{2 \cdot 1500})}{1-q^2} = n \cdot \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}$$

q_2 не подходит

$$1 + \frac{q}{1+q} = n \quad \frac{0,5}{1,5} = \frac{3}{13} \quad 1 + \frac{3}{13} = \frac{16}{13} \Rightarrow n = \frac{16}{13}$$

Ответ: увеличится в $\frac{16}{13}$ раза.

ИЧ.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$I) \{ x-2 > 0$$

$$\{ 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$f(2) = 32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 32 \geq 0$$

$$f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 14x - 4, \text{ докажем, что } f'(x) > 0, \text{ при } x > 2.$$

$$8x^3 - 9x^2 > 0$$

$$f'(2) = 64 - 36 + 28 - 4 = 52 > 0$$

$$x^2(8x-9) > 0$$

$$x > \frac{9}{8}, \text{ но } 2 > \frac{9}{8}; \quad 14x - 4 > 0, \quad x > \frac{2}{7}, \text{ но } 2 > \frac{2}{7}$$

Следовательно при $x > 2$ $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ - возрастает, а т.к. $f(2) = 32$, то $f(x) > 0$, при $x > 2$.

$$II) \{ x-2 < 0$$

$$\{ 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

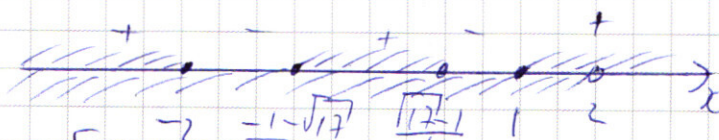
$$(x-1)(x+2)(2x^3 + 5x^2 - 2) \geq 0$$

$$2x^3 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2]$$

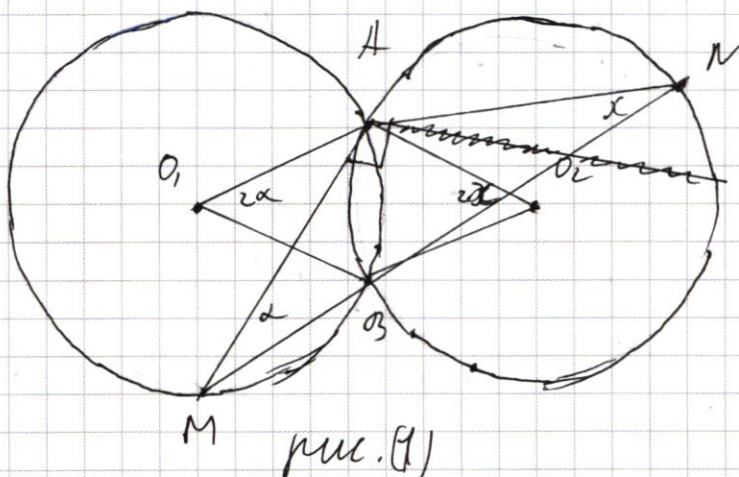
$$III) \{ x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$2 \cdot 2^4 + 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 32 + 4 - 8 + 4 = 32 \geq 0$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.



Если $\angle MAN = 90^\circ$, то пусть $\angle AMN = \alpha$, $\angle ANM = x$, и $\alpha + x = 90^\circ$, то $\angle A O_2 B$ — вписанный, т.к. $2\alpha + 2x = 180^\circ$, а т.к. $A O_1 = O_1 B = O_2 B = O_2 A = R$, то $\angle A O_1 B$ — квадрат, следовательно $\alpha = x = 45^\circ$

а)

1)

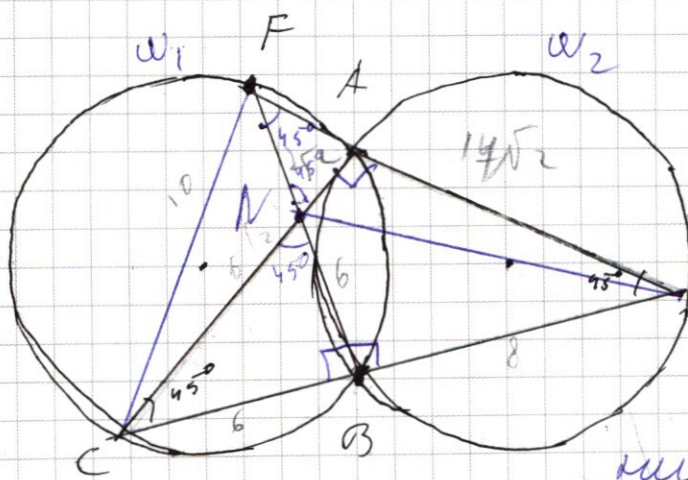


рис. (2)

Если $\angle B > \frac{\pi}{2}$

т.к. $\angle A O_2 = \angle A O_1 = 45^\circ$

и $\angle F O_2 D = 45^\circ \Rightarrow$

A, F, D — на одной

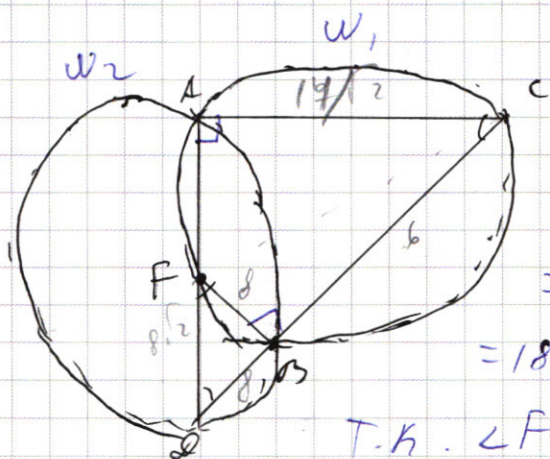
прямой.

Пусть N — пересечение AC и FB, по

$\angle A N B D$ — вписанный, т.к. $\angle A, \angle B = 90^\circ$

следовательно $N \in \omega_2 \Rightarrow ND = 10 = 2R$, т.к. $\angle N B D = 90^\circ$
 $\triangle CFB = \triangle NDB$ ($NB \perp CB$; $FB = DB$; $\angle FBD = \angle FBC$) $\Rightarrow$
 $CF = 10$.

II)



Если $\angle B \geq \frac{\angle C}{2}$, то $\angle F \leq \angle A$.

Аналогично $\angle C = \angle D = 45^\circ = \angle DFB$, а т.к. $\angle A + \angle B = 180^\circ$, то $F \in w_1 \Rightarrow CF = 2R$, т.к. $\angle FBC = 90^\circ \Rightarrow CF = 10$.

Ответ: $CF = 10$.

б) Если во II-ом случае $CB = 6$, то т.к. $CF = 10$, то $BF = \sqrt{100 - 36} = 8 \Rightarrow \angle F = 8\sqrt{2}$, а $AC = \sqrt{\frac{36 + 14^2}{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}}$, $AF = \frac{14}{\sqrt{2}} - 8\sqrt{2} < 0$, т.к. $14 < 8 \cdot 2 \Rightarrow$ это невозможно во 2-ом случае.

Если в I-ом случае $CB = 6$, то $FB = \sqrt{100 - 36} = 8 = BD$, следовательно $CA = \frac{14}{\sqrt{2}} = AD$, а $AF = \sqrt{\frac{(FB - BD)^2}{2}} = \sqrt{\frac{(8 - 6)^2}{2}} = \sqrt{2}$ следовательно

$$S_{AFB} = \frac{1}{2} AF \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 7$$

Ответ: 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$81 + 4 \cdot 9 \cdot 40 = 1600 \cdot 9 + 81$$

$$q = \frac{9 \pm 3\sqrt{1609}}{80}$$

$$3 \pm 3 + \sqrt{1609}$$

$$\begin{aligned} 7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 \\ 2a^2 = 82 \\ a = \sqrt{\frac{82}{2}} \end{aligned}$$

$$3 \pm 3 + \sqrt{1609}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{16} \\ 9 \\ 144 \ 00 \\ \underline{144} \ 81 \\ 9 \ 54 \\ \underline{90} \ 00 \\ 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 69 \\ - 28 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 14 \\ \hline 14 \\ - 28 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^4(x-2) + 4 \geq 0$$

$$I) x-2 > 0 \quad x > 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 > 0 \quad (x > 2)$$

$$2x^4 + 7x^2 - 3x^3 - 4x + 4 > 0$$

$$2 + 7 - 3 - 4 + 4$$

$$2 + 7 + 3 + 4 + 4$$

$$32 + 28 - 24 = 8 + 4$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ - 28 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$(\sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x)^2 = -\sqrt{14}x^3$$

$$(x+2)^2 = (x^2 - 4x + 4)$$

$$(\sqrt{2}x^2 - \sqrt{6}x)^2 = 2x^4 + 6x^2 - 4\sqrt{3}x^3$$

$$f(x) = 32 + 4 - 8x^2(2x^2 - 3x + 6)$$

$$II) x-2 < 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 > 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ - 2x^4 - 2x^3 \\ \hline 5x^3 - 5x^2 \\ - 5x^3 - 5x^2 \\ \hline -4x + 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 2x^3 + 5x^2 - 4 \\ \hline 2x^3 + 5x^2 - 4 \end{array}$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4$$

$$x + 1 + 4 - 3 - 4 + 4$$

$$\begin{aligned} (x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) &= 2x^4 + 5x^2 + 5x^3 - \\ &- 2x^3 + 4 - 4x + 4 = 2x^4 + 5x^3 - 5x^2 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 14x - 4$$

$$8x^3 - 9x^2 > 0 \quad \frac{14}{\sqrt{2}} \quad 8\sqrt{2}$$

$$f(1) = 64 - 36 + 28 - 4 > 0$$

$$x > 2$$

$$14$$

$$8 - 2$$

$$f(0) = -4$$

$$x^2(8x - 9) > 0$$

$$f(1) = 8 - 9 + 14 - 4 =$$

$$x > \frac{9}{8}$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) > 0$$

$$-2: -16 + 20 - 4 = 0$$

$$x < 2$$

$$2 + 5 - 4 = 3$$

$$2$$

$$-2: -16 + 20 - 4$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \quad | \quad x+2 \\ \underline{2x^3 + 4x^2} \\ x^2 - 4 \\ \underline{x^2 + 2x} \\ -2x - 4 \end{array}$$

$$(x-1)(x+2) |$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$1 + 16 = 17$$

$$-1 \pm \sqrt{17}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} = -1$$

$$\frac{-1}{2}$$

$$x < -2$$

$$(x-1)(x+2) = (x^2 + x - 2)(2x^2 + x - 2) = 2x^4 + 3x^3$$

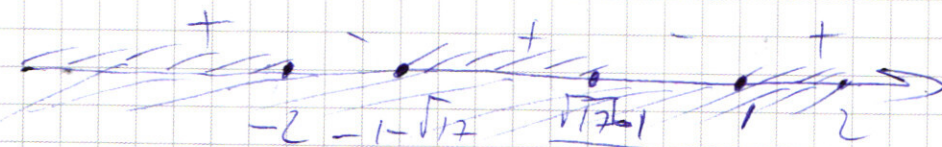
$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

$$2x^3 + x^2 - 2x + 4x^2 + 2x - 4 = 2x^3 + 5x^2 - 4$$

$$2x^4 + 5x^3 - 4x - 2x^3 - 5x^2 + 4$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

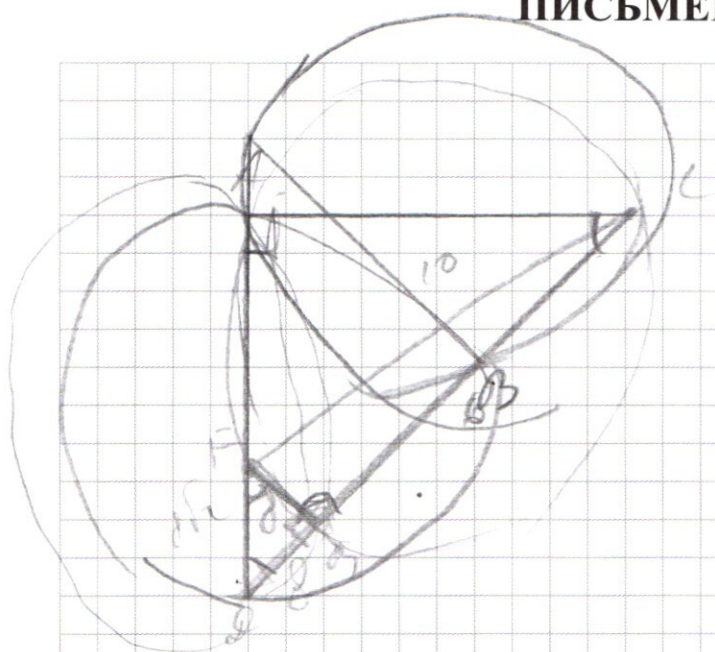
$$(x-1)(x+2) \left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4} \right) \left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4} \right) > 0$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$

$$\begin{array}{l} (x+2)(2x^3 + x^2 - 2x + 4x^2 + 2x - 4) \\ (x+2)(2x^3 - x^2 - 3x + 2) \\ 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x + 4x^3 - 6x^2 + 4 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$648 = 14$$

$$2a = 14$$

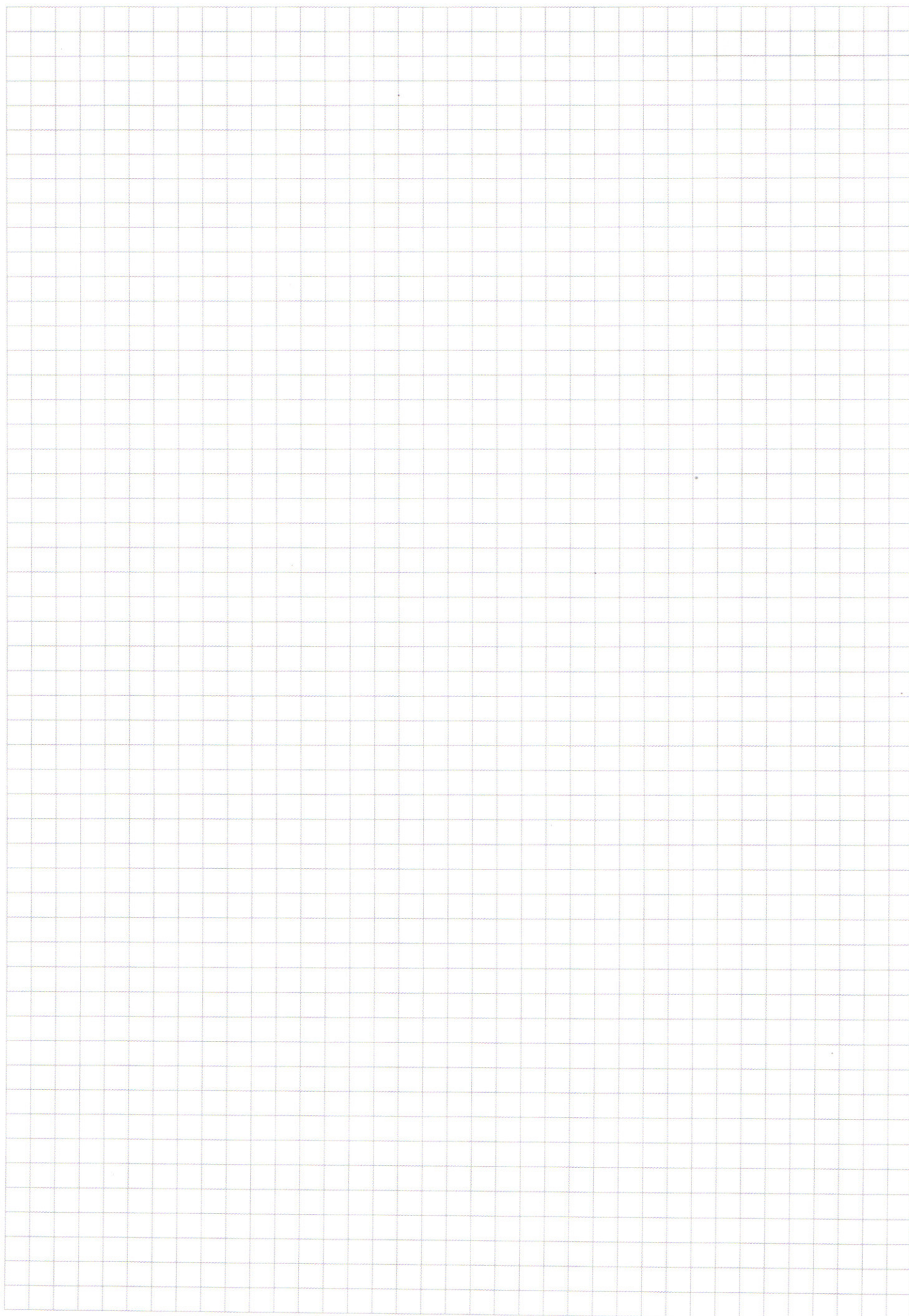
$$a = \frac{14}{2}$$

$$a = 7$$

$$\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ 14 \\ 56 \\ 4 \\ 106 \\ 12 \\ 92 \\ 149 \end{array}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = \frac{b_1 \cdot (1 - q^{3000})}{1 - q}$$

$$1 - q^{3000} = k$$

$$\frac{b_1 \cdot k}{1 - q} + \frac{49 \cdot b_1 \cdot q^2 \cdot k}{1 - q^3} = 10 \cdot \frac{b_1 \cdot k}{1 - q}$$

$$= 10 \cdot \frac{b_1 \cdot k}{1 - q}$$

$$\frac{49 q^2}{1 + q + q^2} = 9$$

$$49x^2 = 9 + 9x + 9x^2$$

$$40x^2 - 9x - 9 = 0$$

$$81 + 16009$$

$$\frac{9 \pm 15}{80} = 0,3$$

$$= -\frac{3}{40}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 16 \\ \hline 80 \\ + 80 \\ \hline 225 = 15^2 \end{array}$$

$$\frac{9 \pm 15}{80} = \frac{24}{80} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$9 - 15 = -6$$

$$\frac{6}{80} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{b_1 \cdot k}{1 - q} + \frac{b_1 \cdot q \cdot k}{1 - q^2 + q^2} = n_1 \cdot \frac{b_1 \cdot k}{1 - q}$$

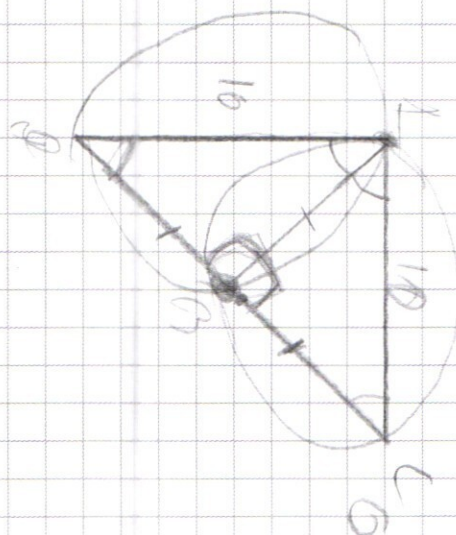
$$1 + \frac{q}{1 + q}$$

$$\frac{0,3}{1,5} = \frac{3}{15}$$

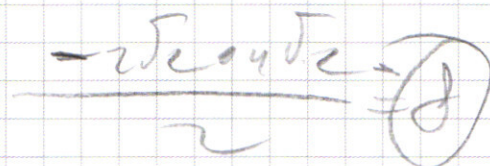
$$\frac{16}{15} = n_1$$

$$\frac{45}{40} \div -\frac{45}{40} = \frac{3}{43}$$

$$\frac{46}{43} = n_2$$

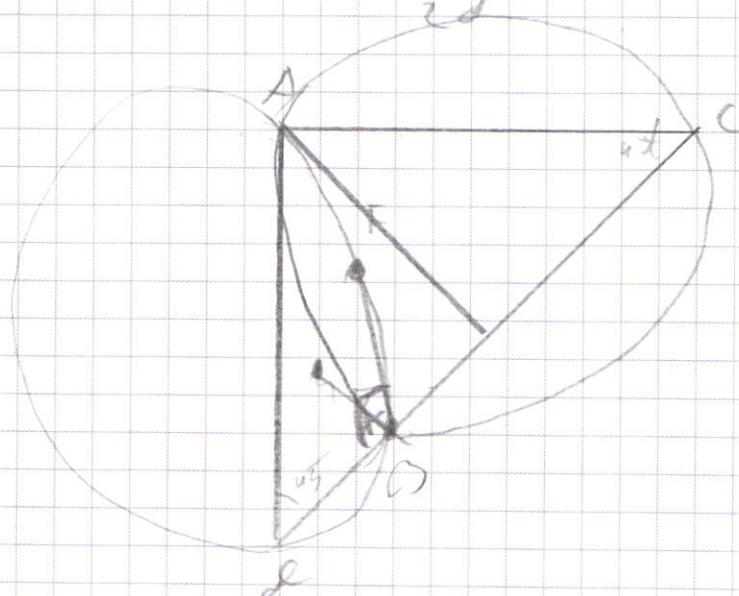


32



$$36 \cdot 2 = 71$$

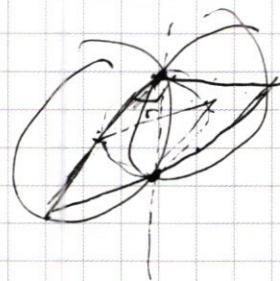
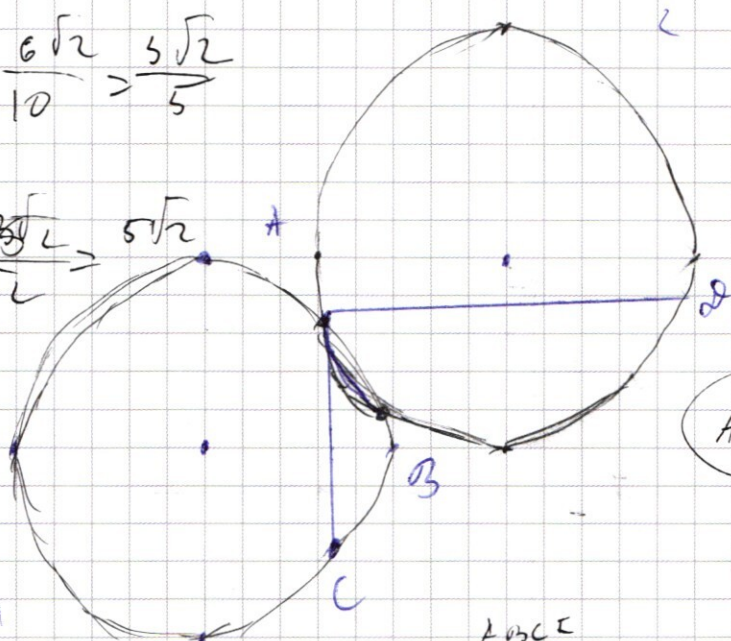
$4\sqrt{2}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2}{4} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

$$\frac{6 \cdot 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$



$$AC = AD$$

$$BD = BF$$

$$CF^2 = FB^2 + CB^2$$

$$FD^2 = FB^2 + BD^2 > CF^2$$

АВСЕ

$$AF = AN$$

$$\angle C = \angle AN + \angle VC$$

$$AD \cdot BN - \text{вписанная} = \text{вписанная}$$

$$\triangle CAD \sim \triangle CBN$$

$$\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{BN} = \frac{CD}{CN}$$

$$ND = 10$$

$$NB^2 + ND^2 = 100$$

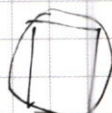
$$BD = FB$$

$$AN^2 + AD^2 = 100$$

$$CB^2 + BD^2 = 2^2$$

$$CB + DB = 100$$

$$10$$



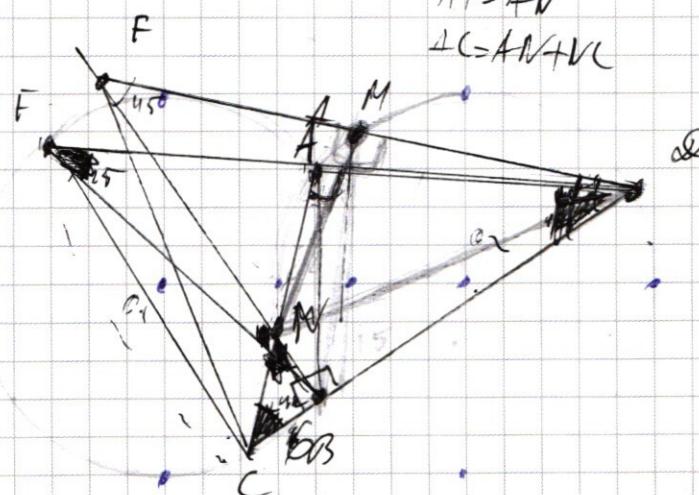
$$S_{ACF} = \frac{AF \cdot AC}{2}$$

$$CB \approx 6$$

$$BN \approx 6$$

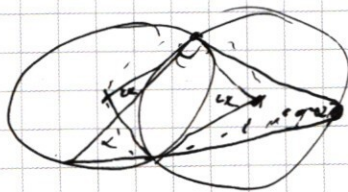
$$CN = 6\sqrt{2}$$

$$AD = 5\sqrt{2} = AC$$



$$AD \cdot FA \cdot AD$$

$$AN^2 + AD^2 = NM^2 + MD^2 = NB^2 + BD^2$$



$$4 \angle 4.7 = 4 \angle = 32$$

$$132 = 4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}R$$

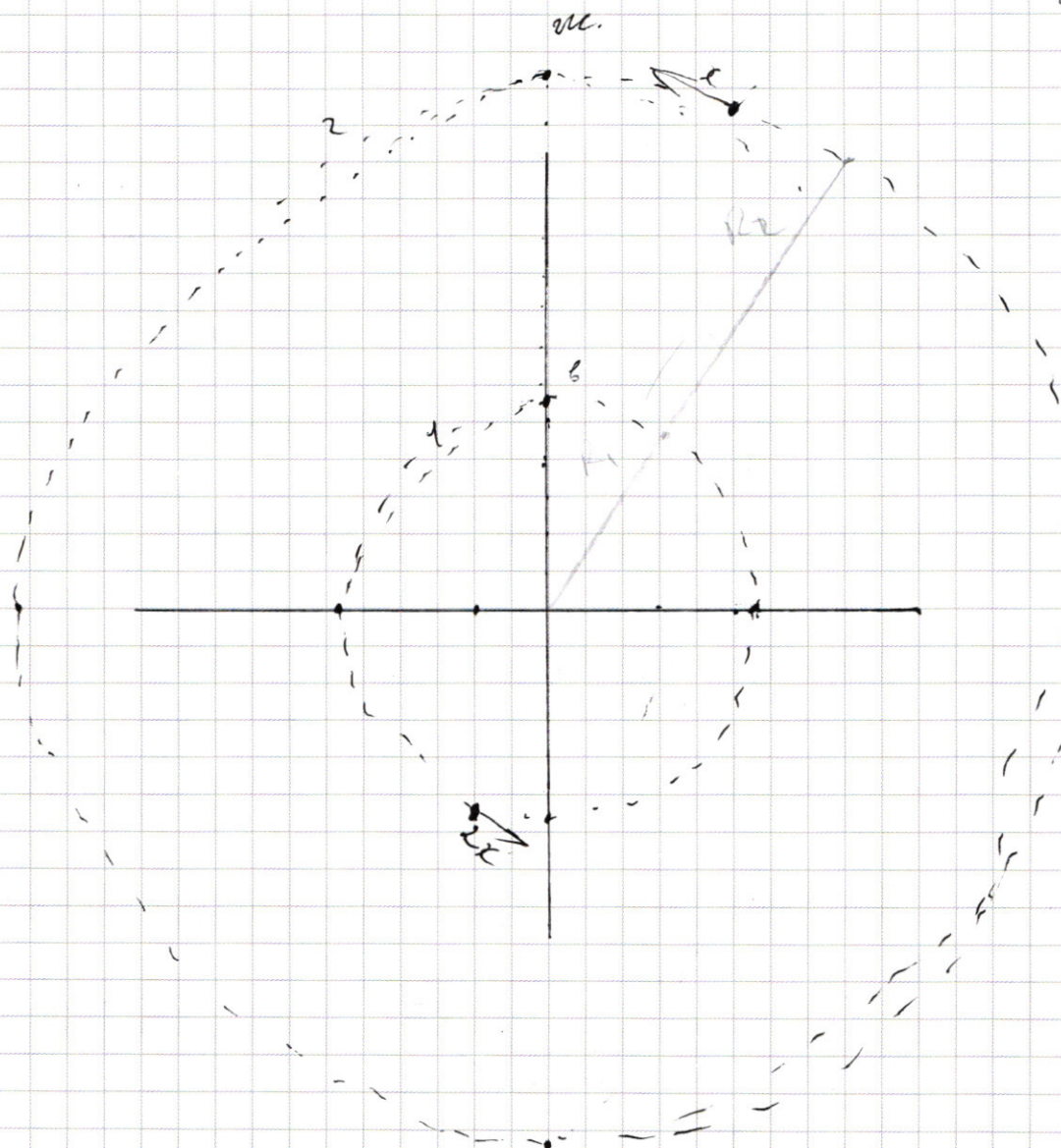
$$25 + 25.7 = 51.2$$

$$6$$

$$36$$

$$10\sqrt{2}$$

$$200$$



$$45.7 =$$

$$R_1 = 4\sqrt{2}$$

$$R_2 = 10\sqrt{2}$$

$$L_1 = 8\sqrt{2}\pi$$

$$L_2 = 20\sqrt{2}\pi$$

$$6\sqrt{2}$$

$$t$$

$$s = v \cdot t$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$$

$$C_8^2, C_5^2, C_3^2$$

$$700 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$2; 2; 1; 1; 1; 5; 5; 7$$

$$4; 1; 1; 1; 1$$

$$C_8^2 \cdot C_6^1 \cdot C_5^2 + C_8^2 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1$$

$$\frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{5! \cdot 1!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{5! \cdot 1!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!}$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = 2 \cdot 5$$

$$\frac{8! \cdot 5! \cdot 6!}{6! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4} = 840$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} = 5$$

$$b_1; qb_1; q^2b_1; q^3b_1$$

$$b_1 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{3000} \cdot q$$

$$b_2 \cdot b_4 \cdot \dots \cdot b_{3000}$$

$$q \cdot q^3$$

$$49q^2 = 9 + 9q + 49q^2$$

$$49q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 7$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{b_1q(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{3000q^2(1-q^{3000})}{1-q^3} =$$

$$\frac{b_1(1-q)(1+q+q^2)}{(1-q^3)(1+q+q^2)} = 102k$$

$$\frac{1+q+50q^2}{1+q+q^2} = 10$$

$$b - \text{сумма } 3n$$

$$a - \text{сумма } 3n$$

$$\frac{49q^2}{1+q+q^2} = 9$$

$$S = a + b$$

$$105 = a + 50b$$

$$49b = 95$$

$$b = \frac{95}{49}$$

$$a = \frac{40}{49}5$$

$$7 \cdot 6 = 42$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 210 \\ \times 420 \\ 840 \\ \hline 2100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 210 \\ \times 420 \\ 840 \\ \hline 2100 \end{array}$$

$$3000 \cdot 710$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^2} + \frac{2b_1q(1-q^{3000})}{1-q^2} =$$

$$\frac{(1-q)b_1(1+2q)}{1-q^2(1+q)} = \frac{kb_1}{1+q}$$

$$\frac{1+2q}{1+q} = 1 + \frac{q}{1+q}$$

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

-8

$$1 - 4 + 80 = 77$$

$$8 \rightarrow 64 \rightarrow 512$$

$$8 - 8 + 80$$

$$4 \rightarrow 16 \rightarrow 64$$

$$27 = 12$$

$$-8: -8 + 8$$

$$-1 + 4 + 80 = 83$$

$$-125 + 20 + 80 = -15$$

$$-4: -64 + 16 + 80 = 32$$

$$(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5)$$

$$40$$

$$42$$

$$40$$

$$1680$$

$$+840$$

$$1680$$

$$2520$$

$$C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^2$$

$$8! \cdot 5! \cdot 5!$$

$$5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4}$$

$$\left(\frac{x^4}{2} + 6x + 98\right)(x^3 - 4x + 80) = x^7 + 100x^2 + 24x^2 + 20x^3 + 48x^2 + 480x$$

$$a^3 b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a+b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$2, 2, 5, 5, 7$$

$$C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^2$$

$$8! \cdot 7! \cdot 5!$$

$$\frac{8! \cdot 7! \cdot 5!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2}$$

$$8! \cdot 6! \cdot 5!$$

$$6! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 2!$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5$$