

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Разложим число 4900 на простые множители.
Получим: $4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$. Чтобы составить
8-значные числа, добавим 2 единицы. Заметим,
что существует 2 набора цифр:

① $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$

② $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

Посчитаем кол-во восьмизначных чисел в 1 случае:

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{2!}{2!} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$$

Посчитаем кол-во чисел во 2 случае:

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} \cdot \frac{3!}{3!} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

Всего возможных случаев: $2520 + 1680 = 4200$

Ответ: 4200 чисел.

№2. Пусть S_{1000} — сумма членов с номерами, кратными 3.

S_{1500} — сумма членов с номерами : 2. Тогда так как,
члены прогрессии с номерами : 3 тоже образуют
геометр. прогрессию с первым членом $b_1 q^2$ и
разностью q^3 , то же самое и с членами с
номерами : 2, только с первым членом $b_1 q$ и

разностью q^2 , то:

$$S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$
$$S_{1000} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1} \quad \text{тогда} \quad S_{\text{менев.и.3}} = S - S_{1000}$$

$$S_{1500} = \frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} \quad \text{тогда} \quad S_{\text{менев.и.2}} = S - S_{1500}$$

Т.к. ~~S_{1000}~~ $S_{\text{менев.и.3}} + 40 S_{1000} = 5S$ то

$$S_{1500} + S_{1000} = 5S, \quad 39 S_{1000} = 4S$$

$$39 \frac{b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4 \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

Т.к. все члены полож. и $q \neq 1$, то:

$$\frac{39 q^2}{q^2+q+1} = 4$$

$$35 q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$q_1, q_2 = \frac{4 \pm \sqrt{5761}}{70} \quad \text{если все члены полож., то и } q > 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \frac{4+24}{70} = \frac{2}{5}$$

Пусть $S_{\text{и.3}} + S_{\text{менев.и.2}} + 3 S_{1500} = xS$

$$S + 2S_{1500} = xS$$

$$2 S_{1500} = S(x-1)$$

$$2 \frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} = (x-1) \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$2 \frac{q}{q+1} = (x-1)$$

Т.к. $q = \frac{2}{5}$ то $x = \frac{11}{7}$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 10$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 10$$

$$(x+10) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2} (x+10)(x-4)$$

Один из корней $= -10$

Тогда пусть $x \neq -10$, то:

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2} (x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x=6 \quad \text{или} \quad x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

Проверка: $x^3 - 64x + 200 \geq 0$:

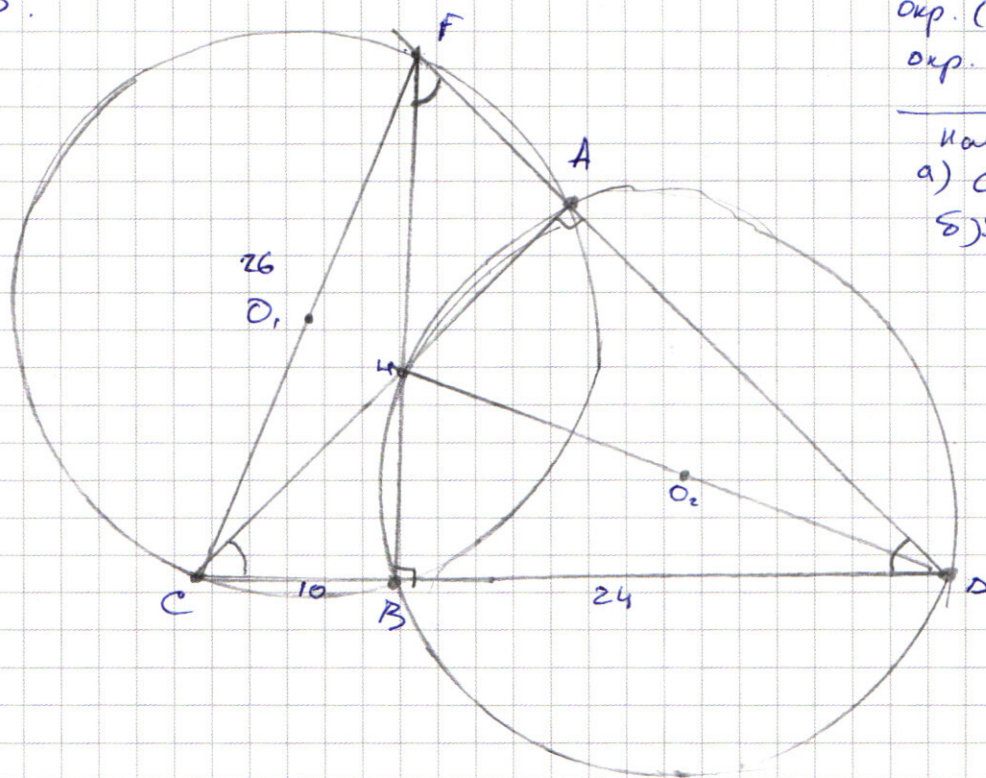
1) при $x=6$: $216 - 384 + 200 \geq 0$

2) при $x = 1 + \sqrt{13}$: $1 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 = 137 - 51\sqrt{13}$, так как $3 < \sqrt{13}$, то $137 - 51\sqrt{13} < 0$

3) при $x = 1 - \sqrt{13}$: $1 - 13\sqrt{13} - 64 + 64\sqrt{13} + 200 = 137 + 51\sqrt{13} > 0$

Ответ: -10 ; $1 - \sqrt{13}$; 6

N5


$$\text{окр. } (O_1; 13)$$

$$\text{окр. } (O_2; 13)$$

Найти:

a) CF

8) SACF, cum BC=10

Решение:

а) 1. $\Delta BOD_1 A = \Delta BOD_2 A$ (по 3-м сторонам), $\Rightarrow \angle AOD_1 B = \angle AOD_2 B$, тогда

2. $\angle ACD = \angle ADE$, т.к. соответствующие углы тогда же

3. Пусть AC пересекает окр. с центром O_2 в точке H .

Тогда $H \in BF$ т.к. $ADBH$ - вписанный ($\angle B + \angle A = 180^\circ$)

4. T.K. $BF = BD$, $\angle O \leftarrow \angle BFD = \angle BDA \Rightarrow \angle BFD = \angle ACD$,

и т.д. $\triangle BSA$ опирается на $\overset{\circ}{AB}$, то и $\triangle BFD$ опирается на $\overset{\circ}{AB}$, т.е. $F \in$ окруж. с центром O_1 .

5. Тогда т.к. $\angle CBF = 90^\circ$, то CF — диаметр
окр. с центром O_1 , $\Rightarrow CF = 26$

8) c. $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = 24$, $BF = BD$, $\angle BFD = \angle BDF$,

Вторга $CD = 36$, и т.к. $\angle DCA = \angle ADC$, $AC = AD = 13\sqrt{2}$

$$7. S_{ACF} = S_{CFD} - S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 24 - \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 13 \cdot 8 = 432 - 169 = 263$$

① let: $CF = 26$, $S_{ACF} = 263$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7. $\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16, \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9. \end{cases}$

Рассмотрим 1-ое ур-ие:

раскроем модуль на промежутках

прямые $y = -x - 8$ и $y = x - 8$ разбивают координатную м-ть

на 4 промежутка. Подставляя значения x и y из каждого

промежутка упростим выр-ие:

Ⓘ. $x = -9, y = 0$

Ⓜ. $x = y = 0$

Ⓢ. $x = 9, y = 0$

Ⓢ. $x = 0, y = -9$

$x = -8$

$y = 0$

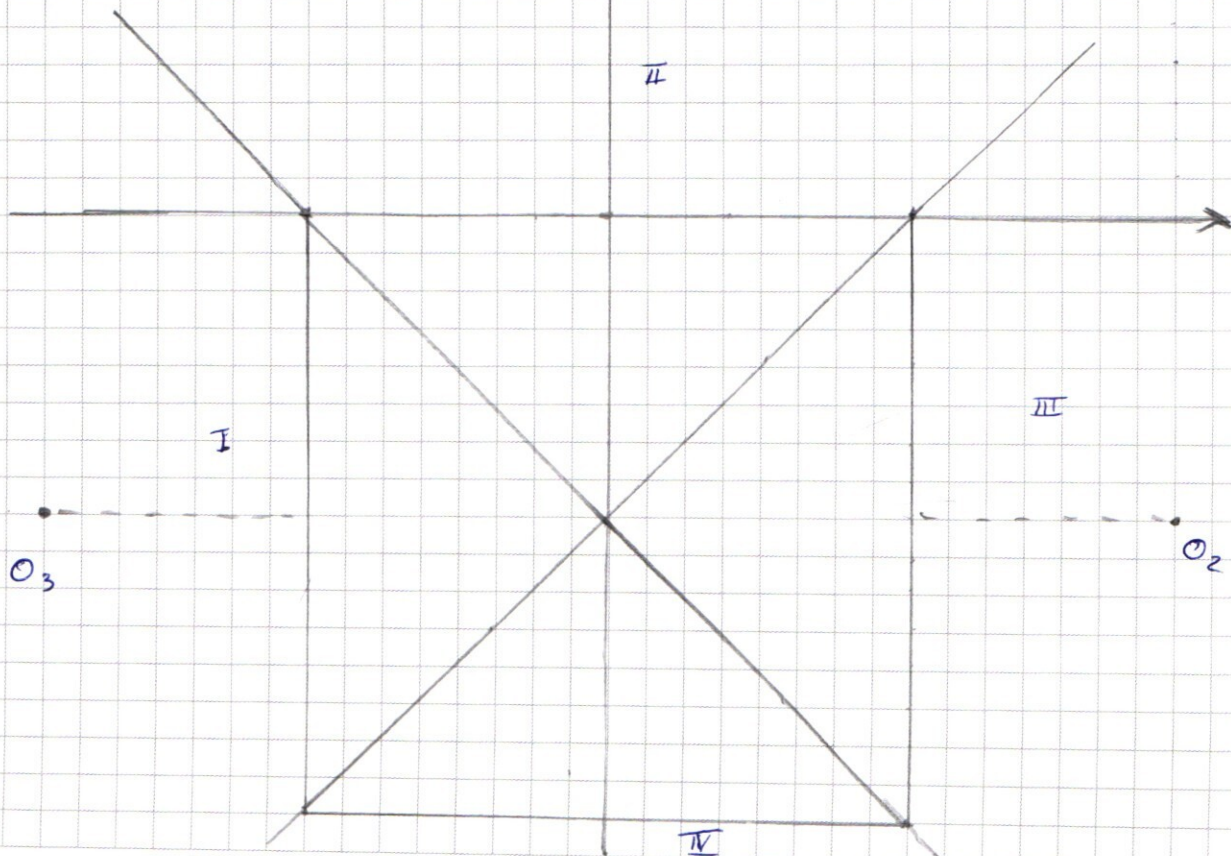
$x = 8$

$y = -16$

Получается, что первое уравнение задает квадрат с вершинами в т. $(-8; 0), (8; 0), (8; -16), (-8; -16)$

O_1

O_4



☐ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5

(Нумеровать только чистовики)

Рассмотрим 2 ур-ие:

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

1. $x \geq 0, y \geq 0$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

окр. с центром $(15; 8)$ и $r = \sqrt{a}$
 O_1

2. $x \geq 0, y \leq 0$:

$$(x-15)^2 + (y+8)^2 = a$$

окр. с центром $(15; -8)$ и $r = \sqrt{a}$
 O_2

3. $x \leq 0, y \geq 0$

$$(x+15)^2 + (y-8)^2 = a$$

окр. с центром $(-15; 8)$ и $r = \sqrt{a}$
 O_3

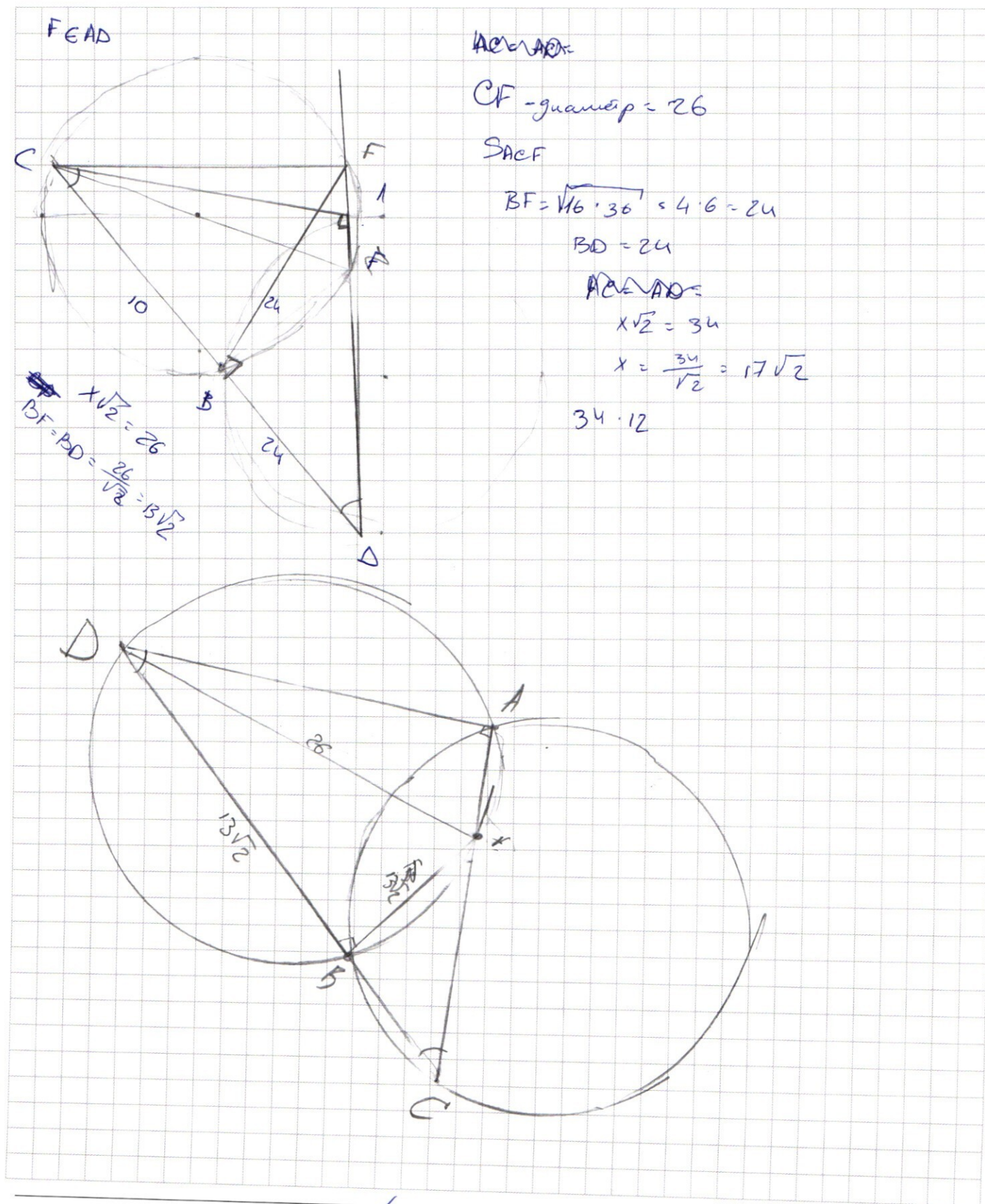
4. $x \leq 0, y \leq 0$

$$(x+15)^2 + (y+8)^2 = a$$

окр. с центром $(-15; -8)$ и $r = \sqrt{a}$
 O_4

Пер-во имеет ровно 2 решение, когда окружности с центрами в точках O_2 и O_3 касаются сторон квадрата, тогда $r = 7$, $a = 49$. Также 2 решение будет, когда окружности с центрами в O_2 и O_3 пересекают окружн квадрата в точках $(0; 0)$ и $(0; -16)$ тогда $r^2 = 15^2 + 8^2$, $a = 289$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

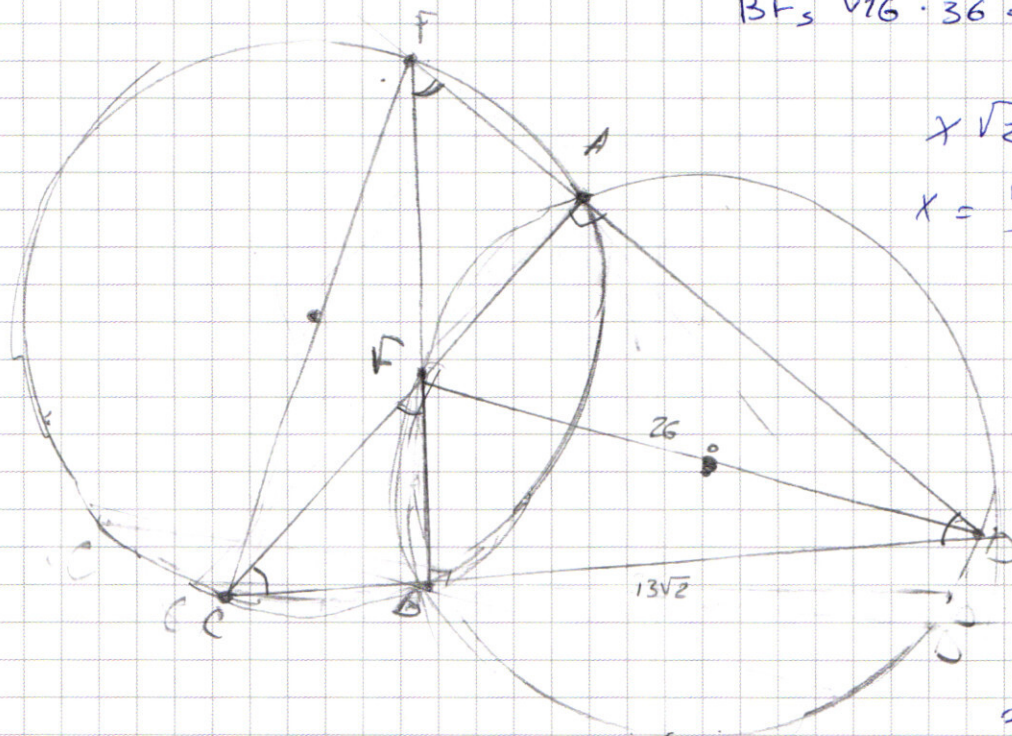


B

$$BF_3 \sqrt{16 \cdot 36} = 4.6$$

$$x \sqrt{2} = 36$$

$$x = \frac{36}{\sqrt{2}} = 13$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ \times 12 \\ \hline 72 \\ + 360 \\ \hline 432 \\ - 169 \\ \hline 263 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$

$52:4=13$ $\frac{64}{43}$ $\frac{64}{39}$

$(x+10)\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x+10)(x-4)$

$x = -10$ $x \neq -10$

$x^3-64x+200 = 8(x^2-8x+16)$

$x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$

$x^3-8x^2+72=0$

$x=6$

$(x-6)(x^2-2x-12)=0$

$x^2-2x-12=0$

$D=4+48=52$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$

О, кор: $-10; 6; 1+\sqrt{13}$

2. $1-\sqrt{13}$

$(1-\sqrt{13})^3 = (1-\sqrt{13})(1+\sqrt{13}+13) = (1-\sqrt{13})(14+\sqrt{13}) = 14-13\sqrt{13}-13 = 1-13\sqrt{13}$

$1-13\sqrt{13}-64+64\sqrt{13}+200 = 137+$

$(|x|-3)^2 + (|y|-2)^2 = 4$

$f(x)=y$

$f(-x)=y$

$\frac{36}{216}$

$\frac{2}{384}$

$200-76=124$

$(1+\sqrt{13})^3 = (1+\sqrt{13})(1-2\sqrt{13}+13) = (1+\sqrt{13})(14-2\sqrt{13}) = 14+14\sqrt{13}-2\sqrt{13}-26 = 12\sqrt{13}-12$

$12\sqrt{13}-12-64-64\sqrt{13}+200 = 124-52\sqrt{13} < 0$

$x(x-64) = -200$

$x^3-64x+200 \geq 0$

Проверка:

1. $1+\sqrt{13}$

$(1+\sqrt{13})^3 = (1+\sqrt{13})(1-\sqrt{13}+13) = (1+\sqrt{13})(14-\sqrt{13}) = 14-\sqrt{13}+14\sqrt{13}-13 = 1+13\sqrt{13}$

$1+13\sqrt{13}-64-64\sqrt{13}+200 = 137-51\sqrt{13} < 0$

$51 \cdot 51 \cdot 13 > 173 \cdot 173$

$\frac{51}{51}$

$\frac{2601}{13}$

$\frac{33813}{173}$

$\frac{519}{173}$

$\frac{29919}{173}$

152

$$1) \quad x, y \geq 0$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = 9$$

$$2) \quad x \geq 0, y < 0$$

$$(x-15)^2 + (y+8)^2 = 9$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} + 225 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\cancel{4x^4} + x^2 + 4x - \cancel{4x^2|x+2|} - x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 4x^2|x+2| - x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$(4x^4 + \cancel{x^2} - 4x^2|x+2|) + (x^2 - x^2|x+2| + 4)$$

$$(4x^2(x^2 - |x+2|) + x^2) + (x^2(1 - |x+2|) + 4) \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^2|x+2| + (x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 - 4x^2|x+2| + (x+2)^2 - x|x+2| \geq 0$$

$$4x^2(x^2 - |x+2|)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1. $4900 \mid 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$
 $49 \mid 7 \cdot 7$

N2. $7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$
найти кор. - 6 8 знач. чисел

N3. $x^2 + 6x - 40 = 0$
 $(x+10)(x-4) = 0$

N4. $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \mid x+2 \mid + 4 \geq 0$
1. $x < 2$:
 $4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$
 $4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$
 $4(x^4 + x + 1) + x^2(5x + 11) \geq 0$

N7. $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$
 $y = -x-8$ $y = x-8$

I. $x = -9, y = 0$
 $-y - x - 8 + y - x + 8 = 16$
 $x = -8$

II. $y = x+8 + y - x+8 = 16$
 $y = 0$
 $y = 0$

III. $9:0$
 $x+8 - y+x-8 = 16$

IV. $CB = BD$

Handwritten calculations and diagrams:

- $\sqrt{x(x+8)(x+8)+200}$
- $\frac{1}{8} A \frac{1}{8} \cdot 7$
- $\frac{1}{4} A \frac{5}{8}$
- $\frac{360}{2520}$
- $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$
- $60 \cdot 6 = 360$
- $\frac{210}{1680}$
- $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$
- $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 =$
- $\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8}$
- $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$
- $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$
- $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 =$
- $\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} =$
- $\frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} =$
- $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} \leq x^2+6x-40$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$72 \mid 8 \cdot 9$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 36 \\ \hline 216 \\ + 144 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 36 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$x^3-64x+200 \geq 0 \quad x^2+6x-40 = (x+10)(x-4)$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} \leq 2\sqrt{2} (x+10)(x-4)$$

$$1. x = -10$$

$$2. x \neq -10$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & -8 & 0 & 72 \\ 6 & 1 & -2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 36 \\ \hline 216 \\ + 384 \\ \hline 600 \\ - 216 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} \leq 2\sqrt{2} (x-4)$$

$$x^3-64x+200 = 8(x^2-8x+16)$$

$$x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$$

$$\begin{aligned} & y + x + 8 = y + x \\ & = y - x - 8 = y + x - 8 = 16 \end{aligned}$$

$$(x-15)^2 \quad (x+15)^2$$

$$x^3-8x^2+72=0$$

$$x^2(x-8)+72=0 \quad x < 8$$

$$x^2(x-8) = -72$$

$$x = +6$$

$$(x-6)(x^2-2x-12)=0$$

$$x^2-2x-12=0$$

$$D = 4+48=52$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$0. \text{ Ответ: } -10; 1 \pm \sqrt{13}; 6$$

$$7. |y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\text{Куски: } y = -8-x \quad y = x-8$$

$$I. x = -8, y = 0$$

$$II. y = 0, x = 8$$

$$y-x-8+y-x+8=16$$

$$y+x+8-y-x-8=16$$

$$-2x=16$$

$$x=8$$

$$x = -8$$

$$4. x, y \geq 0$$

$$y+x+8+y-x+8=16$$

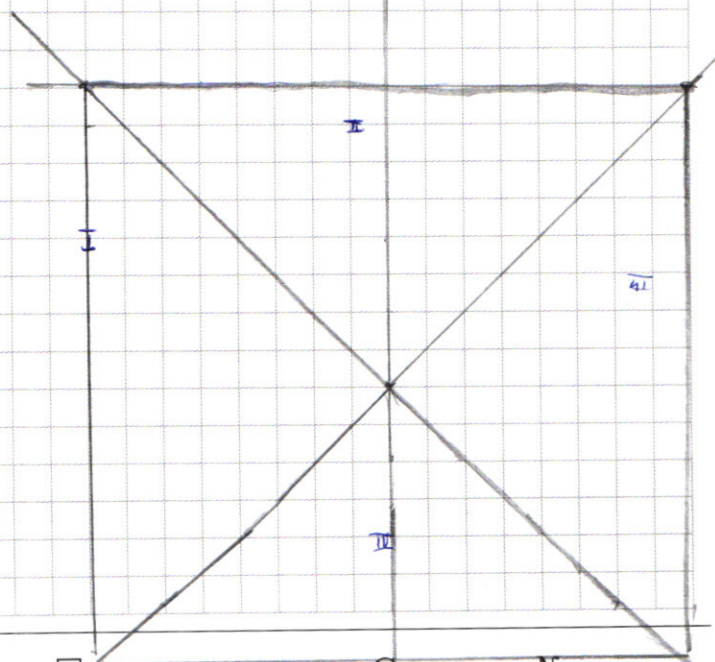
$$y=0$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$x^2-30x+15^2+y^2-16y+64=a$$

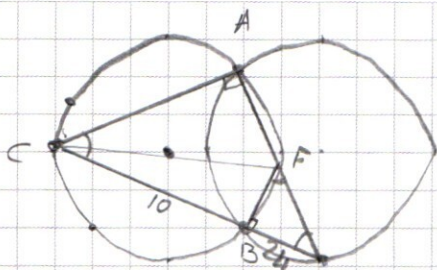
$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$$

$$\frac{8}{\sqrt{2}} \cdot 4\sqrt{13} = 16 \cdot 2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



$$a) CF = 2r = 26$$

$$BF = \sqrt{(26-10)(26+10)} = \sqrt{16 \cdot 36} = 4 \cdot 6 = 24$$

$$CA = AD = x$$

$$2x^2 = 34^2$$

$$x^2 = \frac{34 \cdot 34}{2} = 17 \cdot 34 = 578 = 17 \cdot 17 \cdot 2$$

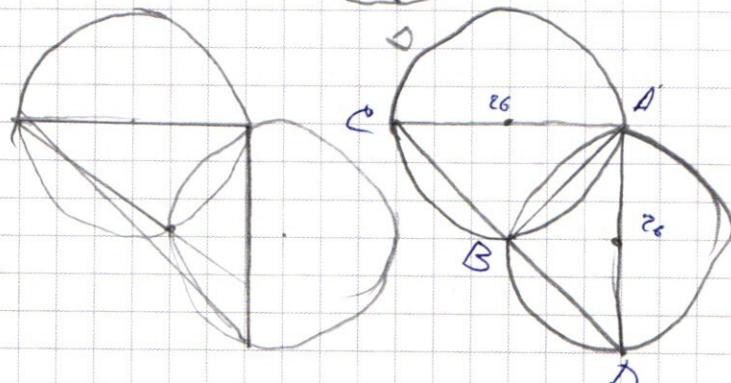
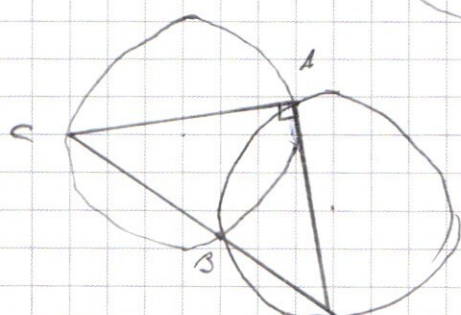
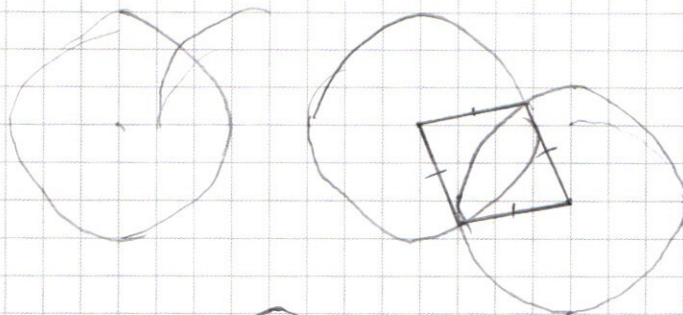
$$x = 17\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot x^2 = 17^2$$

$$S_{ACD} = 17^2$$

$$FD = 24\sqrt{2}$$

$$AF =$$



№2.

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^{n-1} = b_1(q + q^2 + \dots + q^{n-1})$$

$$S_1 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{3000} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$S_{1000} = \frac{b_1q^2(q^{1000} - 1)}{q - 1}$$

$$uS_{1000} = \frac{u b_1q^2(q^{1000} - 1)}{q - 1}$$

$$S_{3000} - S_{1000} = \frac{b_1(q^{3000} - 1) - b_1q^2(q^{1000} - 1)}{q - 1}$$

$$= \frac{b_1(q^{3000} - 1 - q^{1002} + q^2)}{q - 1}$$

$$b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3, b_1q^4, b_1q^5$$

$$b_1, b_1q, u b_1q^2, b_1q^3, b_1q^4, u b_1q^5$$

$$S_{3000} + uS_{1000} = \frac{b_1(q^{3000} - 1) + u b_1q^2(q^{1000} - 1)}{q - 1}$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

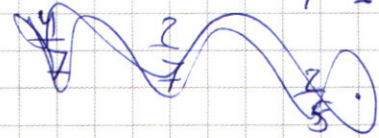
$$b_1(q^{3000}-1) + 39 b_1 q^2 (q^{1000}-1) = 5 b_1 (q^{3000}-1)$$

$$\textcircled{13} \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{4}{7} + 1$$

$$39 b_1 q^2 (q^{1000}-1) = 4 b_1 (q^{3000}-1)$$

$$39 q^2 (q^{1000}-1) = 4 (q^{3000}-1)$$



$$S_{\text{рез}} = S_{1500}$$

$$b_1, b_1 q, b_1 q^2, \dots, b_1 q^{48}$$

$$b_1, (b_1 q), b_1 q^2, (b_1 q^3), b_1 q^4, b_1 q^5$$

$$\textcircled{1} S_{3000} = \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\textcircled{4} S_{3000} - S_{1000} + 40 S_{1000} =$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\textcircled{2} S_{1000} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$= \sqrt[4]{41} S_{3000} - S_{1000} = \sqrt[4]{41} S_{3000}$$

$$S_{1000} = 36 S_{3000}$$

$$\textcircled{3} S_{1500} = \frac{40 b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$\textcircled{5} S_{1500} = \frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$\frac{b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1} = 36 \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\textcircled{6} S_{3000} - S_{1500} + 3 S_{1500} =$$

$$= S_{3000} + 2 S_{1500} = 8 S_{3000}$$

$$\frac{q^2}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{36}{q-1}$$

$$\frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1} + \frac{2 b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} =$$

$$q^2 = 36 q^2 + 36 q + 36$$

$$\frac{2q}{(q-1)(q^2+q+1)} = (x-1) \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 135 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ + 108 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 135 \\ \times 4 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$2 \frac{q (q^{3000}-1)}{q^2-1 q+1} = (x-1) \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{2q}{q+1} = (x-1)$$

$$\frac{q^2}{q^2+q+1} = 36$$

$$39 q^2 = 4 q^2 + 4 q + 4$$

$$35 q^2 - 4 q - 4 = 0$$

$$35 q^2 + 36 q + 36 = 0$$

$$D = 16 + 504 = 520 = 24^2$$

$$q = 36^2$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{70}$$

$$\textcircled{4} S_{3000} - S_{1000} + 40 S_{1000} = S_{3000} + 39 S_{1000} = 5 S_{3000}$$

$$q_1 = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$39 \frac{b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1} = 4 \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$39 S_{1000} = 4 S_{3000}$$

$$\frac{39 q^2}{q^2+q+1} = \frac{4}{1}$$

$$2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{7}$$