МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФ[

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1; 2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2; -4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16, \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

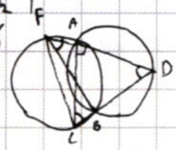
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

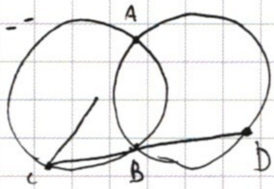
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

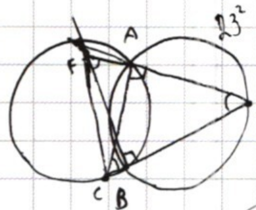
$1.\ 4900 = 100 \cdot 7 \cdot 7 = 2 \cdot 2 | 5 | 5 | 7 | 7$

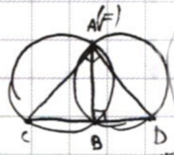
$S_{3000} = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q^n - 1}$ $\quad b_3 = b_1 \cdot q^2$

$b_3; b_6; b_9 \ldots$ $\quad n_3 = \frac{n}{3}$









$S + 39\left(b_3 \cdot \frac{q^{3n}-1}{q^{3n}-1}\right) = 5S;$ $\quad 39 b_3 \cdot \frac{q^3-1}{q^{3n}-1} = 4 \cdot b_1 \cdot \frac{q^n-1}{q^n-1}$

$39 q^2 \cdot \frac{q^2+q+1}{q^{2n}+q^n+1} = 4;$

$S + 39(b_3 \cdot q$ $\quad 4y^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$

$2\ 4\ 8\ 16\ 32 \quad S = 2 \cdot \frac{q^5-1}{q-1} = 2 \cdot (32-1) = 2 \cdot 31 = 62$ $\quad b_{n+3} = b_n \cdot q^3$

$62 \quad q = 2$

$S_3 = b_3 \cdot \frac{(q^3)^{\frac{n}{3}} - 1}{q^3 - 1}$ $\quad \frac{q_3^{n_3}-1}{q_3-1} = b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{(q^3)^{\frac{n}{3}}-1}{q^3-1}$ $\quad S = b_1 \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$

$S + 39 S_3 = 5S; \quad 39 S_3 = 4S;$ $\quad 39 \cdot \frac{q^n-1}{q^3-1} \cdot b_1 q^2 = 4 \cdot b_1 \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$

$\frac{q^3-1}{q^2(q-1)} = \frac{39}{4}; \quad \frac{q^2+q+1}{q^2} = \frac{39}{4}; \quad \frac{q+1}{q^2} = \frac{35}{4}; \quad q \cdot \frac{q}{q+1} = \frac{4}{35}$

$1, 2, 5, 7, 4$ $\quad +3 \quad \boxed{\frac{221}{411}}$

$S + 2S_2 = kS; \quad 2S_2 = S(k-1); \quad k-1 = \frac{2S_2}{S} = \frac{2 \cdot b_2 \cdot \frac{q_2^{n_2}-1}{q_2-1}}{b_1 \cdot \frac{q^n-1}{q-1}} = \frac{2q \cdot (q-1)}{q^2-1} = \frac{2q}{q+1} = \frac{8}{35q} =$

$35q^2 = 4q + 4; \quad = \frac{8 \cdot 5}{35 \cdot 2} = \frac{4}{7}.$

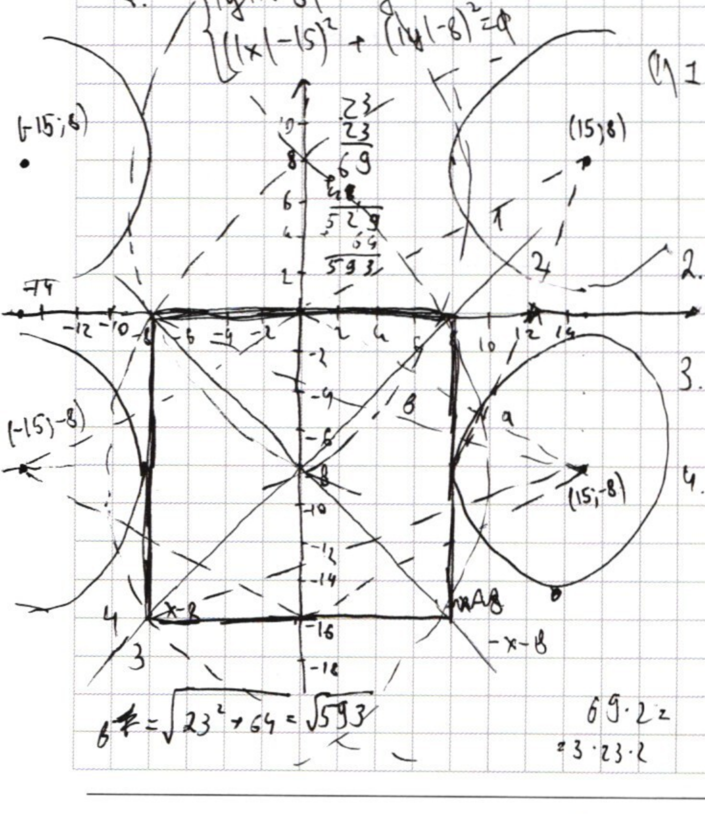
$35q^2 - 4q - 4 = 0$

$\frac{D}{4} = 4 + 140 = 144 = 12^2$

$q_{1,2} = \frac{2 \pm 12}{35}$ $\quad 169 - 25 = 144$

$q = \frac{2}{5}$

$7. \begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$



$1.\ \begin{cases} y + x + 8 \geq 0 \\ y - x + 8 \geq 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$

$2.\ \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$

$3.\ \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$

$4.\ \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$

$360 \cdot 7 = 2520$ $\quad 23 \cdot 23 = 69$ $\quad 169 \cdot 4 = 676$ $\quad 289 \cdot 2 = 578$ $\quad 676 - 578 = 98$ $\quad 529 + 64 = 593$

$1.\ 2y = 0; \quad y = 0$

$2.\ 2x = 16; \quad x = 8$

$3.\ -2y = 32; \quad y = -16$

$4.\ -2x = 16; \quad x = -8$

$a = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$

$(y_1 - 8)^2 + 49 = 289$

$(y_1 - 8)^2 = 240$

$y_1 = \pm\sqrt{240} = \pm 4\sqrt{15}$ $\quad 15^2 \leq 16^2$

$y_1 - 8 = \pm 4\sqrt{15} \quad y_1 = 8 \pm 4\sqrt{15}$

$4(2-\sqrt{15})^2$

$\sqrt{23^2 + 64} = \sqrt{593}$ $\quad 69 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 23 \cdot 2$

$(x_2 - 15)^2 = 23^2$

$x_2 = 15 \pm 23 = \begin{cases} -8 \\ 38 \end{cases}$ $\quad -15 \pm 23 = \begin{cases} 8 \\ -38 \end{cases}$

$(0-8)^2 + (x_2 - 15)^2 = 593$

$(x_3 - 15)^2 = 593; \quad (x_3 + 15)^2 = 817$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№2 Заметим, что последовательности $(b_3; b_6; \dots b_{3000})$ и $(b_2; b_4; b_6 \dots b_{3000})$ являются геометрическими прогрессиями: $b_{n+3} = b_{n+2} \cdot q = b_{n+1} \cdot q^2 = b_n \cdot q^3$; $b_{n+2} = b_{n+1} \cdot q = b_{n+2} \cdot q^2$, q^3 и q^2 - константы (q - знаменатель исходной прогрессии). Обозначим S_3 и S_2 - суммы этих прогрессий соответственно. Тогда: $\begin{cases} S + 39S_3 = 5S \ (1) \\ S + 2S_2 = kS \ (2) \end{cases}$ где k - во сколько раз увеличится сумма во 2-ом случае.

$S = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$; $S_3 = b_3 \cdot \frac{(q^3)^{n_3} - 1}{q^3 - 1}$; $S_2 = b_2 \cdot \frac{(q^2)^{n_2} - 1}{q^2 - 1}$, где n_3 и n_2 - кол-во членов последовательностей $(b_3; b_6; \dots b_{3000})$ и $(b_2; b_4 \dots b_{3000})$ соответственно. $n_3 = \frac{n}{3}$, $n_2 = \frac{n}{2}$, т.к. в каждом наборе 3-ёх последовательных элементов $(b_{3k+1}; b_{3k+2}; b_{3k+3})$, где $k \in \{0; 1 \dots 999\}$ есть ровно один член с номером, кратным 3 (b_{3k+3}), а совокупность всех таких наборов для указанных k составляет исходную прогрессию. (аналогично для наборов $(b_{2m+1}; b_{2m+2})$, $m \in \{0; 1; \dots 1499\}$).

(1) $39S_3 = 4S$; $39 \cdot b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1}{q^3 - 1} = 4 \cdot b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$; $\frac{39q^2}{q^2 + q + 1} = 4$; $39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$;

$35q^2 - 4q - 4 = 0$. $\frac{D}{4} = 4 + 140 = 144$. $\left[\begin{array}{l} q = \frac{2+12}{35} \\ q = \frac{2-12}{35} \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} q = \frac{2}{5} \\ q = -\frac{2}{7} \end{array}\right.$.

При $q < 0$ все члены исходной прогрессии не могут быть положительны: пусть $b_i > 0$, тогда $b_{i+1} = b_i \cdot q < 0$, значит $q > 0$; $q = \frac{2}{5}$.

(2) $2S_2 = S(k-1)$; $k = \frac{2S_2}{S} + 1 = \frac{2 \cdot b_1 q \cdot \frac{(q^2)^{\frac{n}{2}} - 1}{q^2 - 1}}{b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} + 1 = \frac{2q(q-1)}{q^2 - 1} + 1 = \frac{2q}{q+1} + 1 = \frac{2 \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + 1} + 1 =$

$= \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 7} + 1 = \frac{11}{7}$.

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раза.

№6. Дано:

а)

окр.1$(O_1, r_1 = 13)$, окр.2$(O_2, r_2 = 13)$

$B \in CD$, $\angle CAD = 90°$, $FBD \perp CD$, $BF = BD$

б) $BC = 10$

Найти:

а) CF

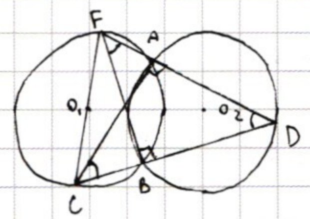
б) S_{ACF}

☐ черновик ☑ чистовик Страница №1

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение:



а) $FB=BD \Rightarrow \triangle FBD$ равнобедренный, $\angle BFD = \angle FDB = \frac{180^\circ-90^\circ}{2} = 45^\circ$.

$\angle ACD = 180^\circ - \angle CAD - \angle FDC = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle BFA \Rightarrow \overset{\frown}{AB}$ (окр.(O_1)) $= 45^\circ \cdot 2 = 90^\circ$

Пусть $BF \cap$ окр1 $= F' \Rightarrow \angle BF'A = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB} = 45^\circ = \angle BFA$.

$\angle BFA$ и $\angle BF'A$ — соответственные при прямых FA и $F'A$ и секущей FF'

$\angle BFA = \angle BF'A \Rightarrow \left[\begin{array}{l} AF \parallel AF' \text{ — невозможно, т.к. } A \text{ — их общая точка} \\ AF = AF' \text{ (совпадают)} \end{array}\right.$ $\Rightarrow AF$ и AF' совпадают, $F=F'$,

т.е. $F \in$ окр.1 $\Rightarrow \angle FAC = 180^\circ - \angle CAD = 90^\circ$ — вписан в окр.1 $\Rightarrow FC$ диаметр окр 1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow CF = 2r_1 = 26$.

б) По т. Пифагора: $FB = \sqrt{FC^2 - BC^2} = \sqrt{169\cdot 4 - 100} = 24$ ($12\cdot 2 = 24$); $BD = FB = 24$; $CD = 24 + 10 = 34$

~~$FD = \sqrt{FB^2+BD^2} = \sqrt{2FB^2} = \sqrt{2\cdot 69} = \sqrt{138}$~~

$\angle ACD = \angle ADC \Rightarrow \triangle CAD$ равнобедренный, $AC = AD$.

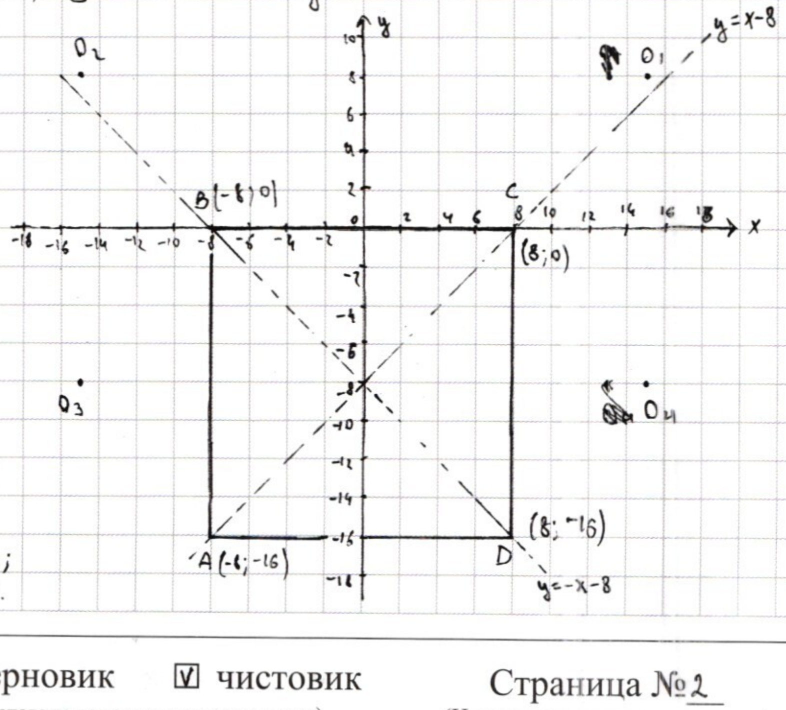
По т. Пифагора: $2AC^2 = CD^2$; $AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$.

По т. Пифагора $AF = \sqrt{CF^2 - AC^2} = \sqrt{169\cdot 4 - 289\cdot 2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC\cdot AF = \frac{1}{2}\cdot 17\sqrt{2}\cdot 7\sqrt{2} = 17\cdot 7 = 119$.

Ответ: а) $CF = 26$, б) $S_{ACF} = 119$ кв.ед.

№7 $\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 & (1) \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9 & (2) \end{cases}$



(1) 1. $\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$

$y+x+8+y-x+8 = 16$; $2y = 0$; $y = 0$.

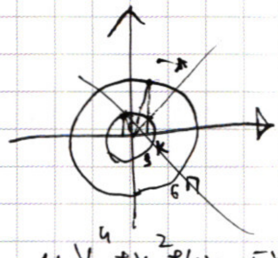
2. $\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$;

$y+x+8-y+x-8 = 16$; $2x = 16$; $x = 8$.

3. $\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$;

$-y-x-8+y-x+8 = 16$; $-2x = 16$; $x = -8$.

4. $\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$; $-y-x-8-y+x-8 = 16$; $-2y = 32$; $y = -16$.



$V_k = 2,5 V_n$

$y = kx$

$y_1^2 = k^2 x_1^2$

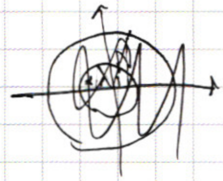
$y_2^2 = k^2 x_2^2$

$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

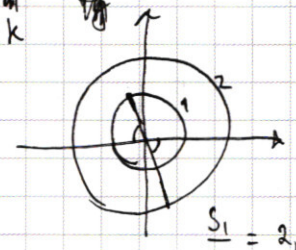
$\frac{\alpha}{2\pi} \cdot 2\pi r_1 = \alpha r_1$

$\frac{\alpha}{2\pi} \cdot 2\pi r_2 = \alpha r_2$

$= \frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1}{r_2}$



$tg\,\alpha = -2\sqrt{2}$



$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$

1) $x \geq -2$

$4x(x^3+1) + x^2 + 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0;$

$\cancel{4x(x+1)(x^2+x+1) + 5x^3 - 9x^2 + 4}$

$4x^4 + 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$-1: \quad 4 - 5 - 9 - 4 + 4 = -10$

$1: \quad 4 + 5 - 9 + 4 + 4 = 8$

216 -

$\frac{S_1}{S_2} = 2,5$

$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40;$

$64 \cdot 6 = 384$ $\quad 49 \cdot 7 = 363$ $\quad 64 \cdot 7 = 8$

$\frac{\alpha_1 r_1}{\alpha_2 r_2} = 2,5$

$64 - 64 \cdot 4 + 200 = 256$

$\frac{D}{4} = 9 + 40$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{1} = 4; -10$ $\quad x(x^2 - 64)$

363 -

$\begin{cases} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5 \\ \sin \end{cases}$

~~1000~~

$\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(x + \frac{5}{4}\right)\sqrt{}$

$\frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{4}$

$arctg(-2) + \frac{\pi}{4}$

$\sin 2\alpha = -\frac{1}{3}$

$\cos 2\alpha =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2) Заметим, что график уравнения $(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a$ есть часть графика уравнения $(x-15)^2+(y-8)^2=a$, расположенная в первой четверти и отражённая во 2-ую, 3-ю и 4-ую четверти относительно оси ординат, начала координат и оси абсцисс соответственно.

$(x-15)^2+(y-8)^2=a$ – окружность ($O_1(15;8)$, $r=\sqrt{a}$)(при $a>0$), точка $(15;8)$ при $a=0$ $\Rightarrow$ центры остальных окружностей – точки $O_2(-15;8)$, $O_3(-15;-8)$, $O_4(15;-8)$.

Т.к. часть графика исходного уравнения, совпадающая с частью графика уравнения $(x-15)^2+(y-8)^2=a$ находится в первой четверти, а её пересечения с осью абсцисс совпадают с пересечениями окр.4 с осью абсцисс (т.к. им должны соответствовать некоторые точки окр.4, симметричные им относительно самой оси абсцисс, то есть сами эти пересечения) и часть графика, совпадающая с окр.2 находится во 2-ой четверти и её пересечения с осью абсцисс совпадают с пересечениями окр.3 (аналогично), а график уравнения (1) находится в 3-ей и 4-ой четвертях, то окр.1 и окр.2 не изменят кол-ва пересечений с графиком уравнения (1), а значит и количества корней системы, если эти окружности не учитывать.

$AD \parallel Ox$, $BC \parallel Ox$, $AB \parallel Oy$, $CD \parallel Oy$ $\Rightarrow$ $ABCD$ – прямоугольник.

$BC=\sqrt{(8+8)^2+(0-0)^2}=16$; $AB=\sqrt{(-8+8)^2+(0-16-0)^2}=16=BC \Rightarrow ABCD$ – квадрат.

$\rho(O_3;AB)=\rho(O_3(-15;-8);x=-8)=\overset{|-15-(-8)|=7}{7}$, $\rho(O_4;CD)=\rho(O_4(15;-8);x=8)=|15-8|=7 \Rightarrow$ при $r<7$ общих точек нет, $r=7$ – 2 общие точки (касания). при $r>7$ (но не при любом $r>7$) окр.3 будет пересекать отр. AB, а окр.4 – отр. CD (т.е. всего будет ровно 4) до $r\le r_{0}$, где r_0 – наименьший радиусов, при которых достигаются касания окр.4 прямой AB, окр.3 прямой CD, и отрезков O_4C, O_4D, O_3B, O_3A. (общие точки (они не совпадут в силу того, что $AB\parallel CD$.)

$O_4C=O_4D=O_3A=O_3B=\sqrt{7^2+8^2}\overset{<23}{}$, $\rho(O_3;CD)=\rho(O_4;AB)=23 \Rightarrow r_{01}=\sqrt{113}$.

Далее при увеличении r каждая из окр.3 и окр. пересекает BC и AD в одной точке каждую (так как "парная" к этим точкам для окр.4 будут правее O_4, для окр.3 левее O_3, т.е. не попадут на отрезки BC и AD), и будет 4 общие точки, кроме случая (случаев), когда какие-то точки будут совпадать, т.е. будут лежать на обеих окружностях, а значит равноудалены от O_4 и O_3 – на серединном перпендикуляре к O_3O_4. $y_{O_3}=y_{O_4} \Rightarrow O_3O_4 \parallel Ox$, $\rho(O_4;Oy)=\rho(O_3;Oy)=15$, $Oy\perp Ox \Rightarrow O_3O_4\perp Oy$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Oy – серединный перпендикуляр O_3O_4.

$\rho(O_4;(0;0))=\rho(O_4;(0;-16))=\rho(O_3;(0;0))=\rho(O_3(0;-16))=\sqrt{64+\underset{225}{}}=17 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ пересечения окр.4 и окр.3 с BC и окр.4 и окр.3 с AD совпадут при одинаковых значениях r и общих точек будет 2.

$\rho(O_4;B)=\rho(O_4;A)=\rho(O_3;C)=\rho(O_3;D)=\sqrt{23^2+8^2} \Rightarrow$ при $r>\sqrt{23^2+8^2}$ общих точек нет.

$\left[\begin{array}{l} r=7 \\ r=17 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} \sqrt{a}=7 \\ \sqrt{a}=17 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} a=49 \\ a=289 \end{array}\right.$.

Ответ: 49; 289.

№1 $4900=2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7$.

Т.к. $5\cdot2$, $5\cdot7$, $7\cdot2$, $5\cdot5$, $7\cdot7$ >9, то в числе обязаны присутствовать 2 цифры 5 и 2 цифры 7. 4 можно набрать 2-умя способами: 1;1;2;2 и 1;1;1;4.

1.) 1;1;2;2;5;5;7;7.

$\frac{8!}{2\cdot2\cdot2\cdot2}=3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7=2520$

2.) 1;1;1;4;5;5;7;7.

$\frac{8!}{6\cdot1\cdot2\cdot2}=2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot8=1680$

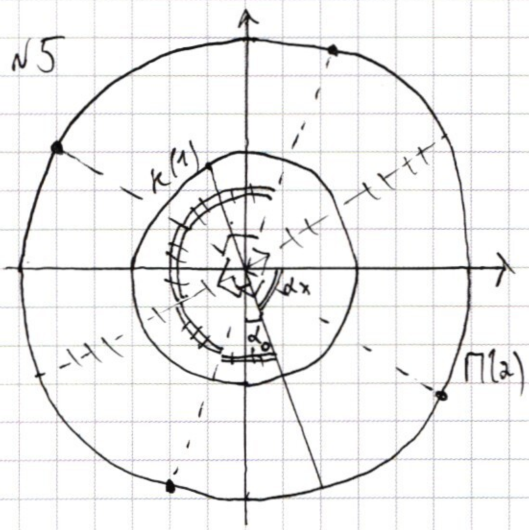
$2520+1680=3200$.

Ответ: 3200.

№8.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



$r_1 = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$;

$r_2 = \sqrt{2^2 + (4\sqrt{2})^2} = 6$.

В каждый момент времени $\frac{S_1}{S_2} = \frac{V_1 t}{V_2 t} = \frac{V_1}{V_2} = 2,5$;

$S_1 = \alpha_1 r_1$, $S_2 = \alpha_2 r_2$ - α_1, α_2 - углы поворота каждой рыбы (в радианах)

$\frac{\alpha_1 r_1}{\alpha_2 r_2} = 2,5$; $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$;

$\begin{cases} \alpha_1 + \pi + 2\pi k = \alpha_2, k \in N \\ \alpha_1 = 5\alpha_2 \end{cases}$; $\begin{cases} 5\alpha_2 + \pi + 2\pi k = \alpha_2, k \in N \\ \alpha_1 = 5\alpha_2 \end{cases}$; $\begin{cases} 4\alpha_2 = -\pi + 2\pi k, k \in N (1) \\ \alpha_1 = 5\alpha_2 \end{cases}$; $(1) \alpha_2 = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in N$.

$\alpha_0 = \operatorname{arctg} -2$; $\sin \alpha_0 = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin \alpha_x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos \alpha_x = \frac{1}{3}$

$\sin\left(\alpha_x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}+1}{3} =$

$\cos\left(\alpha_x + \frac{\pi}{4}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА