

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $a_1 \dots a_8$ $a_1 \dots a_8 = 7.5^2 \cdot 2^2$

т.к. 2,5 - простое и при разложении
на простые множители 2,5 станут 270
(т.е. не смогут входить в 3-ю. группу в виде цифр)

$\Rightarrow$ 2,5 входит в 3-ю. группу
Но остальные числа м.б. вида 22, 11, 1
или 4, 1, 1, 1, 1

1) 25522111 (две "5", две "2")
$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

2) 25541111 (две "5", четыре "1")
$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 84 \cdot 30 = 2520$$

Ответ: 2520

2. Пусть 9-я группа ист. проц.
Тогда у проц. 50 б3, 50 б6, ..., 50 б3000
групп 93, а у проц. 2 б2, ..., 2 б3000

Т.е.
$$\frac{b_1 (9^{3000} - 1)}{9 - 1} = 5 \quad (1)$$

$$50 \frac{b_3((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} \frac{b_2((q^3)^{1000} - 1)}{q^2 - 1} =$$

$$= 10S \quad (2)$$

$$2b_2 \frac{(q^2)^{1500} - 1}{q^2 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{b_2((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1} = S' \quad (3)$$

$$\frac{(2)}{(1)}: 1 + 49q^2 \frac{q-1}{q^3-1} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{q^2+q+1} = \frac{q^2(q-1)}{q^3-1} = \frac{q}{49} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 49q^2 = q^2 + q + 1 \quad 49q^2 - q - 1 = 0$$

$$(29q+3)(5q-3)=0$$

$$\text{т.к. все } b_1, \dots, b_{3000} > 0 \Rightarrow q > 0 \Rightarrow q = \frac{3}{5}$$

$$\frac{(3)}{(1)}: \frac{S'}{S} = 1 + \frac{q(q-1)}{q^2-1} = 1 + \frac{\frac{3}{5}(1-\frac{3}{5})}{\frac{9}{25}-1} =$$

$$= 1 + \frac{6}{25} \cdot \frac{16}{25} = \frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow S' = \frac{11}{5} S$$

$$\text{Ответ: } \frac{11}{5} S.$$

$$3. \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

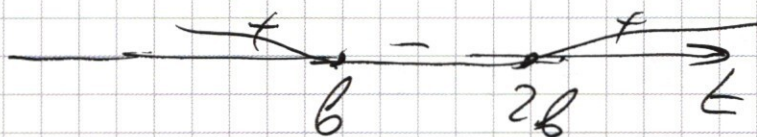
$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2|x-2| \geq 0$$

$$\text{Пусть } b = x^2 \quad t = |x-2|, \text{ тогда}$$

$$2b^2 + t^2 - 3bt \geq 0$$

$$(t-2b)(t-b) \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} x \geq 2b \\ x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x-2| \geq 2x^2 \\ |x-2| \leq x^2 \end{cases}$$

$$1) 2x^2 - |x-2| \leq 0$$

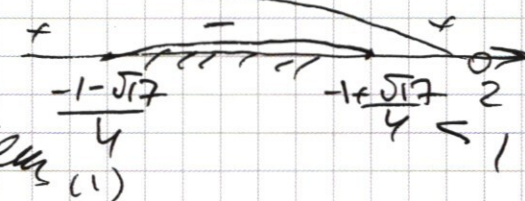
$$x \geq 2: 2x^2 - x + 2 \leq 0$$

$$A=2^2, D < 0 \Rightarrow \text{невозможн}$$

$$x < 2: 2x^2 + x - 2 \leq 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$x \in \left[-2, \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}, 1 \right] \text{ — решение (1)}$$

$$2) x^2 - |x-2| \geq 0$$

$$x \geq 2: x^2 - x + 2 \geq 0$$

$$A=1^2, D < 0 \Rightarrow \text{невозможн.}$$

при $\forall x \in \mathbb{R}$ выполн

$$\text{т.о. } x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty) \quad (2)$$

объед. (1), (2) и (3)

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$

$$3) \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \leq 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2} (x+4) \right) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 8 = 2(x^2 + 2x + 16) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x \geq -4 \\ x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x = 4: 64 - 32 - 80 + 48 = 0 \text{ — верно } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ — решение}$$

$$(x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\cancel{(x - 4)} \cancel{(x + 2)} x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = 52 \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

T.O

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x \geq -4 \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 - \sqrt{13} < -4 \\ x = -1 + \sqrt{13} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 4 \\ x = \sqrt{13} - 1 \end{cases}$$

Ответ: $-6; \sqrt{13} - 1; 4$.

$$5. R_m = \sqrt{4 + 4 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$R_N = \sqrt{25 + 25 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

$$U_m = 2U_N$$

поскольку $R_N = R_m$

$$T.k \quad \frac{U_m}{R_m} \vee \frac{U_N}{R_N} \quad \frac{2U_N}{4\sqrt{2}} > \frac{U_N}{10\sqrt{2}} \quad \frac{1}{2} > \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{dI_m}{dt} > \frac{dI_N}{dt}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть хук стоит тогда воданерка вращается
по своей окр-ти с $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi_m}{dt} = \frac{d\varphi_N}{dt}$

⇒ воданерка пройдет все т. своей окр-ти
тогда $\varphi = 2\pi$ если S - радиус м/ч каск., то
 x, y - коорд воданерки

$$S^2 = (5-x)^2 + (5\sqrt{2}-y)^2 = 200 + 32 - 10x - 10\sqrt{2}y$$

$$(x^2 + y^2 = R_m^2 = 32)$$

Найдем максимум $F(x, y) = -10x - 10\sqrt{2}y =$
 $= -10x - 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{32-x^2}$ ($x \in [-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}]$)

$$F'(x) = -10 - 10\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{32-x^2}} \cdot (-2x) = 0$$

$$\frac{10\sqrt{2}x}{\sqrt{32-x^2}} = 10 \Rightarrow 32-x^2 = x^2$$

$$x^2 = \frac{32}{2} = 4$$

Т.к. в пар. макс. в-ки $\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$

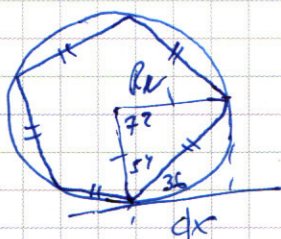
$M_0(-2; -2\sqrt{2})$, т.е. $x_m = -2$, то

касат. в и. момент кратчайшее и
коорд хука $(5; 5\sqrt{2})$. Пусть время, когда
воданерка в т. $x = -2$ хук победит. Но
исходе Δt

$$2\pi R_N = 2\pi R_m$$

$$v_N = 2\pi R_N \quad 2\pi R_m \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{R_m}{R_N v} \Rightarrow \tau = \frac{R_m}{2R_N} = \frac{4\sqrt{2}}{2 \cdot 10\sqrt{2}} = \frac{1}{5}$$



Тогда хор. гер. на 5 дуг равны
и можно найти перпендику-
лярные (т.к. равные х-гвы сечены
равные дуги)

$$dx = \cos 36 \sqrt{R_N^2 + R_N^2 - 2R_N^2 \cos 72}$$

При ^{координат} $x_2 = 2$ верно что $y_2 = 557$, а сн-по
взаимна от. т.ко пр-на пополам
хор-м $\Rightarrow$ все точки в которых
расст. дуг перек. минимально это
Хуна (5; 557) и все т. касод
перез то от дуги хор. Хуна, т.е

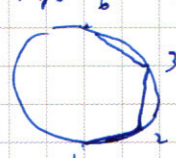
$$dx = \cos 18 \sqrt{2R_N^2 (1 - \cos 36)}$$

$$a \ dy = \sin 18 \sqrt{2R_N^2 (1 - \cos 36)}$$

$$dx = \cos 18 R_N \sqrt{2 - 2 \cdot (\cos^2 18 - 1)} = 2 \cos 18 R_N \sqrt{1 - \cos^2 18} =$$

$$= 2 \cos 18 \sin 18 R_N = 2 \sin 36 R_N$$

$$dy = 2 \sin^2 18 R_N$$



Т.о. пер. Т. это (5; 557); $(5 \pm 2052 \sin 36; 557 +$
 $\pm 2052 \sin^2 18);$
 $(557 + 2552 \sin^2 18 \cdot 2052)$

Ответ: (5; 557); $(5 \pm 2052 \sin 36; 557 + 2052 \sin^2 18);$
 $(557 + 2552 \sin^2 18 \cdot 2052 \sin 36; 557 + 2552 \sin^2 18 \cdot 2052).$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$7. \quad \begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

$$y > x+6; \quad y-6-x$$

Если (x_0, y_0) - реш. с-мы, то $(-x_0, y_0) \Rightarrow$
также реш., тогда б.о.о. $x \geq 0$

$$y > x+6; \quad \begin{cases} y-6-x + y-6+x = 12 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=12 \\ (|x|-3)^2 = a-36 \end{cases}$$

Если $a-36 < 64$, то реш. $\emptyset$, т.к. погр.
и равных $x \Rightarrow a-36 > 64 \Rightarrow a > 100$
т.е.

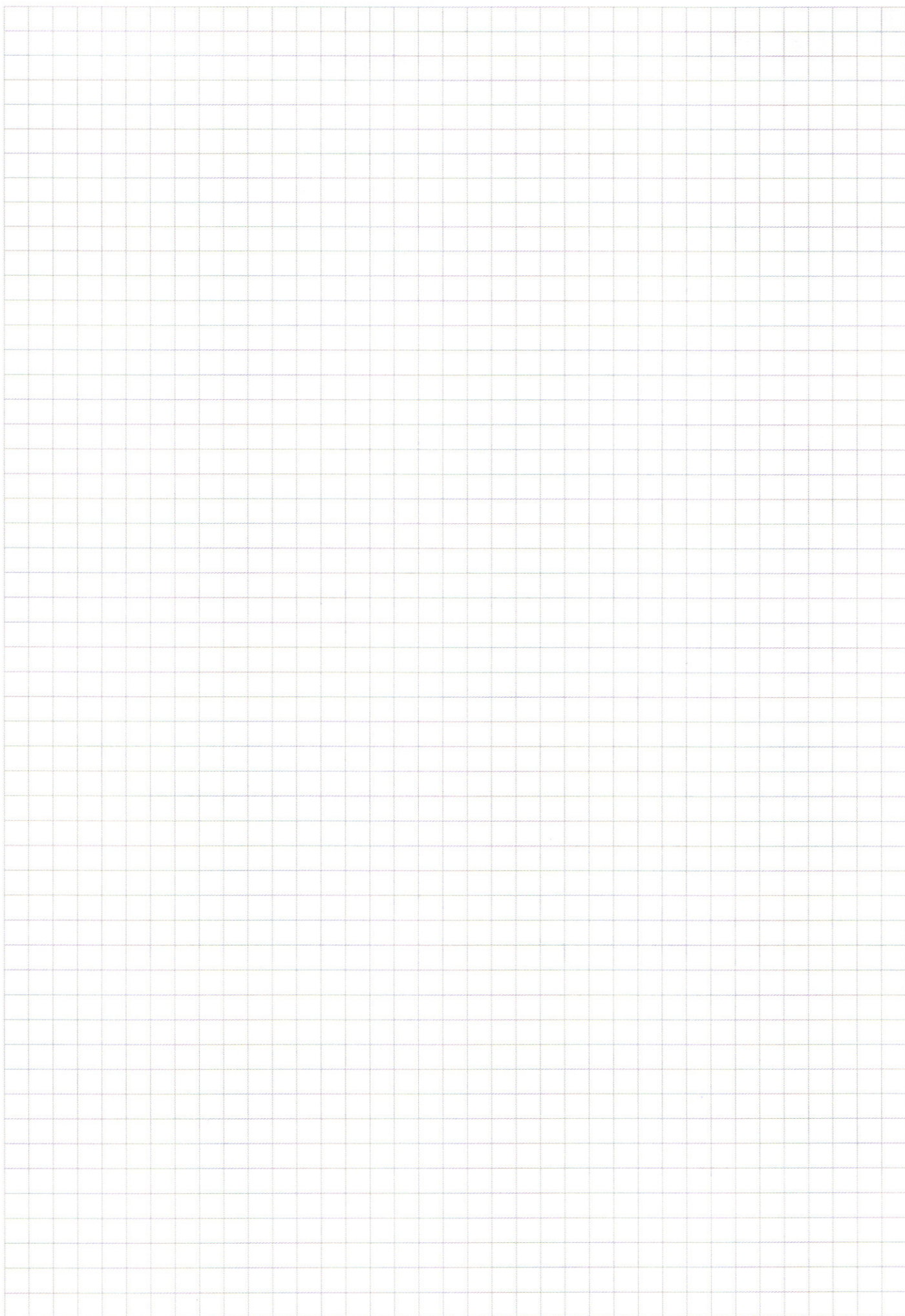
$$\begin{cases} y=12 \\ |x|-3 = \sqrt{a-36} \end{cases}$$

если реш.?, то
 $\Rightarrow$ реш. существуют либо (x_0, y_0) $(-x_0, y_0)$
либо $(0, y_1)$ $(0, y_2)$

$$x < -6 \leq y < x+6: \quad \begin{cases} -y+6+x - y+6-x = 12 \\ (|x|-3)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases} \Rightarrow$$

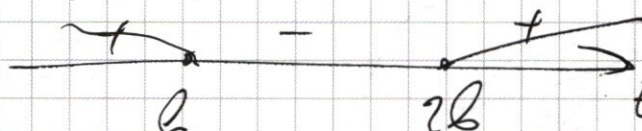
$$\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ (|x|-3)^2 = a-36 \end{cases}$$

Своб. $a > 100$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(t-2b)(t-b) \geq 0$$



$$\begin{cases} t \geq 2b \\ t \leq b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x+2 \geq 2x^2 \\ 1x-2 \leq x^2 \end{cases}$$

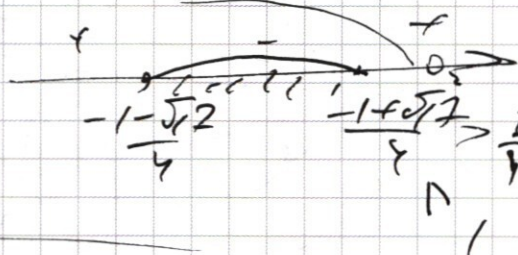
$$\begin{aligned} 2x^2 - 1x - 2 &\leq 0 \\ x \geq 2 \quad 2x^2 - x + 2 &\leq 0 \end{aligned}$$

$D < 0 \Rightarrow$
невозм.

$$\begin{aligned} x < 2 \\ 2x^2 + x - 2 &\leq 0 \\ (2x-1)(x+2) \end{aligned}$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$x^2 - 1x - 2 \geq 0$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) (\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2} (x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \end{cases}$$

$$64 - 32 - 80 + 78$$

$$x^2 - 4x + 80 = (x - 8)(x - 10)$$

$$80 = 16 \cdot 5 = 8 \cdot 10$$

6.

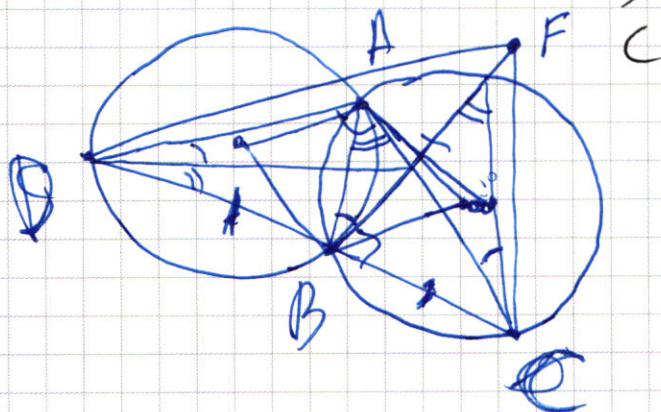
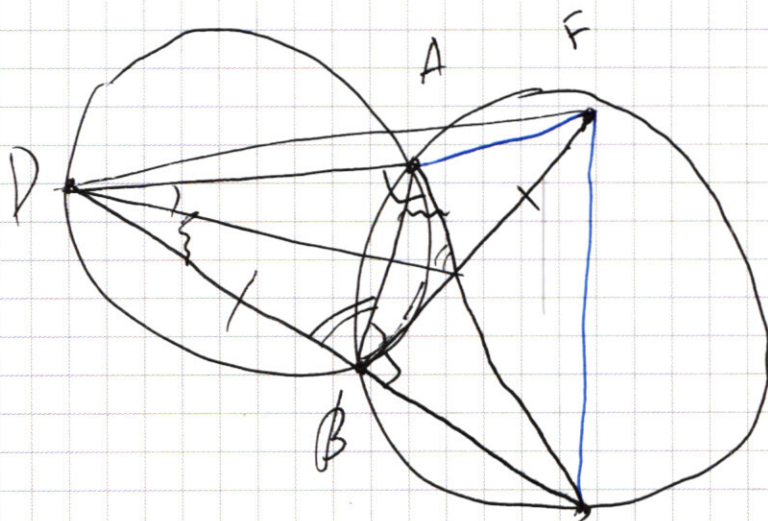
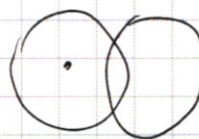
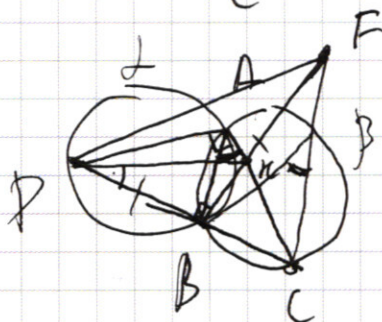
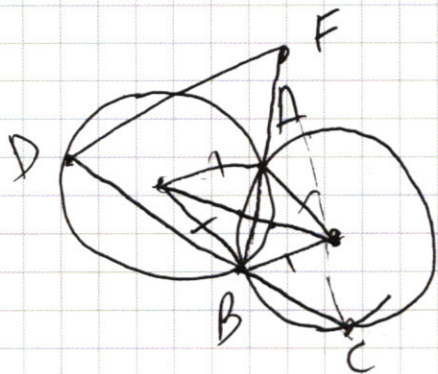
$$r = 5$$

$$2|y - 6| = 12$$

$$(\cancel{1x-8})^2 + (|y| - 6)^2 = 4$$

$$y = 12 \rightarrow$$

$$y = 0 \rightarrow$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \frac{b_2((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1} + \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} - \frac{b_2((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1} = s'$$

$$\frac{s'}{s} = 1 + \frac{q(q-1)}{q^2-1} = \frac{2q^2 - q - 1}{q^2 - 1}$$

$$\frac{q^2}{q^3 + q + 1} = \frac{q^2(q-1)}{q^3 - 1} = \frac{q}{4q}$$

$$(q-1)(q^2 + q + 1)$$

$$40 = 35 = 10 \cdot q$$

$$49q^2 - 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

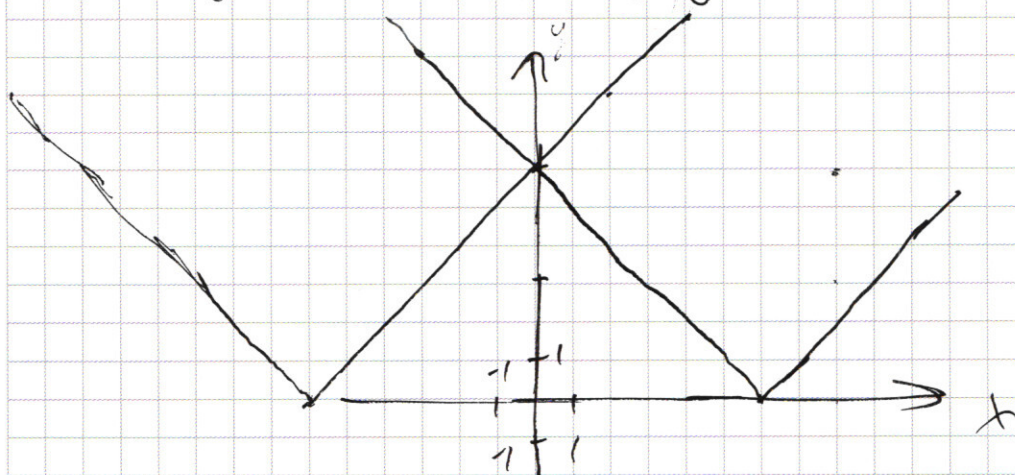
$$(8q + 3)(5q - 3) = 0$$

$$q > 0 \Rightarrow q = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{s'}{s} = 1 + \frac{\frac{3}{5} \cdot (-\frac{2}{5})}{\frac{9}{25} - 1} = 1 + \frac{6}{25 \cdot \frac{16}{25}} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

$$7. \quad |y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 4$$



$$7. k \quad |y-6-x| + |y-6+x| = 12 = \text{const}$$

$$\Rightarrow |y-6-x| = ax + b \quad |y-6+x| = -ax + d$$

$b+d=12$

$$5. \quad R_n = \sqrt{4 + 4 \cdot 7} = 2 \cdot 2.5 = 5$$

$$R_n = \sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 5 \cdot 2.5 = 12.5$$

$5_m = 2.5_n$

$$x_1^2 + y_1^2 = R_m^2 = 32$$

$$x_2^2 + y_2^2 = R_n^2 = 100 - 2 = 98$$

$$\frac{(dx_1)^2 + (dy_1)^2}{dt} = \frac{(dx_2)^2 + (dy_2)^2}{dt}$$

$$(x_1 + dx_1)^2 + (y_1 + dy_1)^2 = 32 \quad (1)$$

$$(x_2 + dx_2)^2 + (y_2 + dy_2)^2 = 98 \quad (2)$$

$$(1) - (2) = 32 - 98 + 2x_1 dx_1 + 2y_1 dy_1$$

$$(dy_1)^2 + (dx_1)^2 + 2(x_1 dx_1 + y_1 dy_1) = 0$$

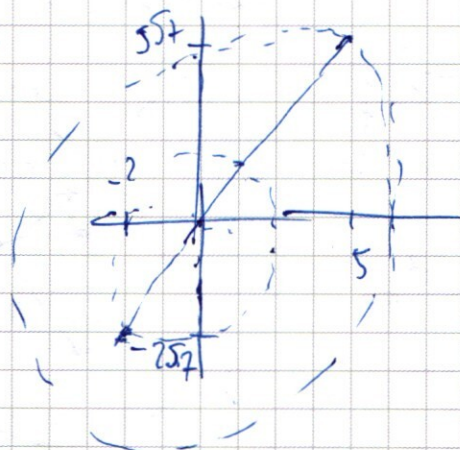
$$(dy_2)^2 + (dx_2)^2 + 2(x_2 dx_2 + y_2 dy_2) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(dy_2)^2 + (dx_2)^2 + 2(x_1 dx_1 + y_1 dy_1 - x_2 dx_2 - y_2 dy_2) = 0$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{(x_2 + dx_2 - x_1 - dx_1)^2 + (y_2 + dy_2 - y_1 - dy_1)^2} = \\ &= \sqrt{(5 + 2 + dx_2 - dx_1)^2 + (2\sqrt{2} + dy_2 - dy_1)^2} = \\ &= \sqrt{49 + (dx_2)^2 + (dx_1)^2 + 14 dx_2 - 14 dx_1 - 2 dx_2 dx_1 + \\ &+ 49 \cdot 2 + (dy_2)^2 + (dy_1)^2 + 14\sqrt{2} dy_2 - 14\sqrt{2} dy_1 - \\ &- 2 dy_1 dy_2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (x_2 + dx_2)^2 + (x_1 + dx_1)^2 - 2(x_2 + dx_2)(x_1 + dx_1) + \\ &+ (y_2 + dy_2)^2 + (y_1 + dy_1)^2 - 2(y_2 + dy_2)(y_1 + dy_1) = \\ &= 232 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{225}{10\sqrt{2}} &= \frac{5}{4\sqrt{2}} \\ \Delta W &= \frac{5}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{20\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$S = (5-x)^2 + (5\sqrt{2}-y)^2 = 200 + 32 - x^2 - y^2 = 32 - 10x - 10\sqrt{2}y$$

$$y = \sqrt{32-x^2}$$

$$F(x) = 10x + 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{32-x^2} \quad \text{with } x \in [-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}]$$

$$F'(x) = 10 + \frac{1}{2\sqrt{32-x^2}} \cdot 10\sqrt{2} \cdot (-2x) = 0$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{32-x^2}} = -\frac{20}{10\sqrt{2}x}$$

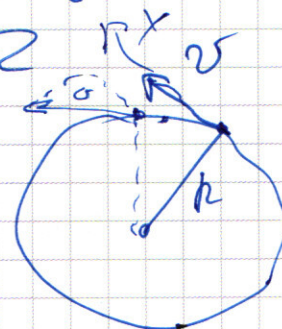
$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 10 = \frac{10\sqrt{2}x}{\sqrt{32-x^2}}$$

$$2 - 2\cos^2 \alpha = 100 \cdot (32-x^2) = 100 - 2x^2$$

$$x^2 = 4 \quad x = 2$$

$$S_{\max} = 232 - 10x - 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{32-x^2} = 232 - 20 - 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{28} = 232 - 20 - 140 = 72$$

$$\frac{dV_x}{dL} = 1 + gL = 4L$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $a_1 \sim a_2$

$$a_1 \sim a_2 \Rightarrow 700 \leq 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

Т.к. 7, 5 - простые и при делении
на большее из чисел 2, 5 станут ≥ 10 , то
цифры 7, 5 войдут в 8-е из чисел
Но старые числа м.б. вида $\geq 2, 11$

или 4, 11, 11

1) $7 \ 5 \ 5 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

2) $7 \ 5 \ 5 \ 4 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$

$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2}$$

$$\text{ответ: } \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 84 \cdot 30 = 2520$$

2. $\frac{b_1(9^{1000} - 1)}{9 - 1} = 5$

$$50. \frac{b_3((9^3)^{1000} - 1)}{9^3 - 1} + \frac{b_3(9^{3000} - 1)}{9 - 1} - \frac{b_3((9^3)^{1000} - 1)}{9^3 - 1} =$$

$$= 105$$

$$1 + 49 \cdot 9^2 \cdot \frac{9 - 1}{9^3 - 1} = 10$$

$$3. \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 =$$

$$80 = 4 \cdot 20 =$$

$$-(x+8)($$

$$\text{т.к. } x^3 + 10x + 24 > 0 \quad \text{то } x > 0$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ 96 \\ 48 \\ 576 \end{array}$$

$$x^3 - 4x + 80 = \frac{(x^2 + 10x + 24)^2}{x+6}$$

$$x^4 - 4x^2 + 80x + 6x^3 - 24x - 480 = 2x^4 + 200x^2 + 2576x + 2 \cdot 20x^3 + 148x^2 + 480x \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 1152 - 480 \\ = 672 \cdot 20 \\ 1372 \end{array}$$

$$x^4 + 39x^3 + 300x^2 + 880x + 672 = 0$$

$$x^3 - ax^2 + ax - 4a + 80$$

$$x^3(x-a) \quad (ax + \frac{80}{a})(x-a)$$

$$-\frac{80}{a} - a^2 = -4$$

$$a^2 + \frac{80}{a} - 4 = 0$$

$$\frac{a^3 - 4a + 80}{a} = 0$$

$$2x^4 + x^3 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2(x-2) \geq 0$$

$$t = x-2$$

$$2(t+2)^4 + t^2 - 3(2+t)^2 \cdot |t| \geq 0$$

$$t^2 - 36t + 24 \geq 0$$

$$26 + t^2 - 36t \geq 0$$

$$(t^2 - 36)(t-6) \geq 0$$

