

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\varphi = \varphi_1 + \omega_0 \cdot t$$

$$\varphi = \varphi_2 + 5\omega_0 \cdot t \quad ; \quad \omega_0 = \frac{\alpha}{t}$$

$$\varphi_1 + \alpha = \varphi_2 + 5\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{4} ; \text{ так как } \varphi_1 = \beta ;$$

$$\varphi_2 = \alpha + 180 = \beta - 180, \text{ то } \alpha = \frac{180}{4} = 45 \Rightarrow$$

через ~~каждые~~ 45° они брасающие будет минималь-
ными

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 45^\circ}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{4}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{4}}{2}} = \\ &= \frac{\frac{2\sqrt{4} + \sqrt{2}}{2}}{2 - \sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{4} + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{4}} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 90^\circ) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 135^\circ) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha \text{ (через } 90^\circ) \text{ затем}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 225^\circ) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 270^\circ) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 315^\circ) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 360^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$$

заблм между ними $360^\circ \Rightarrow$

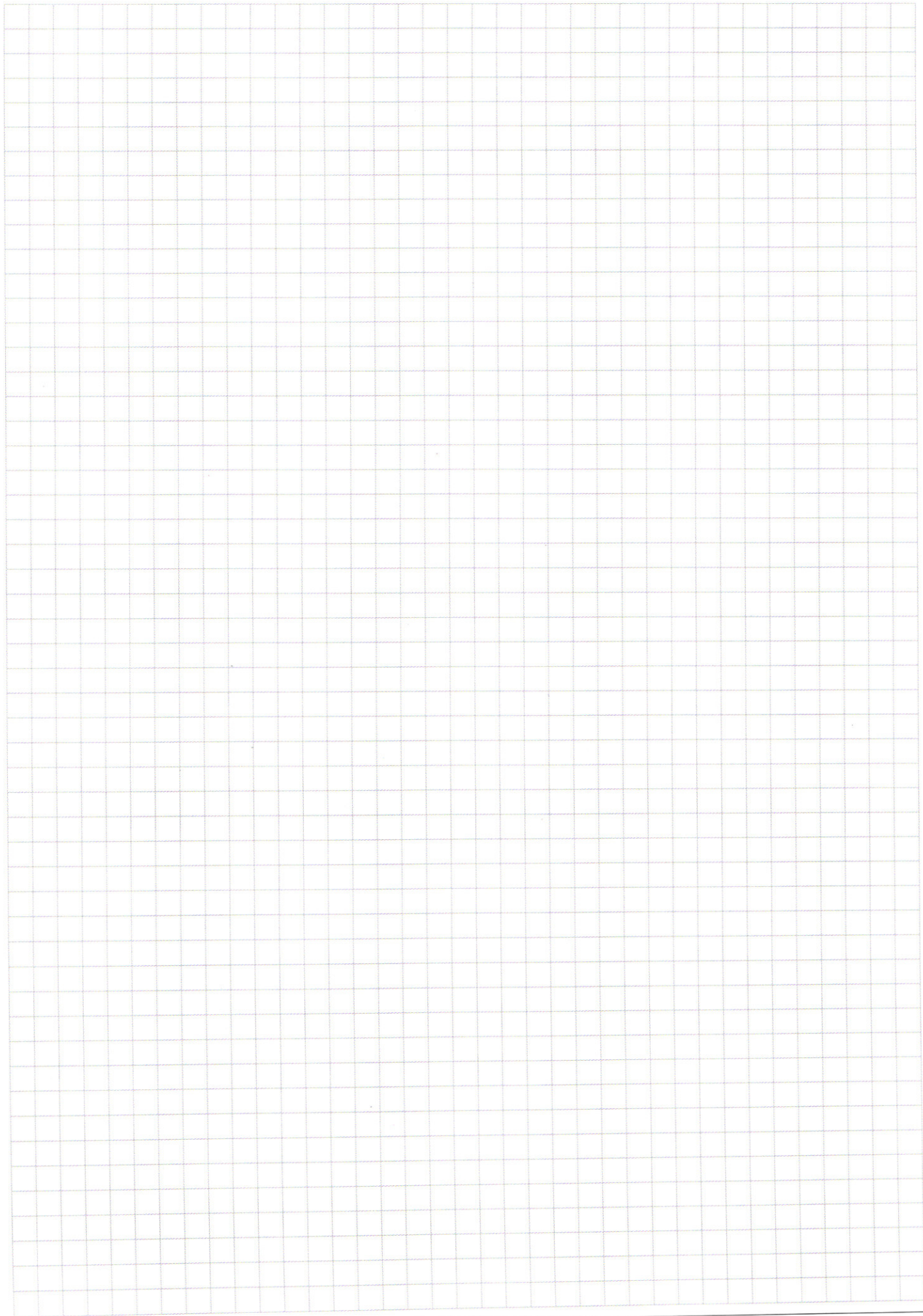
они встречаются $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$

опять через 90° ,

до тех пор пока они

не пройдет полный круг,

тогда начал пройдет весь кр. $\Rightarrow$
координ. начал будут повторяться.

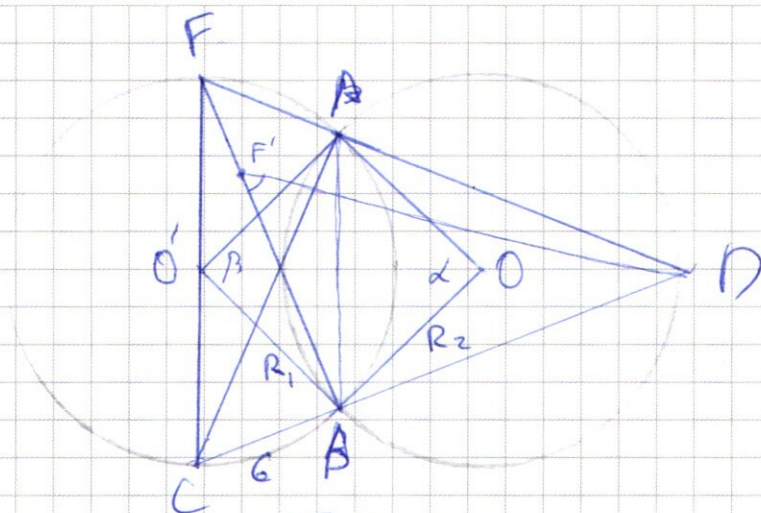


☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

56.



$\angle AEA$ центр на дугу AB отрез. O'
 $\angle CDA$ центр на дугу AB отрез. O'' , так как

$$R = R_2; \text{ TO } \alpha = \beta \text{ (генератор)} = 1$$

$$\angle BCA = \angle CDA \stackrel{\Delta CAD - \text{PIB}}{=} \angle CAD = 50^\circ = 1 \quad \angle BCA = \angle CDA =$$

$$= 45^\circ \Rightarrow \angle \alpha = 2 \quad \angle CDA = 50^\circ = \beta = 1$$

$O'BOA$ - квадрат

Доп. постро: $FD \triangle AFD$ - упрям; $FA = FP \Rightarrow$
 $\angle BFD = 45^\circ = \angle BPF$; центр F лежит на
 на окружности; тогда $\angle BDF$ опис на дугу
 меньше $AB \Rightarrow \angle BDF < 45^\circ \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$
 $\angle BFA$ опис на дугу $AB \Rightarrow A \in FD \Rightarrow$
 $\angle CAF = 90^\circ \Rightarrow CF = \text{диаметр} \Rightarrow CF = 2R = 10$
 5) $CB = 6 \Rightarrow FB = \sqrt{100 - 36} = 8 \Rightarrow BD = 8 \Rightarrow$
 $CD = 14$; $CD = AD\sqrt{2} \Rightarrow AD = 7\sqrt{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

51.

разложим 400 на пр. мн.:

$$400 = 5^2 \cdot 7 \cdot 2^2$$

Пусть данное число: $\overline{abcdefgh}$; тогда:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 400 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1;$$

Тогда цифры a, b, c, d, e, f, g, h должны

принимать значения $5, 5, 7, 2, 2, 1, 1, 1$; если

a, b, c, d, e, f, g, h принимали бы ~~только~~ все различные значения, то число вариантов: $n = 8!$; но

так как повторяется $5, 1, 2$; то делим $n = 8!$ на кол-во повт. ^{в факториале} каждого числа $\Rightarrow y = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 2! \cdot 2!} =$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} = 10 \cdot 56 \cdot 6 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} = 3360 = 1680$$

$$\begin{array}{r} 336 \\ \times 5 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Ответ: $y = 1680$ вариантов.

52.

~~Пусть~~ Пусть $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$; тогда:

$$S = \frac{(-b_1) + b_{3000} \cdot q}{q - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

Пусть $b_3 = \text{Пусть } b_3, b_6, b_9, \dots, b_{3000} = \text{раз}$

геом. прогрессии; где $b_n = b_3 \cdot \frac{b_6}{b_3} = q$; тогда их сумма:

$$S_x = \frac{b_{3000} \cdot q^3 - b_3}{q^3 - 1} = \frac{b_1 \cdot q^{3002} - b_1 \cdot q^2}{(q-1)(q^2+q+1)} =$$

$$= \frac{b_1(q^{3000} - 1) \cdot q^2}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

$$S_x + S_{\text{оставшиеся члены}} = S$$

$$50 S_x + S_{\text{ост. ч.}} = 10 S$$

$$49 S_x = 9 S$$

$$\frac{q^2}{q^2+q+1} = \frac{9}{49}$$

$$49q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q = \frac{9 \pm 3 \cdot 13}{80}; \text{ так как все члены } > 0; \text{ то}$$

$$q > 0 \Rightarrow q = \frac{9+3 \cdot 13}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$b_2, b_4, \dots, b_{2000} - \text{геом. пр. } \frac{b_4}{b_2} = q^2 = 1$$

$$S_y = \frac{b_{2000} \cdot q^2 - b_1 \cdot q}{(q-1)(q+1)} = \frac{b_1 \cdot q (q^{2000} - 1)}{(q-1)(q+1)}$$

$$S_y + S_{\text{ост. ч.}} = S$$

$$2S_y + S_{\text{ост. ч.}} = m S$$

$$2 \frac{S_y}{S} = m - 1 \Rightarrow m = \frac{S_y}{S} + 1 = \frac{q}{q+1} + 1 =$$

$$= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + 1} + 1 = \frac{11}{8}$$

Ответ: S увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

$$53. \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4) \quad |^{\wedge 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$\cancel{x^3 - 4x + 80} =$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\cancel{(x-4)} \quad D = 4 + 12 \cdot 4 = 4 \cdot 13$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2(x+4)} \Rightarrow x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$$

сравним $-1 - \sqrt{13} < -4 \Rightarrow \cancel{-1 - \sqrt{13} < -4}$

$$\sqrt{13} < 5 \quad 1 + \sqrt{13} > 4$$

$$13 < 25 \quad \sqrt{13} > 3$$

$$13 > 9 \Rightarrow \text{корень}$$

$x = -1 - \sqrt{13}$ не подходит; $-1 + \sqrt{13} > 0 \Rightarrow$ он подходит.

Ответ: $x = 4$; $x = -1 + \sqrt{13}$.

54.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \mid x-2 \mid + 4 \geq 0$$

Пусть $x > 2$; тогда

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$4x^2 - 4x$ при $x > 1$ больше нуля; так

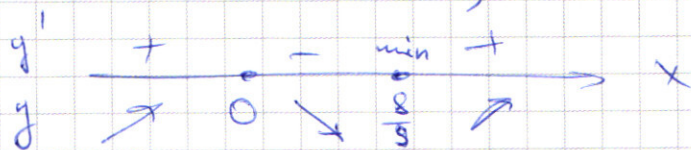
как $\cancel{4x^2 - 4x}$ степень x^2 больше, чем x и

коэффициент $4 > 0 \Rightarrow 4x^2 > 4x$ при $x > 1$;

$$y = 2x^4 - 3x^3$$

$$y' = 8x^3 - 9x^2 = x(8x - 9) = 0$$

$$x = 0; \quad x = \frac{9}{8}$$



при $x=2$ $y \geq 0$ ($2 \cdot 2^4 > 3 \cdot 2^3$) $\Rightarrow$ при $x \geq 2$
 $2x^4 > 3x^3 \Rightarrow 2x^4 - 3x^3 > 0 \Rightarrow$

$$\underbrace{2x^4 - 3x^3}_{>0} + \underbrace{7x^2 - 4x + 4}_{>0} \geq 0 \Rightarrow$$

при $x \geq 2$ ^{выр.} всегда больше нуля

② Пусть $x < 2$; тогда:

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x+2)(x-1)(2x^2+x-2) \geq 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

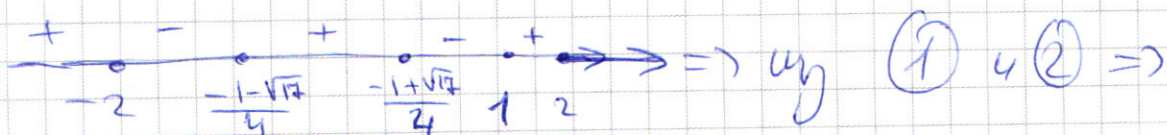
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$-\frac{1 + \sqrt{17}}{2} < 2 \quad (\sqrt{17} < 5) \Rightarrow -\frac{1 - \sqrt{17}}{2} > -2$$

$$-\frac{1 + \sqrt{17}}{2} < 1$$

$$\sqrt{17} < 5$$

$$17 < 25$$



$$x \in (-\infty; -2] ; \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{2}; -\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right]; [1; +\infty)$$

Ответ:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

52.

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b = 1 \cdot q^{n-1}$$

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2$$

$$S \cdot q = b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + \dots + b_n$$

$$S(q-1) = b_n \cdot q - b_1$$

$$S = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000}$$

$$10 S = b_1 + b_2 + 50 b_3 + b_3 \cdot q^3 = b_6$$

$$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^5 + b_1 \cdot q^8$$

$$b_3 \cdot q^3 = b_6; \quad b_1 \cdot q^{2333} \quad S = q^3 \Rightarrow b_3 \cdot q^3 = b_6$$

$$S = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}$$

$$S_m = b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} \cdot m$$

$$S(m-1) = b \cdot 3000 \cdot m - b_3$$

$$S = \frac{b \cdot 3000 \cdot m - b_3}{m - 1}$$

$$S_{\text{от}} = S_x;$$

$$S + S_x = S_{\text{обш.}}$$

$$50S + S_x = 10S_{\text{обш.}}$$

$$49 S = S_{\text{обш.}}$$

$$S_1 = \frac{b_{3000} \cdot q^3 - b_3}{q^3 - 1} = \frac{b_1 \cdot q^{3002} - b_1 \cdot q^2}{q^3 - 1}$$

$$= \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_{\text{арг}} = \frac{b_1 \cdot q^{3000} - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$50 S_x + S_{\text{арг}} = 10 S_{\text{арг}}$$

$$S_x + S_{\text{арг}} = S_{\text{арг}}$$

$$49 S_x = 9 S_{\text{арг}}$$

$$49 \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = 9 \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)}$$

$$49 q^2 = 9 (q^2 + q + 1)$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 9 \cdot 40 =$$

$$= 8 \cdot 8 + 4 \cdot 9 \cdot 40 = 9(9 + 4 \cdot 40) = 9 \cdot 13^2$$

$$q = \frac{9 \pm 3 \cdot 13}{80} = \frac{6}{80} = \frac{3}{40}$$

$$S_x = S = b_2 + b_2 \cdot q^2 + b_2 \cdot q^4 + \dots + b_2 \cdot q^{2998}$$

$$S = b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}$$

$$S q^2 = b_4 + \dots + b_{3000} \cdot q^2$$

$$S(q^2 - 1) = b_{3000} \cdot q^2 - b_2 =$$

$$= b_1 \cdot q^{3000} - b_1 \cdot q = b_1 q (q^{3000} - 1)$$

$$S = \frac{b_1 \cdot q (q^{3000} - 1)}{(q^2 - 1)(q + 1)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_x + S_{\text{ос}} = S_{\text{обш}}$$

$$2 S_x + S_{\text{ос}} = y S_{\text{обш}}$$

$$S_x = (y-1) S_{\text{обш}}$$

$$\frac{S_x}{S_{\text{обш}}} + 1 = y$$

$$\frac{b_1 \cdot g(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)}$$

$$\frac{b_1 \cdot (q^{2000} - 1)}{q-1}$$

$$\frac{q}{p}$$

$$\frac{q^2}{p^2}$$

$$a \frac{q^2}{p^2} + b \frac{q^3}{p} + c = 0$$

$$a q^2 + b q p + c p^2 = 0$$

$$x^3(2x-3) = 0$$

$$x=0$$

$$+ 1 = y$$

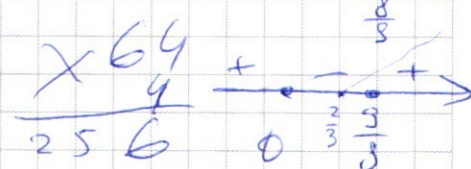
$$x = \frac{2}{3}$$

$$2x^4 - 3x^3 = 0$$

$$8x^3 - 3x^2 = 0$$

$$x^2(8x-3) = 0$$

$$x=0$$



$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}} + 1 = y$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} + 1 = \frac{11}{8} \text{ рад.}$$

$$54. \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \mid x-2 \mid + 4 \geq 0$$

$$\text{при } x \geq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$32 - 3 \cdot 8 + 28 - 8 + 4$$

$$32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 52 \quad 2 \cdot 256 - 3 \cdot 64 + 7 \cdot 16 - 16 + 4 = 2^3 = 8$$

$$\frac{1}{16} \frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 2 + 4$$

$$8x^3 - 3x^2 + 14x - 4$$

$$8 \cdot 8 - 3 \cdot 4 + 14 \cdot 2 - 4$$

$$64 - 36 +$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 5x^2 + 3x^3 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\cancel{32 + 24 - 20}$$

$$32 - 24 - 20 + 8 + 4$$

$$(x+2)$$

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & 3 & -5 & -4 & +4 \\ & & -4 & 2 & 6 & -4 \\ -2 & 2 & -1 & -3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$(x+2)(2x^3 - x^2 - 3x + 2)$$

$$(x+2)(x-1)$$

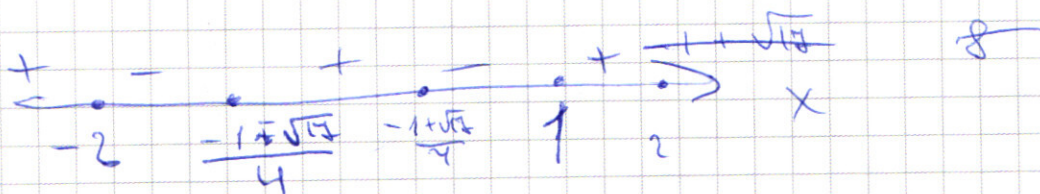
$$\begin{array}{cccccc} & 2 & -1 & -3 & +2 \\ & & m2 & 1 & -2 \\ m1 & 1 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x+2)(x-1)(2x^2 + x - 2)$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 17$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

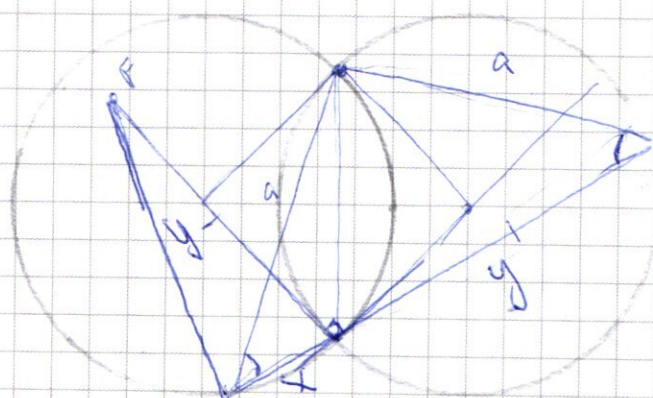
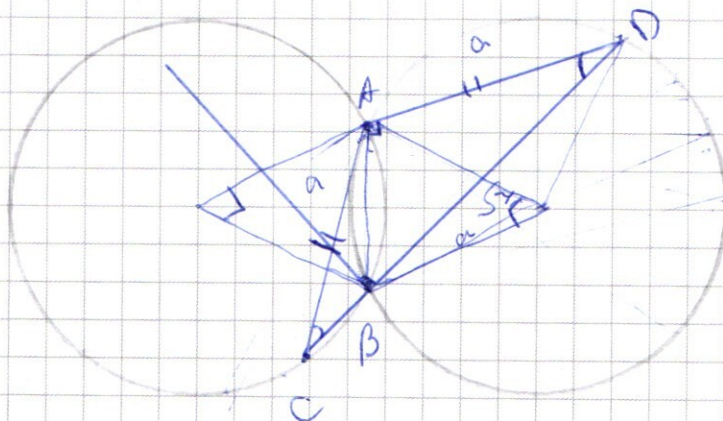
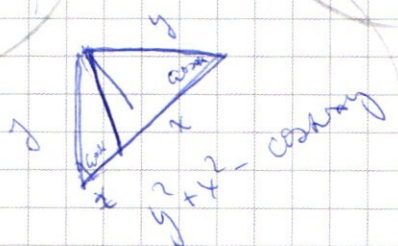
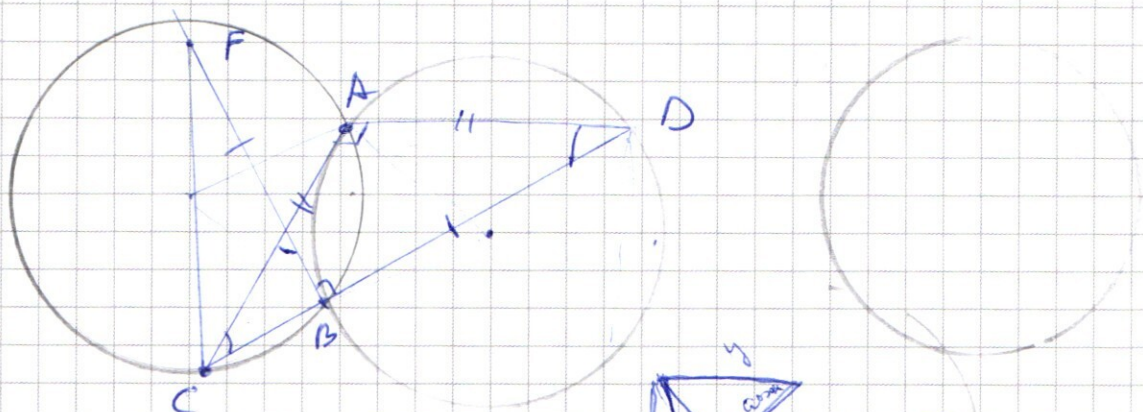
$$\frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \quad 2$$



$$x \in (-\infty; -2]; \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right]; [1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

56.



$$x+y=a\sqrt{2}$$

$$a^2+x^2-\sqrt{2}ax=5\sqrt{2}$$

$$a^2+y^2-\sqrt{2}ay=5\sqrt{2}$$

$$x^2-\sqrt{2}ax=y^2-\sqrt{2}ay$$

$$x+y=a\sqrt{2}$$

$$(x-y)(x+y)=\sqrt{2}a(x-y)$$

$$a\sqrt{2}-y$$

$$x^2-$$

$$a^2+(a\sqrt{2}-y)^2-\sqrt{2}a(a\sqrt{2}-y)=5\sqrt{2}$$

$$a^2+2a^2-2a\sqrt{2}y+y^2-2a^2+a\sqrt{2}y$$

$$16 + 32 = 64$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 80 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$64 - 1 = 63$$

$$4(16 - u)$$

$$16 \cdot 3 + 80$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2$$

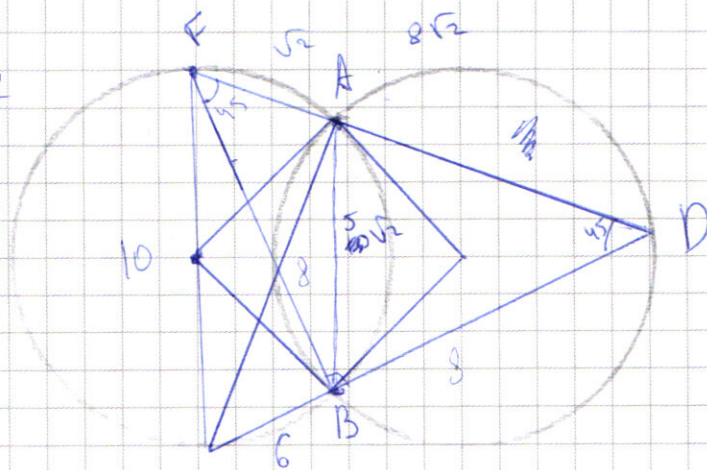
$$2111$$

$$2111$$

$$1211$$

$$1112$$

$$1112$$



$$\angle ADB = 45^\circ$$

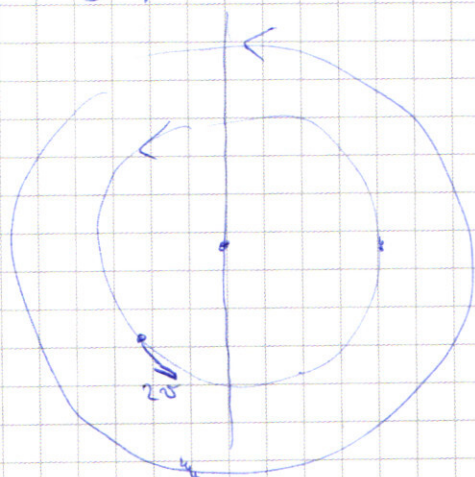
FDB - прям;

$$\angle BFD = 45^\circ$$

если F не лежит на

окр; то $\alpha > 45^\circ$.

55.



$$R = 4 + 28 =$$

$$32 = 4 \cdot 8 =$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$25 + 25 \cdot 7 =$$

$$= 25 \cdot 8 =$$

$$= 200$$

$$8\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = 6 + 8 = 14$$

$$a = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$$

$$a^2 + 36 - 8\sqrt{2}a = 50$$

$$a(a - 6\sqrt{2}) = 14$$

$$a^2 - 6\sqrt{2}a - 14 = 0$$

$$36 \cdot 2$$

$$42 + 14$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$42 + 52$$

$$1$$

$$122$$

$$36 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 4 =$$

$$= 4 \cdot 8 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \cdot 2 =$$

$$= 4 \cdot 2(16) = 4 \cdot 4^2 =$$

$$= 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{6\sqrt{2} + 8\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}$$

$$100 = \frac{7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 4$$

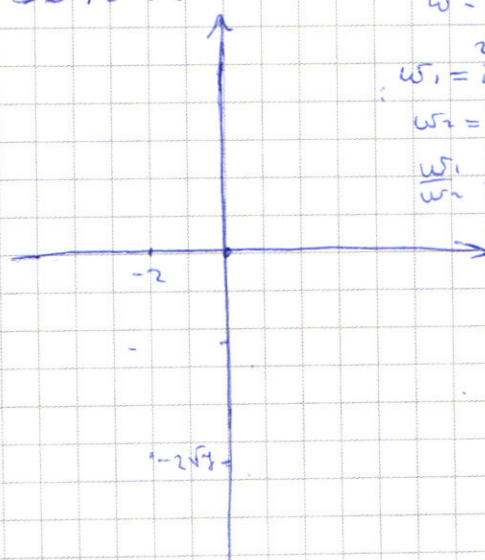
$$w = \frac{2\sqrt{2}}{R}$$

$$w_1 = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$w_2 = \frac{2\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}$$

$$\frac{w_1}{w_2} = 5$$

$$w_1 = 5w_2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 1400} \\ - 400 \\ \hline 000 \\ - 000 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \overline{) 1400} \\ - 140 \\ \hline 000 \\ - 000 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$5^2 \cdot 4 \cdot 4 = 5^2 \cdot 4 \cdot 2^2$$

$$5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g$$

$$5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$8 \cdot 4 \cdot 6$$

$$100 - 4 \cdot 24 = 4$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3$$

$$8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ \times 30 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$a \cdot b \cdot c$$

$$32 \cdot 12 \cdot 1$$

$$6 \cdot 2 \cdot 1$$

$$12 \cdot 12$$

$$12 \cdot 1$$

$$11 \cdot 2$$

$$21 \cdot 1$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$11 \cdot 2 \cdot 2$$

$$12 \cdot 1 \cdot 2$$

$$22 \cdot 1 \cdot 1$$

$$21 \cdot 2 \cdot 1$$

$$21 \cdot 1 \cdot 2$$

$$12 \cdot 2 \cdot 1$$

$$48$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ \times 8 \\ \hline 512 \end{array}$$

53.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$64 = 16$$

$$80 = 40 \cdot 2 = 4 \cdot 10 \cdot 2$$

$$\times -36 \quad x - 64$$

$$3x^2 - 4 =$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(x+4)(x+6)$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}}$$

$$x(x-2)(x+2) + 80$$

$$x(x-2)(x+2)$$

$$\begin{array}{c} -2 \quad 0 \quad 2 \end{array}$$

$$\frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3-4x+80} = (x+4) \cancel{(x+6)}$$

$$\sqrt{x^3-4x+80} = \sqrt{2} (x+4) \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{b} = a \\ b = a^2 \end{array} \right\} \wedge^2$$

$$x^3-4x+80 \geq 0$$

$$b-a^2=0 \quad (\sqrt{b}-a)(\sqrt{b}+a)=0$$

$$x^3-4x+8 = 2(x^2+8x+16) \quad \begin{array}{r} 80 \\ -32 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0 \quad 68$$

$$8-8-40+48$$

$$-8-8+48$$

$$64-2 \cdot 16-80+48$$

$$24-32-112 \quad 32 \quad 112$$

$$(x-4)$$

$$\begin{array}{rrrrrr} \cancel{2} & \cancel{2} & 1 & -2 & -20 & 48 \\ & & & 4 & 8 & -48 \\ & 4 & 1 & -2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2+2x-12)$$

$$D = 4 + \frac{12 \cdot 4}{48} = 4 \cdot 13$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$\left(-1-\sqrt{13}\right)^3$$

$$-1 \pm \sqrt{13}$$

$$\left(-1 \pm \sqrt{13}\right)^3$$

$$-1 - \sqrt{13} + 4$$

$$1 + \sqrt{13} \quad 4$$

$$1 + 2\sqrt{13} + 13$$

$$14 + 2\sqrt{13} \quad 16$$

$$2\sqrt{13} \quad 2$$

$$4 \cdot 13 \quad 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{array}{r} 4 \cdot 180 \mid 4 \\ 16 \\ \hline 20 \end{array} \quad 175$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 10\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{5}{2}$$

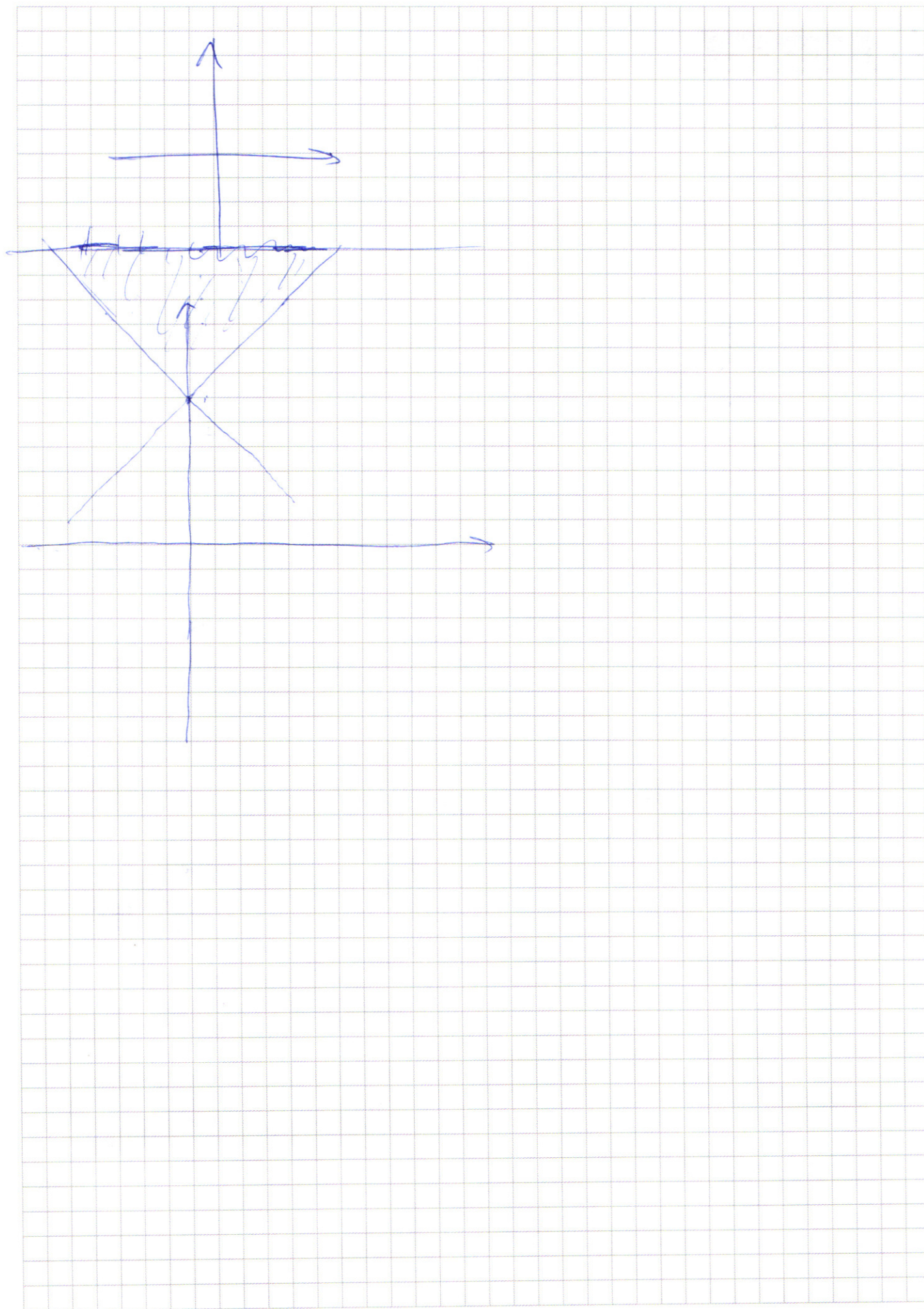
$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(30 + 30) = \frac{\operatorname{tg} 30 + \operatorname{tg} 30}{1 - \operatorname{tg} 30 \cdot \operatorname{tg} 30}$$

$$\operatorname{tg} 60 = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \sqrt{3}$$





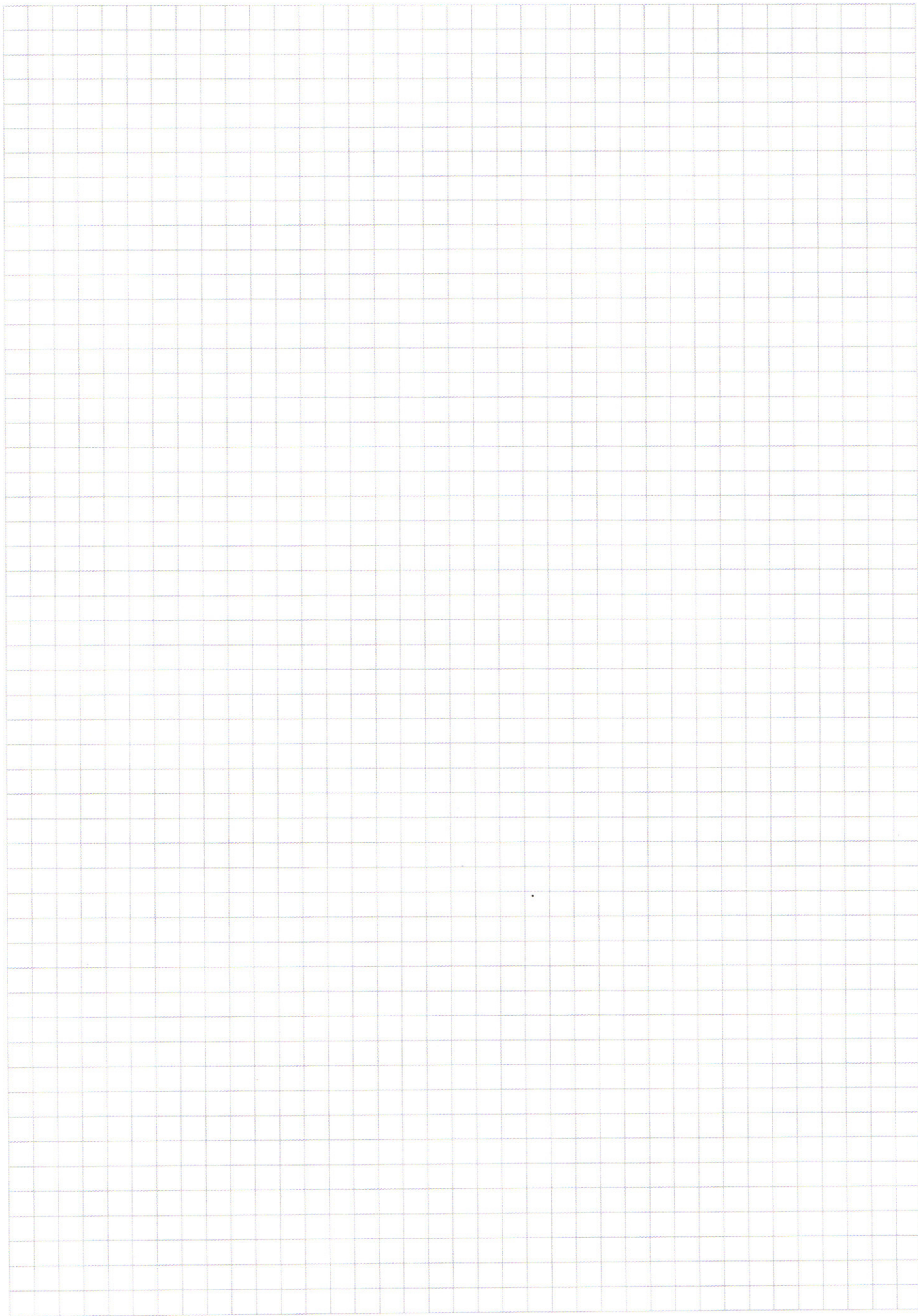
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)