

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Поэтому единичи у вариантов набора цифр для числа является: 7, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1. Поскольку 2, 5 и 7-простые, то остальные варианты цифр возникают при перемножении парных-то у чисел 2, 5, 7. Только $2 \cdot 2 = 4 \leq 9$. Все остальные варианты ($2 \cdot 5, 2 \cdot 7, 5 \cdot 7, 5 \cdot 5$ и комбинации большего числа чисел) больше 9, т.е. не могут являться цифрами числа.

Значит, подходит только набор 1) 7, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1 и

2) 7, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1

В 1 наборе: $\frac{8!}{1!2!2!3!} = 1680$ чисел. (всего 8 цифр, одна 7, две 5, две 2, три 1)

Во 2 наборе: $\frac{8!}{1!2!1!4!} = 840$ чисел. (всего 8 цифр, одна 7, две 5, одна 4, четыре 1)

$$1680 + 840 = 2520 \text{ комбинаций}$$

Ответ: 2520

Задача 2

Пусть сумма чисел, стоящих на номерах вида $3k+1$, равна S_1 . Тогда сумма чисел, стоящих на номерах вида $3k+2$, равна qS_1 (q -знаменатель), т.к. каждое число у этой последовательности больше числа у предыдущей последовательности на той же позиции ровно в q раз. Аналогично сумма чисел, стоящих на

номерах вида $3k+3$ равна $g^2 S_1$.

$$\text{Тогда } S_1 + g S_1 + g^2 S_1 = S_1 (1 + g + g^2) = S$$

После увеличения в 50 раз: $S_1 + g S_1 + 50g^2 S_1 = 10S$

$$\text{Поделим одно на другое: } \frac{S_1 (1 + g + 50g^2)}{S_1 (1 + g + g^2)} = \frac{10S}{S}$$

$$1 + g + 50g^2 = 10 + 10g + 10g^2$$

$$40g^2 - 9g - 9 = 0$$

$$\begin{cases} g = -\frac{3}{8} & \text{не подходит, т.к. все члены положительны} \\ g = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Во втором случае сумма чисел, стоящих на чет. местах, равна Q_1 , а на четных $g Q_1$

$$Q_1 + g Q_1 = Q_1 (1 + g) = S$$

После увеличения в 2 раза: $Q_1 + 2g Q_1 = Q_1 (1 + 2g) = k$

$$\text{Поделим одно на другое: } \frac{Q_1 (1 + 2g)}{Q_1 (1 + g)} = \frac{k}{S}$$

$$\frac{1 + 2g}{1 + g} = \frac{1 + 1,2}{1,6} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8} \Rightarrow k = 1\frac{3}{8} S, \text{ т.е. } S \text{ увелич. в } 1\frac{3}{8} \text{ раза}$$

Ответ: увелич. в $1\frac{3}{8}$ раза

$$3. \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

Если $x = -6$, то $(-6)^3 - 4 \cdot (-6) + 80 = -216 + 24 + 80 = -112 < 0$, т.е. это значение не является корнем уравнения $\Rightarrow$ можно обе части разделить на $(x+6)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\sqrt{x^3 - 4x + 80}}{\sqrt{2}} = x + 4$$

левая часть $\geq 0 \Rightarrow$ правая тоже, т.е. $x \geq -4$
Возведем обе части в квадрат

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x = 4 \text{ - корень } (64 - 32 - 80 + 48 = 0)$$

$$(x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 & (1) \\ x = -1 - \sqrt{13} & (2) \\ x = -1 + \sqrt{13} & (3) \end{cases}$$

По схеме Горнера:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -20 & 48 \\ 4 & 1 & 2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$(1) \quad 4 \geq -4$$

$$4^3 - 4 \cdot 4 + 80 = 128 > 0, \text{ т.е. } \text{подкор. выраж.} > 0$$

$\Rightarrow 4$ - корень

$$(2) \quad -1 - \sqrt{13} \leq -4$$

$$3 \leq \sqrt{13}$$

$$9 \leq 13$$

$\Rightarrow -1 - \sqrt{13}$ - не корень

$$(3) \quad -1 + \sqrt{13} > 0 > -4$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{13} - 1)^3 - 4(\sqrt{13} - 1) + 80 = \\ & = 13\sqrt{13} - 3 \cdot 13 + 3\sqrt{13} - 1 - 4\sqrt{13} + 4 + 80 = \\ & = 12\sqrt{13} + 44 > 0, \text{ т.е. } \text{подкор. выраж.} > 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow -1 + \sqrt{13}$ - корень

Ответ: $\sqrt{13} - 1$; 4

Задача 4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2: 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 0; (x-2)^2 \geq 0$$

$$x < 2: 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

Найдем корни левой части:

$$2x^2 - 3x + 6 \geq 0, \text{ т.к. } D = 9 - 48 < 0$$

т.е. неравенство всегда верно
решением является $x \in [2; +\infty)$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x=1 - \text{корень } (2+3-5-4+4=0)$$

По схеме Горнера:

	2	3	-5	-4	4
1	2	5	0	-4	0

$$(x-1)(2x^3+5x^2-4)=0$$

$$x=-2 - \text{корень } (-16+20-4=0)$$

	2	5	0	-4
-2	2	1	-2	0

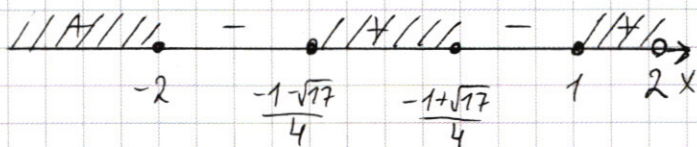
$$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)=0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-2 \\ x=\frac{-1-\sqrt{17}}{4} \\ x=\frac{-1+\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{4} > -2 \quad (-1-\sqrt{17} > -8, \quad 7 > \sqrt{17}, \quad 49 > 17)$$

$$\frac{-1+\sqrt{17}}{4} > \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$$

$$1 > \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \quad (4 > -1+\sqrt{17}, \quad 5 > \sqrt{17}, \quad 25 > 17)$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2)$$

Объединив два решения, получим: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$

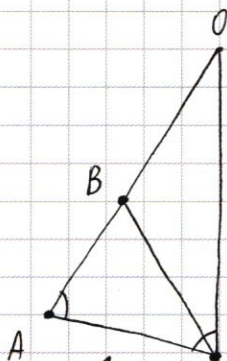
Задача 5

Найдем радиусы окружностей, по которым движется
тело. радиус водометов $r_0 = \sqrt{4 + 4 \cdot 7} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

радиус тупа $r_* = \sqrt{25 + 25 \cdot 7} = \sqrt{25 \cdot 8} = 10\sqrt{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

П.к. тела движутся с разной скоростью по дугам ^{с одной стороны от полавки} ~~с одной стороны от полавки~~ ^{на одной прямой} ~~на одной прямой~~. Докажем, что в таком случае расстояние минимальное



$$OA = OC \Rightarrow \triangle OAC - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA$$

$$\angle ACB < \angle OCA = \angle OAC$$

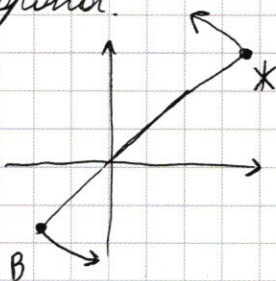
т.к. $\angle ACB < \angle OAC$, то $AB < BC$, т.е. ~~AB~~ расстояние AB - наименьшее

В - положение водомерки, А - положение туна (на одной прямой),
С - другое положение туна

Найдем расстояние между телами изначально:

$$\sqrt{(15+2)^2 + (15\sqrt{7} + 2\sqrt{7})^2} = \sqrt{7^2 + 7^2 \cdot 7} = \sqrt{7^2 \cdot 8} = 14\sqrt{2}. \text{ Но } 14\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = V_B + V_X,$$

т.е. они летят на одной прямой с полавкой, но по разные стороны.



Первый раз они „встретятся“, когда туна пройдет пол-пути, а водомерка соответственно 1 путь. В этот момент положение туна диаметрально противоположно его начальному положению. $\Rightarrow$ координаты $(-5; -5\sqrt{7})$

В дальнейшем за 1 путь туна водомерка делает 2 пути.

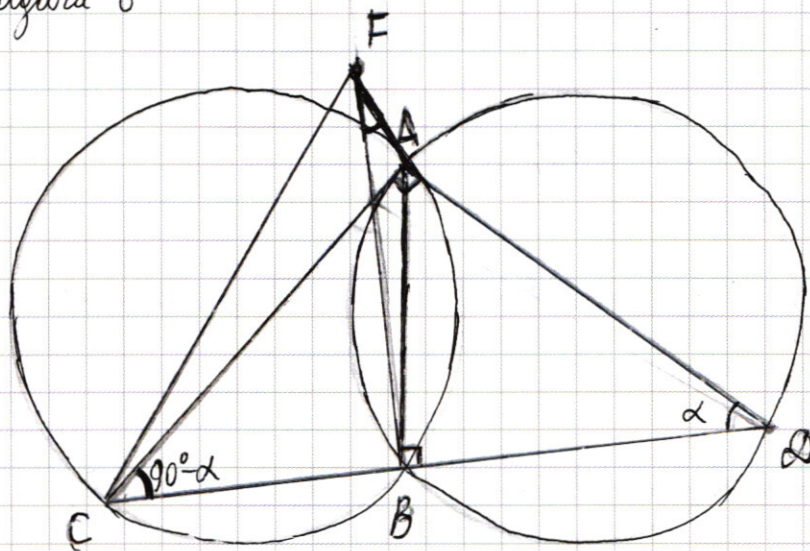
Если „встреча“ на 1 пути водомерки, то $\varphi = 2\varphi \Rightarrow \varphi = 0$
(φ - угол, пройденный туной)
поперечное положение $(-5; -5\sqrt{7})$

Если „встреча“ на 2 круге туна, то $\varphi = 2\varphi - 360^\circ \Rightarrow \varphi = 360^\circ$
 начальное положение
 $(-5; -5\sqrt{7})$

П.р. они будут встречаться только в $(-5; -5\sqrt{7})$ через
 каждый круг туна.

Ответ: $(-5; -5\sqrt{7})$

Задача 6



$\triangle CAB$ и $\triangle BAD$ вписаны в
 окружности равных ради-
 усов.

$$\angle ADC = \alpha; \angle ACD = 90^\circ - \alpha$$

$$\text{Поэтому } 2R = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha; \tan \alpha = 1;$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

П.к. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, то $\alpha = 45^\circ$, т.е. $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$, $AC = AD$

П.к. $BD = BF$ и $\angle FBD = 90^\circ$, то $\angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

$\angle BDF = 45^\circ$, $\angle BFA = 45^\circ$, они по одну сторону $\Rightarrow F, A, D$ на одной
 прямой

$\angle BCA = \angle BFA = 45^\circ$ они опираются на $AB \Rightarrow$ лежат на одной
 окружности, т.е. $BCFA$ - на одной окр.

П.к. CF лежит на окружности и $\angle CBF = 90^\circ$, то CF -
 диаметр $\Rightarrow \underline{CF = 10}$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} CA \cdot AF$$

Ответ: а) 10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $700 = 7 \cdot 10 \cdot 10 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

В числе ~~должен~~ ^несть 7, 2, 5, 5, 1, 1, 1 или ²7, 4, 5, 5, 1, 1, 1
также 2 другие цифры, кроме 2 двоек числа ~~содержит~~, т.е.

$7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9 \quad 2 \cdot 5 > 9 \quad 5 \cdot 5 > 9 \quad 7 \cdot 5 > 9$

1) $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{210}{1680} = 1680$

2) $\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 40 \cdot 21 = 840$

$\begin{array}{r} 1680 \\ + 840 \\ \hline 2520 \end{array}$

2. $b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S$

$b_1 + \dots + b_n = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{n-1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$

$b=2 \quad q=2$

$\frac{2 \cdot 3}{1} = 6$

$b_1 + b_4 + \dots + b_{2998} = S_1 =$

$b_2 + b_5 + \dots + b_{2999} = S_2 =$

$S_1 + S_2 + S_3 = S$

$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = S_3 =$

$S_1 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q^3 - 1} \quad S_2 = \frac{b_1 q(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \quad S_3 = \frac{b_1 q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$

$\frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + q + q^2)}{q^3 - 1} = S$

$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S$

~~$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S$~~

$$S_1 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$S_1 + qS_1 + q^2S_1 = S$$

$$S_1 + S_2 + 50S_3 = 10S$$

$$\begin{cases} S_1 + qS_1 + 50q^2S_1 = 10S \\ S_1 + qS_1 + q^2S_1 = S \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 + qS_1 + 50q^2S_1 = 10S \\ S_1 + qS_1 + q^2S_1 = S \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1(1 + q + 50q^2) = 10S \\ S_1(1 + q + q^2) = S \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1(1 + q + 50q^2) = 10S \\ S_1(1 + q + q^2) = S \end{cases}$$

$$\frac{1 + q + 50q^2}{1 + q + q^2} = 10$$

$$1 + q + 50q^2 = 10 + 10q + 10q^2$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80} = \frac{48}{80} \vee \frac{-30}{80}$$

$$q = \frac{48}{80} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P_1 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$P_2 = \frac{b_1 q(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$P_1 + qP_1 = S$$

$$P_1 + 2qP_1 = ?$$

$$P_1(1 + 2q) = kS$$

$$\frac{kS}{S} = \frac{1 + 2q}{q + 1} \quad k = \frac{1 + 2q}{q + 1} = \frac{1 + 1.2}{1.6} = \frac{2.2}{1.6} = \frac{22}{16} =$$

$$= \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$3. \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{x^3}{2} - 2x + 40} - (x+4) \right) = 0$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 4x + 80}}{\sqrt{2}} = x + 4 \quad \boxed{x \geq -4}$$

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 8x + 16$$

$$\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & -20 & 48 \\ & 1 & -10 & 28 \\ & -2 & 1 & -4 \\ & & 4 & 1 \end{array}$$

$$x = -6 \quad (-6)^3 - 4(-6) + 80 = -216 + 24 + 80 = -216 + 104 = -112 < 0$$

$\Rightarrow$ не имеет корней

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x = 4 \quad \begin{array}{cccc} 1 & -2 & -20 & 48 \\ 4 & 1 & 2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x^3 - 2x - 12 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 48 = 52 \quad \frac{D}{4} = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$64 - 16 + 80 = \frac{144 - 16}{128}$$

$$\begin{cases} x = 4 & \checkmark \\ x = -1 - \sqrt{13} \rightarrow -1 - \sqrt{13} \leq -4 & \times \\ x = -1 + \sqrt{13} & 3 \leq \sqrt{13} \\ & 9 < 13 \\ & \downarrow \checkmark \end{cases}$$

$$(2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})\sqrt{64 - 16 + 80} = 16 + 40\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2}\sqrt{128} = 80$$

$$5\sqrt{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{2} = 80 \quad \checkmark$$

$$-1 + \sqrt{13} \geq -4$$

$$\sqrt{13} \geq -3$$

Order: $(4) \quad (-1 + \sqrt{13})$

$$(-1 + \sqrt{13})^3 - 4(-1 + \sqrt{13}) + 80 \geq 0$$

$$(\sqrt{13} - 1)^3 - 4(\sqrt{13} - 1) + 80 \geq 0$$

$$13\sqrt{13} - 3 \cdot 13 + 3\sqrt{13} - 1 - 4\sqrt{13} + 4 + 80 \geq 0$$

$$12\sqrt{13} + 44 \geq 0$$

$$4. \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2: 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$x < 2: 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$D = 9 - 48 < 0 \Rightarrow \text{всегда} \geq 0$$

$$\boxed{x \geq 2}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$D = 9 + 48 = 57$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x=1 \quad \begin{array}{cccccc} 2 & 3 & -5 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

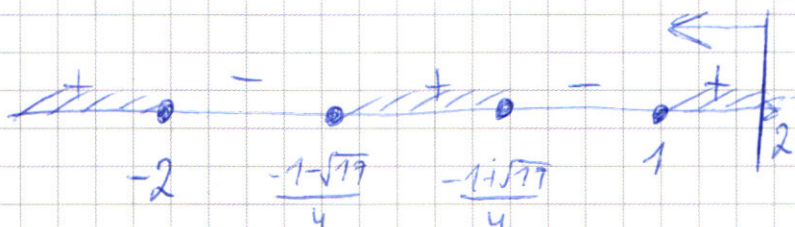
$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0$$

$$x=-2 \quad \begin{array}{cccccc} 2 & 5 & 0 & -4 \\ -2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \geq -2$$

$$-1 - \sqrt{17} \geq -8$$

$$7 \geq \sqrt{17}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \leq 1$$

$$-1 + \sqrt{17} \leq 4$$

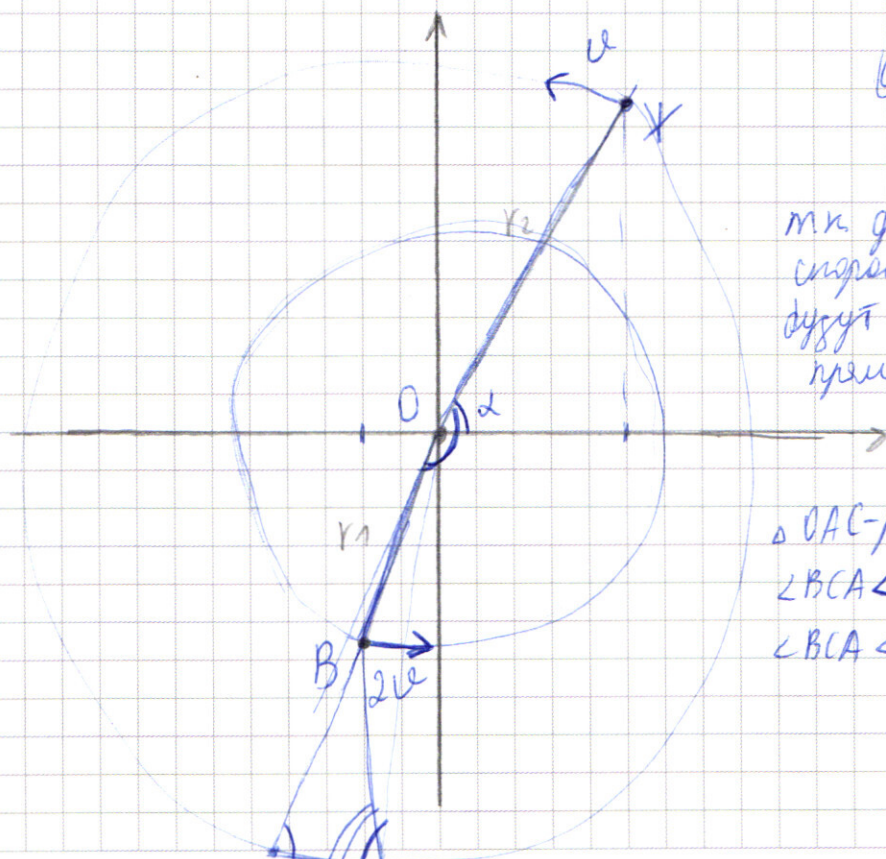
$$\sqrt{17} \leq 5$$

$$r_1 = \sqrt{4 + 28} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$r_2 = \sqrt{25 + 25 - 7} = \sqrt{25 \cdot 8} = \sqrt{5^2 \cdot 2^3 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

т.к. движущиеся с равной скоростью, то перемещения будут направлены по одной прямой с начальными



$\triangle OAC$ - равнобедр. $\angle OAC = \angle OCA$
 $\angle BCA < \angle OCA = \angle OAC$
 $\angle BCA < \angle OAC \Rightarrow BA < BC$

A

C

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

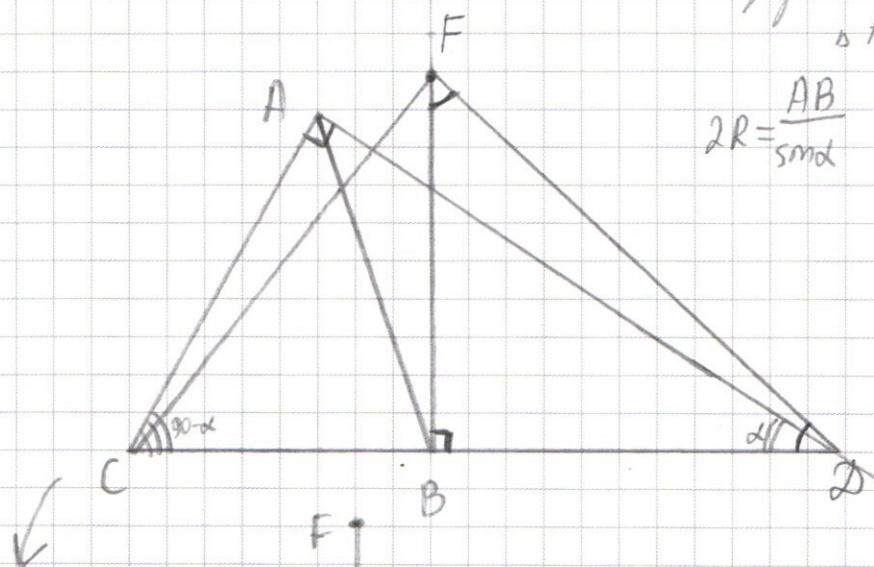
Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$700 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \Rightarrow$ в восьмизначном числе обязательно есть данные множители, некоторые из которых могут быть объединены в один, т.е. записано их произведение



Пропорция $\triangle ABD$ сир. рад. 5
 $\triangle ABC$ сир. рад. 5

$$2R = \frac{AB}{\sin \alpha}$$

$$2R = \frac{AB}{\sin(90-\alpha)}$$

$$\sin(90-\alpha) = \cos \alpha$$

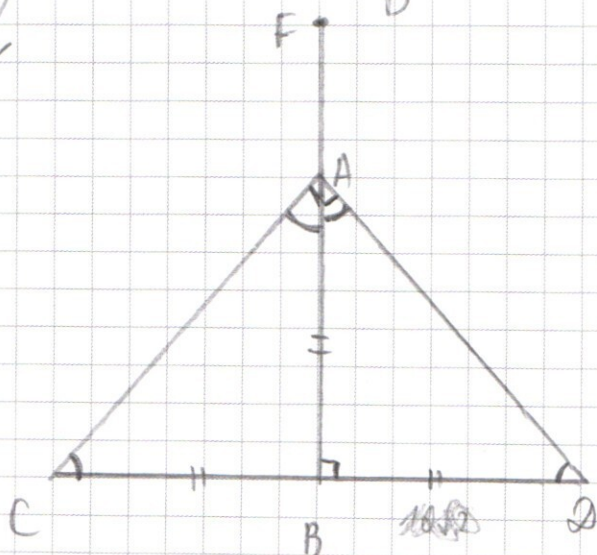
$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{т.к. } \alpha < 90, \text{ то } \alpha = 45$$

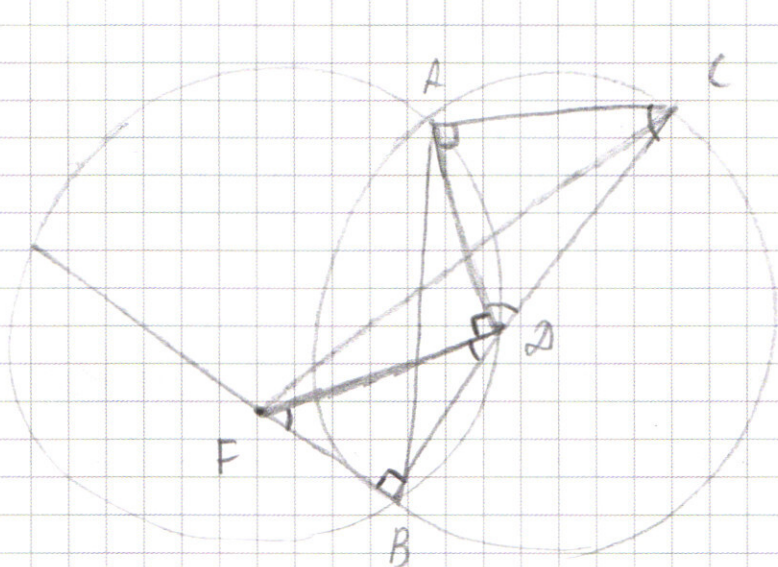


$$R = \frac{AD}{2} = \frac{AC}{2} = 5$$

$$AD = AC = 10$$

$$2BD^2 = AD^2$$

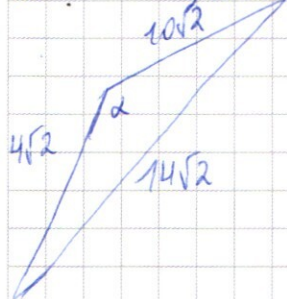
$$BD = \sqrt{2} AD = \sqrt{2} \cdot 10$$



$$CF = \sqrt{BC^2 + BD^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

если встретятся, то



$$\sqrt{7^2 + 7^2 \cdot 2} = \sqrt{7^2 \cdot 8} = \sqrt{7^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 14\sqrt{2}$$

$$14^2 \cdot 2 = 100 \cdot 2 + 16 \cdot 2 - 2 \cdot 10 \cdot 2 \cos \alpha$$

$$80 = 80 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -1$$

$$\alpha =$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ -14 \\ \hline 56 \\ 74 \\ \hline 190 \\ 2 \\ \hline 392 \end{array}$$

$4\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 14\sqrt{2} \Rightarrow$ летят на одной прямой

$$\begin{aligned} \varphi + 180^\circ &= 2\varphi \\ \varphi &= 180^\circ \end{aligned}$$

когда хук пройдет пол-пути водонор 1 путь $\Rightarrow$ встретятся

2х ~~х~~ ~~х~~ в этой точке они встретятся еще через

1 путь нук, нук $\Rightarrow \varphi = 2\varphi$

$$\varphi = 2\varphi - 360^\circ$$

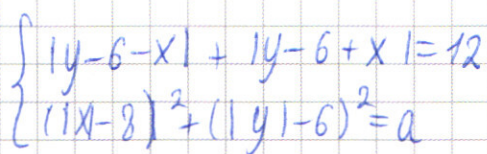
за это время водонор
2 пути

$\varphi = 0$ - начальная точка

$\varphi = 360^\circ$ - тоже самое

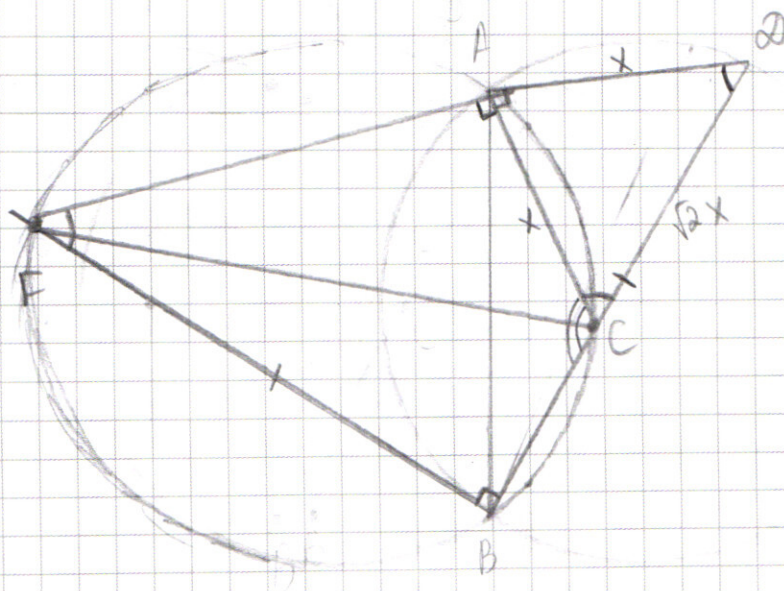
только одна точка - диаметр противополож. начальной

$$(-5 - 5\sqrt{7})$$



$$AB = 2R \sin 45^\circ = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$2R = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$



$$\sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = 45$$

$$45 \times 90 = 135$$

$\Rightarrow$ 5, 4, 2 на одну

$\angle FAC + \angle FBC = 180^\circ \Rightarrow F$ na circ. ACB

$$\angle FAC = 90^\circ \rightarrow FC - \text{гипотен.}$$
$$FC = 2R = \underline{10}$$