МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

1) Формула геометрической прогрессии для нахождения суммы чисел: $S = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$

Начальная сумма в задаче чисел $b_1, b_2, b_3 \dots, b_{3000}$ с $q_1 = q$, $n=3000$: $S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

2) По условию все члены с номерами кратными 3 увеличиваются в 50 раз, значит последовательность выглядит таким образом: $b_1, b_2, 50b_3, b_4, b_5, 50b_6 \dots, 50b_{3000}$. Отдельно посчитаем числа, у которых значение номера кратно 3:

$S_1 = \frac{50b_1q^2((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1} = \frac{50b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1}$, т.к. $b_3 = b_1q^2$, $b_6 = b_1q^5$, т.е. $q_2 = q^3$, где S_1 - это их сумма.

$S_2 = \frac{b_1((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1}$ - это сумма чисел, номера которых имеют остаток 1 при делении на 3, т.е. - $b_1, b_4, b_7 \dots$

$S_3 = \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^3-1}$ - это сумма чисел, номера которых имеют остаток 2 при делении на 3, т.е. - $b_2, b_5 \dots$

По условию $10S = S_1 + S_2 + S_3$

$$\frac{10b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{50b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$\frac{10b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)(50q^2+1+q)}{q^3-1} \quad \Big| \cdot \frac{(q-1)}{b_1}$$, т.к. $q \neq 1$ и $b_1 \neq 0$ по условию

$$10(q^{3000}-1) = \frac{(q^{3000}-1)(50q^2+1+q)}{q^2+1+q} \quad \Big| : (q^{3000}-1)$$, т.к. $q \neq 1$

$$10 = \frac{50q^2+1+q}{q^2+1+q}$$

$10q^2+10+10q = 50q^2+1+q$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$D = 81 + 1440 = 1521$

$q_1 = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{6}{10}$

$q_2 = \frac{9-39}{30} = -1$ - по условию не подходит

Значит $q=0,6$

3) Если все члены, стоящих на чётных местах увеличить в 2 раза, то последовательность будет выглядить: $b_1, 2b_2, b_3, 2b_4 \ldots$

Посчитаем сумму чисел, стоящих на чётных местах: $S_5 = \frac{2b_1q\left((q^2)^{1500}-1\right)}{q^2-1} =$

$= \frac{2b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$ $- q_5 = q^2, n = 1500$

$S_6 = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1}$ - это сумма чисел, стоящих на нечётных местах, где $q_6 = q^2$, $n = 1500$

Тогда сумма всех этих чисел: $S_7 = S_5 + S_6 = \frac{2b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} =$

$= \frac{b_1(q^{3000}-1)(2q+1)}{q^2-1}$

$\frac{S_7}{S} = \frac{b_1(q^{3000}-1)(2q+1)}{(q^2-1)b_1(q^{3000}-1)}(q-1) = \frac{2q+1}{q+1} = \frac{22}{16} = \frac{11}{8}$, т.е. сумма увеличилась в $\frac{11}{8}$ раз.

Ответ: $\frac{S_7}{S} = \frac{11}{8}$

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\cdot\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4)$$

1) Если $x+6=0$, $x=-6$, но $\sqrt{x^3-4x+80} \geq 0$ - естественная область определения $x^3-4x+80 \geq 0$

При $x=-6$, в неравенство $x^3-4x+80<0$, значит $x+6 \neq 0$

2) $\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4) \,|: (x+6)$, $x \neq -6$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80} = x+4$

$$\begin{cases} x^3-4x+80 \geq 0 \\ x^3-4x+80 = 2(x+4)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-4x+80 \geq 0 \\ x^3-2x^2-20x+48=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3-4x+80 \geq 0 \\ x^3-4x+80 = 2x^2+32+16x \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^3-4x+80\geq 0 \\ x^3-2x^2-20x+48=0 \quad (1) \end{cases}$$

(1) $x^3-2x^2-20x+48=0$

Разложим на множители (или подберём один из корней):

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$(x-4)\left(x-\frac{-2+\sqrt{52}}{2}\right)\left(x-\frac{-2-\sqrt{52}}{2}\right)=0$

Пока мы нашли 3 корня из уравнения, подставим эти корни в первое неравенство, чтобы проверить подходят ли они.

1) $x=4$

$x^3-4x+80\geq 0$, значит $x=4$ – является решением

2) $x=\frac{-2+\sqrt{52}}{2}=-1+\sqrt{13}$ (подставляем корень в неравенство получаем ~~$20\sqrt{13}-124\geq 0$ – противоречие~~ $-2\sqrt{13}+70\geq 0$ – верно), т.е. при $x=-1+\sqrt{13}$:

$x^3+4x-80\geq 0$, значит $x=-1+\sqrt{13}$ – ~~не~~ является решением.

3) $x=-1-\sqrt{13}$ (подставив, получаем, что $-\sqrt{1872}+\sqrt{1936}\geq 0$ – верно),

значит $x=-1-\sqrt{13}$ – является решением.

Ответ: $-1-\sqrt{13}$; 4; $-1+\sqrt{13}$.

№4

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

1) $x\geq 2$ (модуль раскрываем как $(x-2)$)

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$2(x^4-2x^3+x^2)+(x^2+4x+4)+x^3+4x^2\geq 0$

$2x^2(x-1)^2+(x+2)^2+x^2(x+4)\geq 0$ – данное неравенство при $x\geq 2$ всегда ≥ 0, значит $x\geq 2$ – подходит.

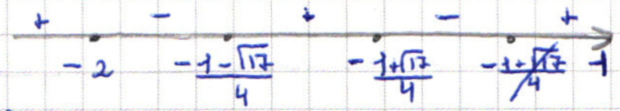
2) $x \le 2$ (модуль раскрываем как $(2-x)$)

$2x^4+3x^2-5x^2-4x+4 \ge 0$

Раскладываем на множители (т.е. подбираем целый корень (если есть) и делим на него в столбик как $x-x_1$)

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \ge 0$

$2(x-1)(x+2)\left(x-\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \ge 0$

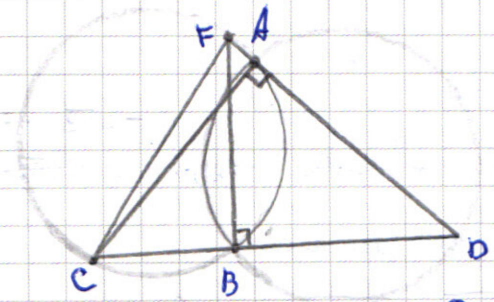


$$\begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \le x \le \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ \cancel{\frac{-1+\sqrt{17}}{4}} \\ 1 \le x \end{array}\right. \end{cases}$$

Объединим все условия, получаем: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

№6



Решение

а) 1) Т.к. по условию окружности имеют равные радиусы, то дуги, являющиеся пересечением данных окружностей равны.

2) Значит $\angle ACB = \angle ADB$ как вписанные, опирающиеся на равные дуги, т.е. $\angle ACB = \angle ADB = 45°$.

3) $\triangle ACB$ – прямоугольный, равнобедренный, тогда $AC = AB$.

4) $F \in AD$, т.к. $\triangle FBD$ – прямоугольный, равнобедренный и $\angle ADB = 45°$, значит единственный возможный вариант, если $F \in AD$.

5) Проведём CF. В $\triangle FBD$, $\angle BFD = 45°$ и $\angle ACB = 45°$, значит они опираются на одну и ту же дугу, следовательно F лежит на окружности.

6) $\angle CBF = 90°$, значит $CF = d = 10$ см.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) 1) Если $DC = 6$, то в $\triangle CFB$ - прямоугольная, по теореме Пифагора $FB = 8$.

2) В $\triangle FBD$ - равнобедренный, значит $FB = BD = 8$. В $\triangle CAD$ - прямоугольная по теореме Пифагора, зная $CD = 14$, то $AC = AD = 7\sqrt{2}$.

3) В $\triangle FDB$ по теореме Пифагора $FD = 8\sqrt{2}$, значит $AF = FD - AD = \sqrt{2}$

4) $S_{\triangle ACF} = \frac{AC \cdot AF}{2}$, т.к. $\triangle ACF$ - прямоугольный ($F \in AD$, $\angle CAD = 90°$), тогда $S_{\triangle ACF} = \frac{7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 7$

Ответ: $CF = 10$; $S_{\triangle ACF} = 7$.

№ 7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) ~~Построим перв~~ Рассмотрим первое уравнение:

Будем рассматривать случаи (т.е. раскрывать модуль по определению):

1) $\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \\ y = 12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \leq 0 \\ x = -6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-\cancel{6x}\,{6-x} \leq 0 \\ y-6+x \geq 0 \\ x = 6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y-6-x \leq 0 \\ y-6+x \leq 0 \\ y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq 6+x \\ y \geq 6-x \\ y = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 6+x \\ y \leq 6-x \\ x = -6 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq 6+x \\ y \geq 6-x \\ x = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq 6+x \\ y \leq 6-x \\ y = 0 \end{cases}$

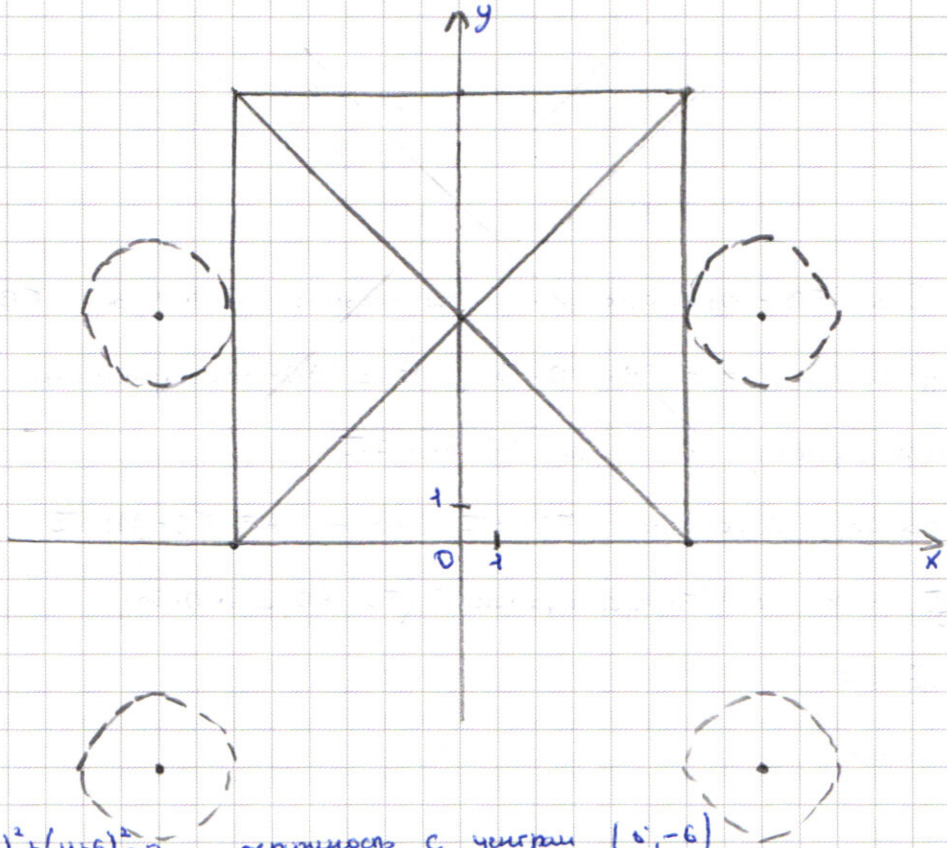
После построение у нас получился квадрат

2) Рассмотрим (2): $(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a$ (также рассмотрим случаи, т.е. будем раскрывать модуль по определению)

№ 1. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$, $\Rightarrow$ это окружность. С центром в точке $(8;6)$ и $R = \sqrt{|a|}$

2. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$



№2. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-8)^2+(y+6)^2=a \end{cases}$ — окружность с центром $(8;-6)$

№3. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (x+8)^2+(y-6)^2=a \end{cases}$ — окружность с центром $(-8;6)$

№4. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+8)^2+(y+6)^2=a \end{cases}$ — окружность с центром $(-8;-6)$

1) Первый случай, если окружности под №1, №3 касаются квадрата. Тогда $|a|=4$
$a=\pm 4$

2) Это и будет единственный случай, т.к. $|a| \leq 6$. Случай, если нижние окружности пересекают квадрат каждая в одной точке не подходит, т.к. не выполняются условия под №2, №4 — соответственно для каждой окружности.
(подразумевали круг)

~~Ответ $a=\pm 4$.~~ Также никакая окружность не может содержать в себе квадрат, т.к. не выполняются пункты прописанные ранее.

Ответ: $a=\pm 4$.

Q

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

1) Посчитаем кол-во способов расставить 2 числа на 8 свободных мест:

$C_2^8 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$ способов (допустим сначала мы расставляем 2-ки)

Тогда осталось расставить одну семёрку, две пятёрки на 6 свободных мест:

$C_2^6 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$ способов (расставили две пятёрки)

$C_1^4 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$ способа (расставить семёрку на одно из 4-х свободных мест). На оставшиеся места поставим единицы, т.к. они не влияют на произведение.

Значит общее кол-во способов: $K = C_2^8 \cdot C_2^6 \cdot C_1^4 = 28 \cdot 15 \cdot 4 = 1680$ способов.

2) Рассмотрим другую комбинацию чисел: $4, 5^2, 7$.

Расставим сначала две пятёрки на 8 свободных мест:

$C_2^8 = 28$ способов. Затем расставим 4 на одно из 6 свободных мест:

$C_1^6 = \frac{6!}{5! \cdot 1!} = 6$ способов. И наконец расставим 7 на одно из свободных 5 мест

$C_1^5 = 5$ способов. На оставшиеся места поставим единицы, т.к. они не влияют на произведение. $m = C_2^8 + C_1^6 + C_1^5 = 28 \cdot 6 \cdot 5 = 840$ способов.

Другие комбинации чисел не будем рассматривать, т.к. при их перемножении мы получим двузначные числа.

Всего способов: $840 + 1680 = 2520$ способов

Ответ: 2520 способов.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$700 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 7\cdot 5\cdot 1$

1) $C_6^8 = \frac{8!}{6!\cdot 2!} = \frac{7\cdot 8}{2} = 28$

2) $C_5^8 = \frac{8!}{5!\cdot 3!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3} = 56$

1) $2\cdot 2\cdot 5\cdot 7\cdot 5\cdot 1$ $\quad 700 = 2^2\cdot 5^2\cdot 7$

$4\cdot 3\cdot 2$ C

N 4

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

1) $x \geq 2$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$

$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

2) $x \leq 2$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$

$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \mid x-1$

$2x^4 - 2x^3 \quad\quad 2x^3 + 5x^2 - 4$

$5x^3 - 5x^2$

$5x^3 - 5x^2$

$-4x + 4$

$-4x + 4$

0

$(x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$

$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$

$-2 \quad \frac{1-\sqrt{17}}{4} \quad 1 \quad \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$2(x^4 - 2x^3 + x^2) + x^3 + 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$2x^2(x-1)^2 + (x^2 + 4x + 4) + x^3 + 4x^2 \geq 0$

$2x^2(x-1)^2 + (x+2)^2 + x^2(x+4) \geq 0$

$2 - 3 + 7 - 4 + 4$

$32 - 24 + 28 - 8 + 4$

$256\cdot 2 - 3\cdot 64 + 7\cdot 16 - 4\cdot 16 + 4$

$-\frac{1-4}{4} = -\frac{5}{4}$

$2 + 3 - 5 - 4 + 4$

$D = 1 + 16 = 17$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

$x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$

$2x^3 + 4x^2 + x^2 - 4$

$2x^2(x+2) + (x-2)(x+2)$

$D = 1 + 16$

$\left(-\infty; -2\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 1\right]$

$\frac{1-4}{4} = -\frac{3}{4}$

$16 - 1$

$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

40, 9, 360, 4, 1440, 21, 1521

$1521 \mid 9$, 169

$20 \cdot 30 = 840$

$1680 + 840 = 2520$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N 2

$S = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$

1000

$b_1, b_1q, \overbrace{b_1q^2, b_1q^3, b_1q^4, b_1q^5}^{q^3}$

$\overbrace{b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3}^{q^2}$

$S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

$S_1 = \frac{50b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^3-1}$

$\frac{10b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = b_1(q^{3000}-1)\frac{(50q^2+1+q)}{q^3-1}$

$S_1 = \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

$S = \frac{2b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

$\frac{10}{q-1} = \frac{50q^2+1+q}{q^3-1}$

$\frac{S_1}{S} = \frac{2q(q-1)}{q^2-1} = \frac{q}{q+1}$

$(q^2+1+q)10 = 50q^2+1+q$

$10q^2+10q+10 = 50q^2+1+q$

$40q^2-9q-9=0$

$D = 81+1440 = 1521$

$q = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{24}{40} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0,6$

$D = 100-96 = 4$

$x_1 = \frac{-10+2}{2} = -4$

$x_2 = -6$

N 3

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$

ОДЗ: $x^3-4x+80 \geq 0$

$x(x^2-2x+1) + 2x^2-3x+80 \geq 0$

$2x^2-4x+2 + x+78 \geq 0$

$x(x-1)^2 + 2(x-1)^2 + x + 78 \geq 0$

$x(x-2)(x+2)+80 \geq 0$

$(x^3-x) - x(x^2-4+4)$

$-125+20$

$64-$

$-512+32+80$

$-216+24+80$

$-64+16$

$-125+20+80$

N 7

$\begin{cases} |y-6x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 \end{cases}$

N 1

$700 = 2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7\cdot1$

1) $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7\cdot1\cdot1\cdot1$

$-216+24+80$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$\left(\frac{x^2}{2}+18+6x\right)\left(x^3-4x+80\right)=x^4+100x^2+576+20x^3+48x^2+480x$

$16x^3$

$\frac{x^5}{2}-2x^3+40x^2+18x^3-72x+144+6x^4-24x+480x=x^4+100x^2+576+20x^3+48x^2+480x$

$\frac{x^5}{2}-4x^3+5x^4-12x^2-108x^2-96x-432=0$

$x^5+10x^4-8x^3-216x^2-192x-864=0$

$x^3\left(x^2+10x-8\right)-$

$-8x^3-192x-864$

$-8\left(x^3+24x+108\right)$

$x^5+10x^4-8x^3-216x^2-192x-864 \mid x+2$

$192+864-192-864=0$

$-32+160+64-864+864+768=$

$x^5+10x^4-8x^3-216x^2-192x-864 \mid x+2$

x^5+2x^4 $x^4+8x^3+8x^2-232x+262$

$8x^4-8x^3$

$8x^4-16x^3$

$8x^3-216x^2$

$8x^3+16x^2$

$-232x^2-192x$

$-232x^2-464x$

$262x-864$

$(x+5)^2-1$

$-64+16+80$

$x^5+10x^4-8x^3-216x^2-192x-864=0$

№3

$x_B=-\frac{10}{2}=-5$

$y_B=25-50+24=-1$

$-32+160+64-864+384-864$

$x^2+10x+24$

$576-144=432$; $6\cdot 18=144$; $72+24=96$; $96\cdot 2=192$; $432\cdot 2=864$

-60, -48

$216:2=108$, $108:2=54$

$2^2\cdot 3^3\cdot 2$; $2^3\cdot 3^3$

$192:2=96$, $96:8=12$; $192:16=12$

$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2^2\cdot3$; $2^6\cdot 3$

$192:8=24$

$864:16=54$

$2^4\cdot 54=864$

$2^2\cdot 54=216$

$27\cdot 6=162$

$160+32=192$

$192\cdot 4=768$

$216\cdot 4=864$

$768+32=800$; $800+160=960$; $960+768=1728$

$864\cdot 2=1728$

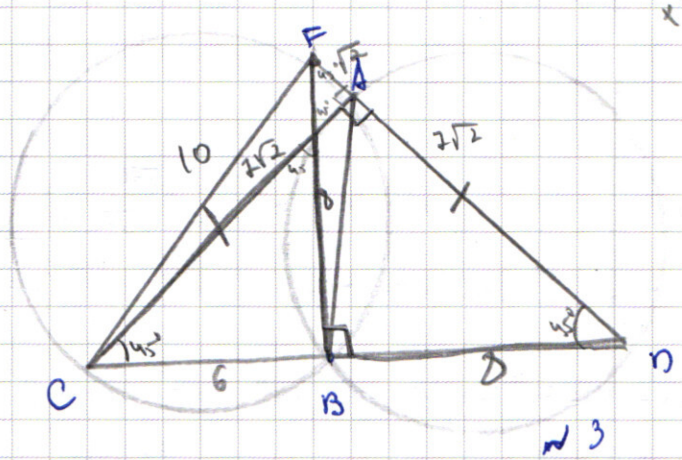
$232\cdot 2=464$

$192\cdot 2=384$; $216\cdot 4=864$

$464-192=262$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$196 = 2x^2$

$x^2 =$

$196 | 2$, $98 | 2$, 49

$100 - 98 = 2$

$\frac{7 \cdot 2}{2} = 7$

№ 3

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$

$(x+4)(x+6)$

$D = 100 - 96 = 4$

$x_1 = \frac{-10+2}{2} = -4$

$x_2 = \frac{-10-2}{2} = -6$

$x^3 - 4x + 80 \geq 0$

$x > -5$

$\frac{\sqrt{2}x}{2}$

$3\sqrt{2} \cdot \sqrt{80} = 24$

$\cancel{\sqrt{160} = 8}$

$x^3 - 4x = -80$

$\cancel{x(x^2-4) = -80}$

$(x^3 + 64) - 4x + 16$

$(x+4)(x^2 - 4x + 16) - 4(x-4)$

$(x^3 - 64)$

$\frac{1}{2}x = 3\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$

1) $x = -6$ — $\varnothing$

2) $\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x + 4$

$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}x + 4\sqrt{2}$

$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 32 + 16x$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \mid x - 4$

$x^3 - 4x^2 \qquad x^2 + 2x - 12$

$2x^2 - 20x \qquad -12x + 48$

$64 - 32 - 80 + 48$

$x^3 - 4x + 80 \geq 0$

$1 - 2 - 20 + 48$

$8 - 8 - 40 + 48$

$\cancel{-8 - 8 + 8 \; 40 +}$

$64 \cdot 8 - 2 \cdot 64 - 20 \cdot 8 + 48$

$64 \cdot 6 - 20 \cdot 8 + 48$

-5

$\cancel{-125 + 20 + 80}$

$-64 + 16$

$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{52}}{2}$

$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{52}}{2}$

$D = 4 + 48 = 52$

$72 | 4$, 18

$\cancel{80 - 27 = 53}$

$80 - 64 = 16$

$-216 +$

$216 \cdot 24$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N7

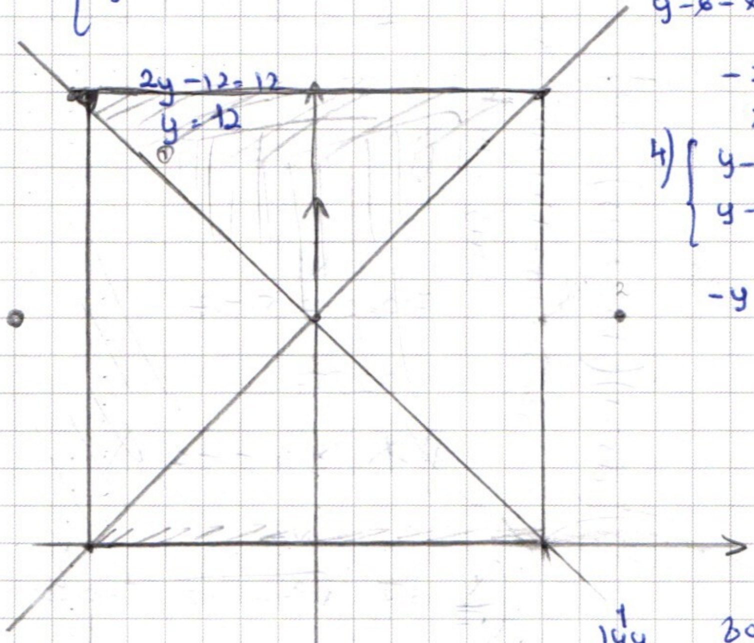
$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \quad (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 \end{cases}$$

1) $|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

$$\begin{cases} y-6-x \geq 0 & y \geq 6+x \\ y-6+x \geq 0 & y \geq 6-x \end{cases}$$

$2y-12=12$

$y=12$



$x(x^2-4)+80$ ~~$-1-3$~~

$(-1-\sqrt{13})(1+13+2\sqrt{13}-4)+80$

2) $\begin{cases} y-6-x \geq 0 & y \geq 6+x \\ y-6+x \leq 0 & y \leq 6-x \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-6-x \leq 0 & y \leq 6+x \\ y-6+x \geq 0 & y \geq 6-x \end{cases}$

$y-\cancel{6}-x-y+\cancel{6}-x=12$ $-y+6+x+y-6+x=12$

$-2x=12$ $x=6$

$x=-6$

4) $\begin{cases} y-6-x \leq 0 & y \leq 6+x \\ y-6+x \leq 0 & y \leq 6-x \end{cases}$

$-y+6+\cancel{x}-y+6-\cancel{x}=12$

$-2y=0$

$y=0$

$196 + 36 = 232$

② $(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=9$

1) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

$(x-8)^2+(y-6)^2=9$ $(x+8)^2+(y+6)^2$

$144 \cdot 13 = 432, 144 → 1872$

$80 - 36 = 44$

36

$64-16+80$

-36

1) $\sqrt{|a|}=2$

$|a|=4$

$a=\pm 4$

$-10-12\sqrt{13}-26+80$

$-12\sqrt{13}+44$

$44 \cdot 44 = 176, 176 → 1936$

2) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

$(x-8)^2+(y+6)^2=9$

$18 \cdot 18 = 144, 18 → 324$

$324+196=520$

2) $\sqrt{|a|}=\sqrt{40}$

$a=\pm\sqrt{40}$

$52 : 4 = 13$, -4, 12

3) $\begin{cases} ~~x \leq 2~~ \; x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$(x+8)^2+(y-6)^2=9$

$4 \cdot 26 \cdot 60 \; 1080$

3

C

$(x_8+91+\frac{7}{7}x)7$

$-(1+\sqrt{13})(10+2\sqrt{13})+80$

$\frac{-2+2\sqrt{13}}{2}$

$-(10+2\sqrt{13}+10\sqrt{13}+26)+80$

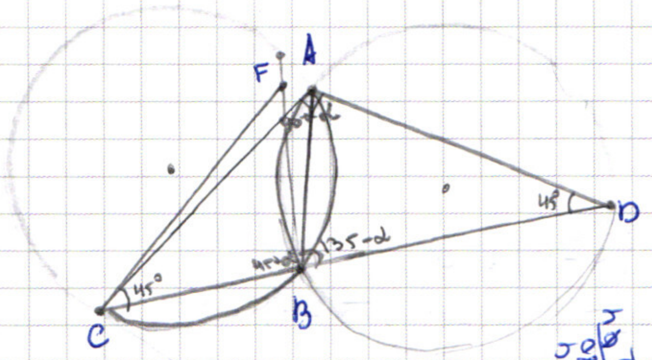
916

$-\sqrt{1872}+\sqrt{1936}$

$08+hz+917-$

N6

r=5

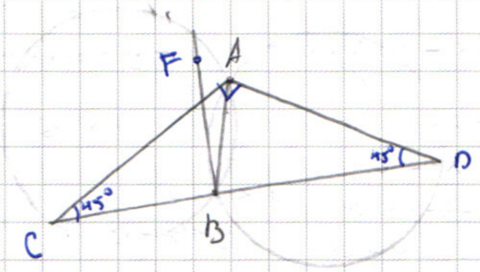


$180-45^\circ-90+\alpha$ $\quad$ $180-45-\alpha$

$20\sqrt{13}-124$

400

r=5



N5

N6

$(\sqrt{13}-1)(18-2\sqrt{13})-80$

$18\sqrt{13}-26-18+2\sqrt{13}-80$

$20\sqrt{13}-44-80$

N1

$700=2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot1\cdot1\cdot7\cdot1$

8 7 6 5 4 3 2 1

$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

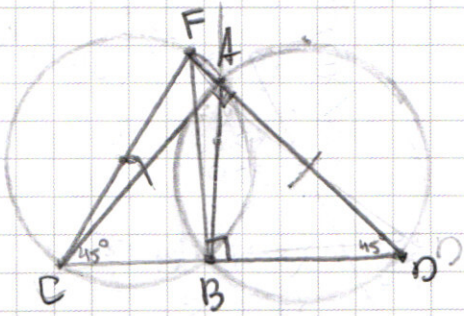
N6

N1

$700=2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$

22557111

1) ~~4~~ 2 4,5,5,7,1



N2

$$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

$x^3-4x+80\geq0$

$x^3-4(x-20)\geq0$

$(x^3-20x^2)-4(x-20)+20x^2$

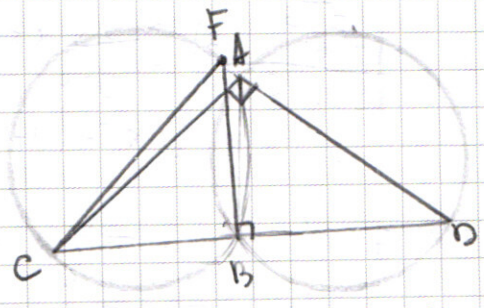
$x^2(20x-20)-4(x-20)+20x^2$

$(x-20)(x^2-4)+20x^2\geq0$

$\cancel{x^3-2x}$

$x(x^2+4)-80$

$(\sqrt{13}-1)(13+1-2\sqrt{13}+4)-80$



$(-1+\sqrt{13})(13+1-2\sqrt{13}-4)+80$

$-2\sqrt{13}+70$

$(\sqrt{13}-1)(-3-\sqrt{13})+80$

$-3\sqrt{13}-13+3+\sqrt{13}+20$