МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [5 баллов] Бросили 90 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что эта сумма не меньше 500, или того, что эта сумма меньше 130?

2. [4 балла] Дана конечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2 \ldots, a_n$ с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна S, а $a_1 > 0$. Известно, что если разность прогрессии увеличить в 4 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма S увеличится в 3 раза. А во сколько раз увеличится S, если разность исходной прогрессии увеличить в 2 раза (оставив первый член неизменным)?

3. [4 балла] Решите неравенство $\left(\sqrt{x^3+x-90}+7\right)\left|x^3-10x^2+31x-28\right| \leqslant 0$.

4. [5 баллов] Решите уравнение $5x^4+x^2+8x-6x^2|x+4|+16=0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(-2;4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет наибольшим.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D, пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и пересекает вторично окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{4}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1.

   б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD=2$.

7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}(x-a)^2+y^2=64,\\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=289\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 2. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$S = a_1 + a_2 \dots + a_n$

d – разность начальной арифметической прогрессии.

S_1 – сумма АП когда разность увеличили в 4.

S_2 – сумма АП когда разность увеличили в 2.

$d_1 = 4d \quad d_2 = 2d$

$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad a_n = a_1 + d(n-1)$

$S = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}$

$S_1 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad a_n = a_1 + d_1(n-1) = a_1 + 4d(n-1)$

$S_1 = \frac{a_1 + a_1 + 4d(n-1)}{2} \cdot n = (a_1 + 2d(n-1)) \cdot n$

$\frac{S_1}{S} = 3 \qquad \frac{S_1}{S} = \frac{(a_1 + 2d(n-1))n}{\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n} = \frac{(2a_1 + 4d(n-1)) \cdot n \cdot \cancel{2}}{(2a_1 + d(n-1)) \cdot n} =$

$= \frac{(2a_1 + 4d(n-1)) \cdot \cancel{2}}{2a_1 + d(n-1)} \Longrightarrow \frac{3}{1} = \frac{(2a_1 + 4d(n-1)) \cdot \cancel{2}}{2a_1 + d(n-1)} \Longrightarrow$

$\Longrightarrow 6a_1 + 3d(n-1) = (2a_1 + 4d(n-1)) \cdot \cancel{2}$

$4a_1 = d(n-1)$

$S_2 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad a_n = d_2(n-1) + a_1 = 2d(n-1) + a_1$

$4a_1 = d(n-1) \Longrightarrow$

$S_2 = \frac{a_1 + a_1 + 2d(n-1)}{2} = a_1 + d(n-1) = a_1 + 4a_1 = 5a_1$

$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} = \frac{2a_1 + 4a_1}{2} = 3a_1 \Longrightarrow \frac{S_2}{S} = \frac{5a_1}{3a_1} = \frac{5}{3}$

$\boxed{\text{Ответ: в } \frac{5}{3} \text{ раза}}$

Задание 3.

$$\underbrace{\left(-\sqrt{x^3+x-90}+7\right)}_{>0}\underbrace{\left|x^3-10x^2+31x-28\right|}_{\geq 0}\leq 0$$

$\Downarrow$

Единственный способ для выполнения неравенства:

$|x^3-10x^2+31x-28|=0$

$x^3-10x^2+31x-28=0$

$\Downarrow$

$(x-4)(x^2-6x+7)=0$

$x-4=0$ или $x^2-6x+7=0$

$x_1=4$ $\quad D=36-28=8 \quad \sqrt{D}=2\sqrt{2}$

$x_2=\frac{6-2\sqrt{2}}{2}=3-\sqrt{2} \quad x_3=3+\sqrt{2}$

Теперь надо проверить коректность этих корней (т.е чтобы выражение $x^3+x-90\geq 0$ т.к оно находится под корнем квадратным)

Проверяем это:

1) При $x=4$ $\quad x^3+x-90=64+4-90=68-90<0$

$\Downarrow$ $x=4$ (не подходит)

2) При $x=3-\sqrt{2}$

Итак: чем больше x, тем больше выражение: $x^3+x-90 \Rightarrow x=3-\sqrt{2}<2$, но при $x=2$:

$8+2-90=10-90=-80<0 \Rightarrow$ и при $x=3-\sqrt{2}$

$x^3+x-90<0 \Rightarrow x=3-\sqrt{2}$ (не подходит)

3) $x=3+\sqrt{2}$ $\quad x^3+x-90 \vee 0$

$(3+\sqrt{2})^2+(3+\sqrt{2}) \vee 90$

$48+30\sqrt{2} \vee 90$

$30\sqrt{2} \vee 42$

$10\sqrt{2} \vee 14$

$\sqrt{2} \vee 1{,}4$, но $\sqrt{2}>1{,}4 \Rightarrow x=3+\sqrt{2}$ - подходит

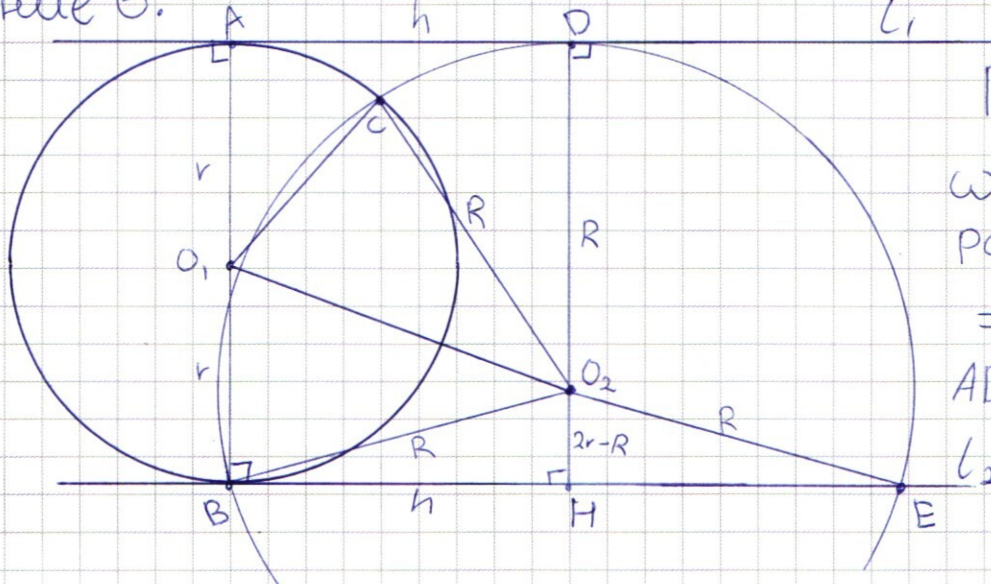
$\left((\sqrt{2})^2 \vee (1{,}4)^2 \quad 2 \vee 1{,}96 \quad 2>1{,}96 \Rightarrow \sqrt{2}>1{,}4\right)$

$\Rightarrow$ единственное решение: $\boxed{\text{Ответ: } x=3+\sqrt{2}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 6.



Пусть радиус $\omega_1 = r$
радиус $\omega_2 = R$.
$AD = BH = h$

а)

Решение: т.к l_1 и l_2 - косательные к ω_1 и $l_1 \parallel l_2$ $\Rightarrow$ A, O_1, B - лежат на одной прямой и $O_1A \perp l_1$, $O_1B \perp l_2$ (Отметим это на чертеже)

Аналогично точки $D; O_2; H$ - лежат на одной прямой и $O_2H \perp l_2$; $O_2D \perp l_1$.

Рассмотрим $\triangle BO_2H$ и $\triangle EO_2H$ - они равны (по гипотинузе $BO_2 = EO_2 = R$ и катету (общему O_2H))

$\Rightarrow S_{BO_2H} = S_{EO_2H} \Rightarrow S_{BO_2H} = \frac{1}{2} S_{BO_2E}$

Рассмотрим $\triangle O_1BO_2$ и $\triangle O_1CO_2$ - они равны (по 3 сторонам: $CO_2 = BO_2 = R$; $O_1C = O_1B = r$; O_1O_2 - общая) $\Rightarrow S_\triangle O_1O_2B = S_\triangle O_1O_2C \Rightarrow$

$S_\triangle O_1O_2B = \frac{1}{2} S O_1BO_2C \Rightarrow \frac{S_\triangle O_1O_2B}{S_{\triangle BO_2H}} = \frac{S_{BO_1CO_2}}{S_{O_2BE}} = \frac{4}{3}$

1. $S_\triangle BHO_2 = \frac{BH \cdot O_2H}{2} = \frac{h(2r-R)}{2}$

Рассмотрим трапецию O_1BHO_2 $(O_1B \parallel O_2H)$:

$$S_{O_1BHO_2} = \frac{O_2H + O_1B}{2} \cdot h = \frac{2r - R + r}{2} \cdot h = \frac{(3r-R)h}{2}$$

2. $$S_{\triangle O_1O_2B} = S_{O_1BHO_2} - S_{\triangle BHO_2} = \frac{(3r-R)h}{2} - \frac{(2r-R)h}{2}$$

$$= \frac{h}{2}\left(\frac{r}{\cancel{2}}\right) = \frac{rh}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle O_1O_2B}}{S_{\triangle BHO_2}} = \frac{rh}{2} \cdot \frac{2}{h(2r-R)} = \frac{r}{2r-R}$$

$$\frac{r}{2r-R} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3r = 8r - 4R$$

$$4R = 5r$$

$$R = \frac{5}{4}r$$

б) Итак: рассмотрим $\triangle BO_2H$: он прямоугольный $\Rightarrow$ по т. Пифагора $BH^2 = BO_2^2 - O_2H^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h^2 = R^2 - (2r-R)^2 = R^2 - 4r^2 + 4Rr - R^2 =$

$4Rr - 4r^2$ т.к. $R = \frac{5}{4}r \Rightarrow = 4 \cdot \frac{5}{4}r^2 - 4r^2 =$

$5r^2 - 4r^2 = r^2$ т.е. $h = r$.

теперь рассмотрим $\triangle BDH$: по т. Пифагора:

$BD^2 = BH^2 + DH^2 \Leftrightarrow 2^2 = r^2 + (2r)^2 \Leftrightarrow 4 = 5r^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow r = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. т.к. $R = \frac{5}{4}r \Rightarrow$

$R = \frac{5}{4} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{4}\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ: а) $\frac{R}{r} = \frac{5}{4}$

б) $r = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$

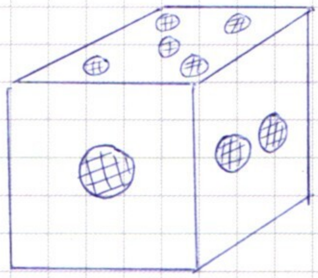
(при $BD = 2$)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1.



Итак: у нас есть кубик с числами: 1; 2; 3; 4; 5; 6

Таким образом среднее арифметическое этих чисел: $\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5 \Rightarrow$ т.е в среднем за каждый бросок мы выбрасываем 3,5, тогда за 90 бросков в среднем мы будем выбрасывать $3{,}5 \cdot 90 = 315$ очков.

Рассмотрим разницу 315 и 130; 315 и 500.

1. $315 - 130 = 185$
2. $500 - 315 = 185$ т.е эти разницы равны $\Rightarrow$ выпадение суммы ≤ 130 имеет такую же вероятность как и выпадение суммы ≥ 500.

Но в условии спрашивают: Какая из вероятностей больше: того что сумма ≥ 500, или того, что эта сумма < 130.

Ключевой момент: т.к (Пусть сумма это S) $S \leq 130$ имеет такую же вероятность как и $S \geq 500 \Rightarrow S < 130$ имеет чуть-чуть, но меньше вероятность чем $S \geq 500$.

В итоге наш ответ будет звучать следующем образов:

$\boxed{\text{Ответ: Вероятность что сумма не меньше 500 больше, чем вероятность что сумма меньше 130.}}$

Задание 5.

$M_0(-1; 2\sqrt{2})$ т.к $x^2+y^2=R^2$ (уравнение окружности)

$\Downarrow$

$(-1)^2+(2\sqrt{2})^2=R_1^2$

$1+8=R_1^2 \quad 9=R_1^2$

$R_1=3$

$N_0(-2; 4\sqrt{2})$ так же:

$(-2)^2+(4\sqrt{2})^2=R_2^2$

$4+32=R_2^2 \quad 36=R_2^2$

$R_2=6$

$\Downarrow$

$\frac{R_2}{R_1}=2 \qquad \frac{v_1}{v_2}=2{,}5$

$\Downarrow$

$\omega_1=2\cdot 2{,}5\,\omega_2$

$\omega_1=5\omega_2$

Пусть:

R_1 - радиус Карася

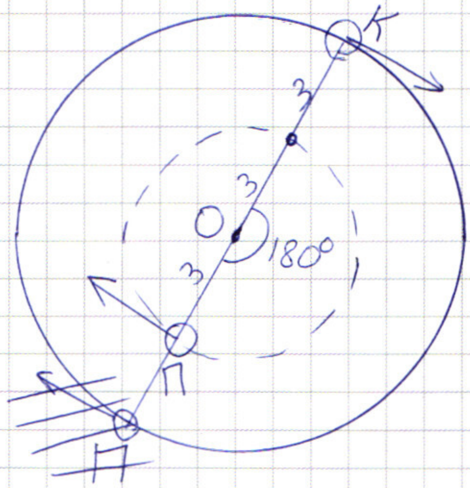
R_2 - радиус Пескаря

v_1 - скорость ~~Пескаря~~ Карася

v_2 - скорость Пескаря

ω_1 - угловая скорость Карася

ω_2 - угловая скорость Пескаря.



Максимальное расстояние между П и К будет при их диаметральнопротивоположном положении т.е тогда расстояние между ними будет: $R_1+R_2=3+6=9$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

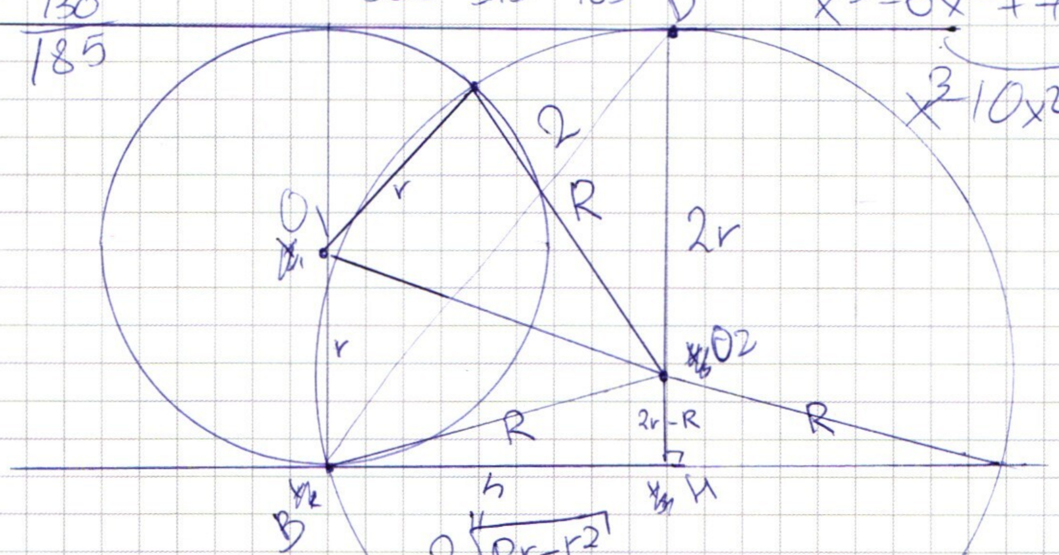
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3{,}15 - 130 = 185$ $\quad 3{,}5 \quad 3{,}5\cdot 2 = 7 \quad \frac{45}{7}\,3{,}15$ $\quad (x-4)(x^2-6x+7)$

$500-315=185$ $\quad x^3-6x^2+7x-4x^2+24x-28$

x^3-10x^2+31x



$2\sqrt{Rr-r^2} = 2\sqrt{\frac{5}{4}r^2-r^2} = 2\sqrt{\frac{1}{4}r^2} = 2\cdot\frac{1}{2}r = r$

$\Rightarrow 4r^2+r^2=4$

$5r^2=4$

$r^2=\frac{4}{5}$

$r=\frac{2}{\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}$

$R=\frac{2\sqrt5}{4}=\frac{\sqrt5}{2}$

$\frac{h(2r-R)}{2} = S_{x_2x_3x_4}$

$S_{x_1x_2x_3x_4} = \frac{(2r-R)+r}{2}\cdot h = \frac{3r-R}{2}\cdot h$

$S_{x_1x_2x_4} = S_{x_1x_2x_3x_4} - S_{x_2x_3x_4} = h\left(\frac{3r-R-2r+R}{2}\right) = h\left(\frac{r}{2}\right)$

$\frac{S_{x_1x_2x_4}}{S_{x_2x_3x_4}} = \frac{4}{3} = \frac{r}{2r-R}$

$\cancel{8r-4R=6R+3r}$

$\cancel{5r=10R}$

$\cancel{r=2R}$

$8r-4R=3r$

$5r=4R$

$r=\frac{4}{5}R$

$R=\frac{5}{4}r$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x^3-10x^2+31x-28=0$

$8-80+62-28$

$64-160+124-28$

$188-188=0$

$x=4$

$$\begin{array}{l|l} x^3-10x^2+31x-28 & x-4 \\ \underline{-\,x^3-4x^2} & x^2-6x+7 \\ \quad -6x^2+31x-28 & \\ \quad \underline{-\,-6x^2+24x} & \\ \qquad 7x-28 & \\ \qquad \underline{-\,7x-28} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$(x-4)(x^2-6x+7)$

$D=36-4\cdot 7=$

$36-28=8$

$x_1=\dfrac{6-2\sqrt{2}}{2}=3-\sqrt{2}$

$x_2=\dfrac{6+2\sqrt{2}}{2}=3+\sqrt{2}$

$9+6\cdot 8\cdot 4$

$2\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$

$192+9=201$

$(3+\sqrt{2})^2=9+6\sqrt{2}+2=(11+6\sqrt{2})$

$(11+6\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=33+11\sqrt{2}+18\sqrt{2}+12$

$45+29\sqrt{2} \vee$

$+\ 3+\sqrt{2}$

$48+30\sqrt{2} \vee 90$

$30\sqrt{2} \vee 42$

$10\sqrt{2} \vee 14$

$\sqrt{2}>1{,}41$

$10\sqrt{2}>14{,}1$

$\Downarrow$

$10\cdot 1{,}41=14{,}1$

$14{,}1>$

$10\sqrt{2}>14{,}1>14$

$10\sqrt{2}>14 \Rightarrow$

$4\cdot 4\cdot 4=64+$

$4{,}4 \cdot 4{,}4 \cdot 4{,}4$

$44\cdot 44$: 176, 176, 1936

$1936\cdot 44$: 7744, 7744, 85184

$42\,|\,3$: -3, 12, 14

$85{,}1$, $4{,}4$

$89{,}5$

$5x^4+x^2+8x-6x^2|x+4|+16=0$

$5x^4+x^2(1-6|x+4|)+8x+16=0$

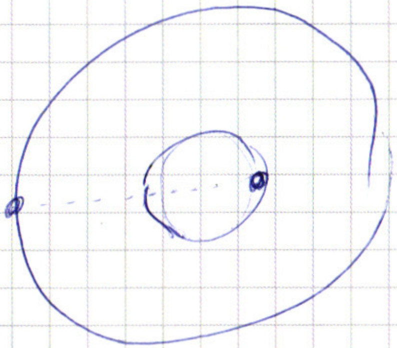
$5x^4+x^2(1-6x-4)+8x+16=0$

$5x^4-6x^3-3x^2+8x+16=0$

~~$x^3(5x-6)$~~

$-x(6x^2-8)$

$-x(6x^2+3x-8)$



☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1 \ a_2 \ldots a_n$ $\qquad S_1 = \frac{a_1+a_n}{2}\cdot n = \frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_2 = \frac{2a_1+4d(n-1)}{2}\cdot n = (a_1+2d(n-1))\cdot n = 3S_1$

$a_1 = a_1$

$a_n = a_1 + 4d(n-1)$

$(a_1+2d(n-1))\cancel{n} = 3\cdot\frac{(2a_1+d(n-1))}{2}\cancel{n}$

$2a_1 + 4d(n-1) = 6a_1 + 3d(n-1)$

$4a_1 - d(n-1) = 0$

$\boxed{4a_1 = d(n-1)}$

ваня

$S_3 = n\cdot\frac{2a_1+2d(n-1)}{2} = n\cdot(a_1+d(n-1)) = 5a_1\cdot n$

$S_1 = \frac{2a_1+d(n-1)}{2} = \frac{6a_1}{2}\cdot n = 3a_1\cdot n$

$\frac{S_3}{S_1} = \frac{5a_1 n}{3a_1 n} = \frac{5}{3} = 1,(6)$ $\qquad \frac{S_3}{S_1} = \frac{5}{3}$

$(\sqrt{x^3+x-90}+7)\cdot\underbrace{|x^3-10x^2+31x-28|}_{\text{всегда} \geq 0} \leq 0$

$\Downarrow$

$(\underbrace{\sqrt{x^3+x-90}}_{\text{всегда} \geq 0}\underbrace{+7}_{\text{всегда больше} > 0}) \leq 0$

ОДЗ

нет решений.

$5x^4+x^2+8x-6x^2|x+4|+16=0$

При $x+4<0$

$\boxed{x<-4}$

$5x^4+x^2+8x-6x^2\cdot(-(x+4))+16=0$

$5x^4+x^2+8x+6x^3\cancel{+16=0}+24x^2+16=0$

$5x^4+7x^2+8x+16=0$

~~При $x<1$~~

~~$5x^4>x^2$~~

~~$8x^2>8x$~~

~~При~~

$\cancel{5x^4+x^2+8x-6x^2(x+4)}$

$5x^4+6x^3+25x^2+8x+16=0$

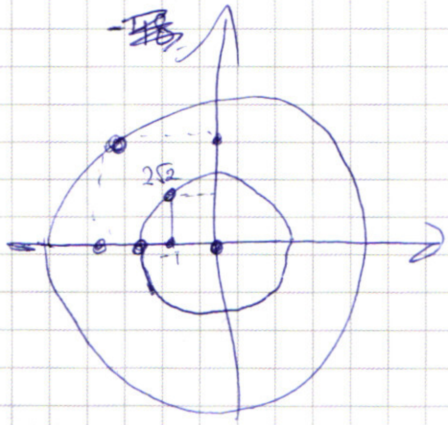
-1
-2
-4
-8

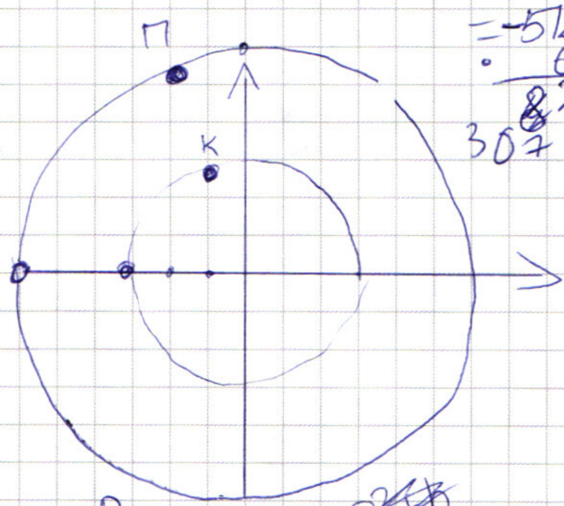
$8\cdot8\cdot8\cdot8=2^{12}=4096$

$2^3\cdot2^3\cdot2^3=2^9$

$=512$

$\cdot6$

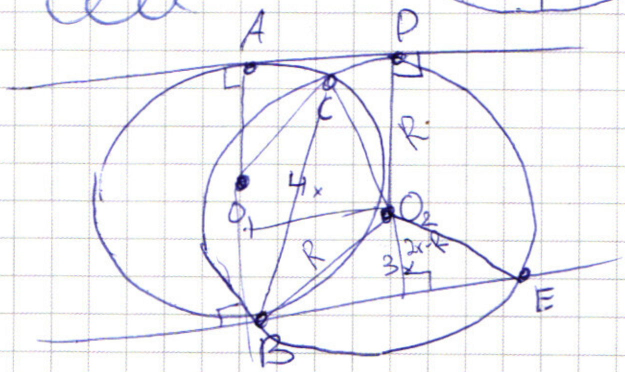




$x^3-10x^2+31x-28=0$

$1-10+31-28$

$8-80+62-28$



$4r^2\ 4Rr+R^2+h^2=R^2$

$h^2=4Rr-4r^2$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

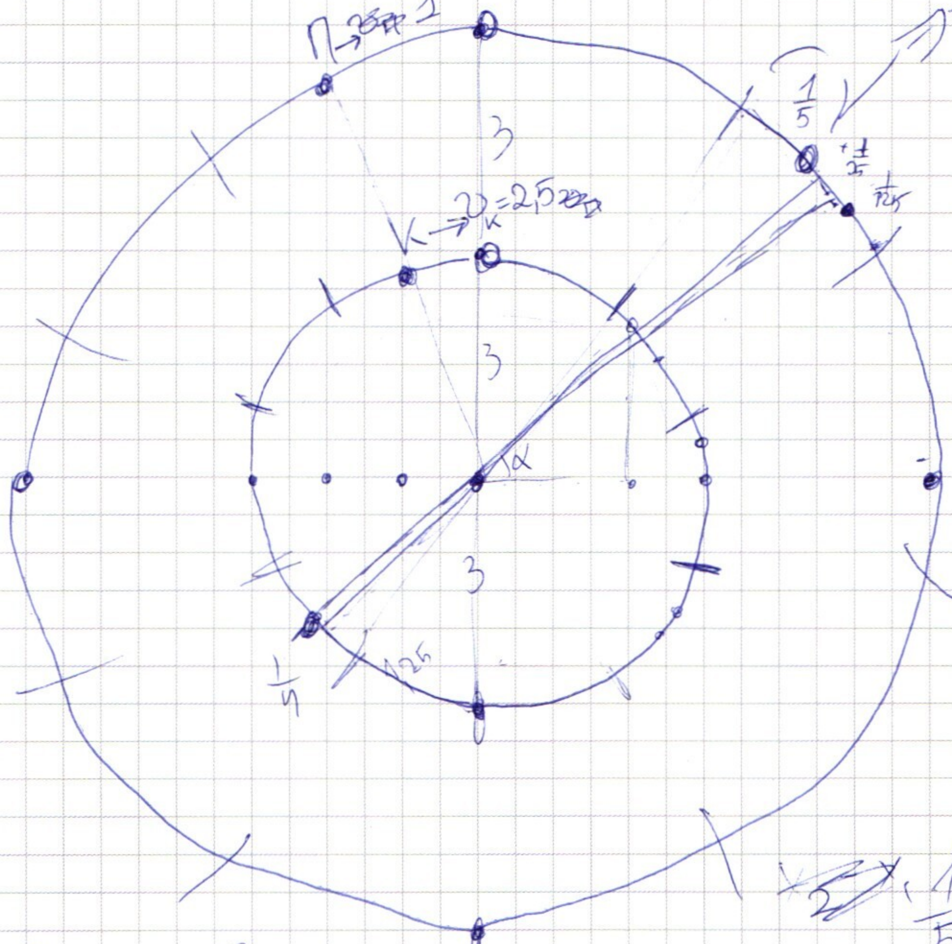
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{1}{4}$

$\frac{b_1(q-1)}{q}$

$\frac{b_1}{q-1}$

$1-q$

$\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{4}$

$\omega_{угл}$ в 5 раз больше.

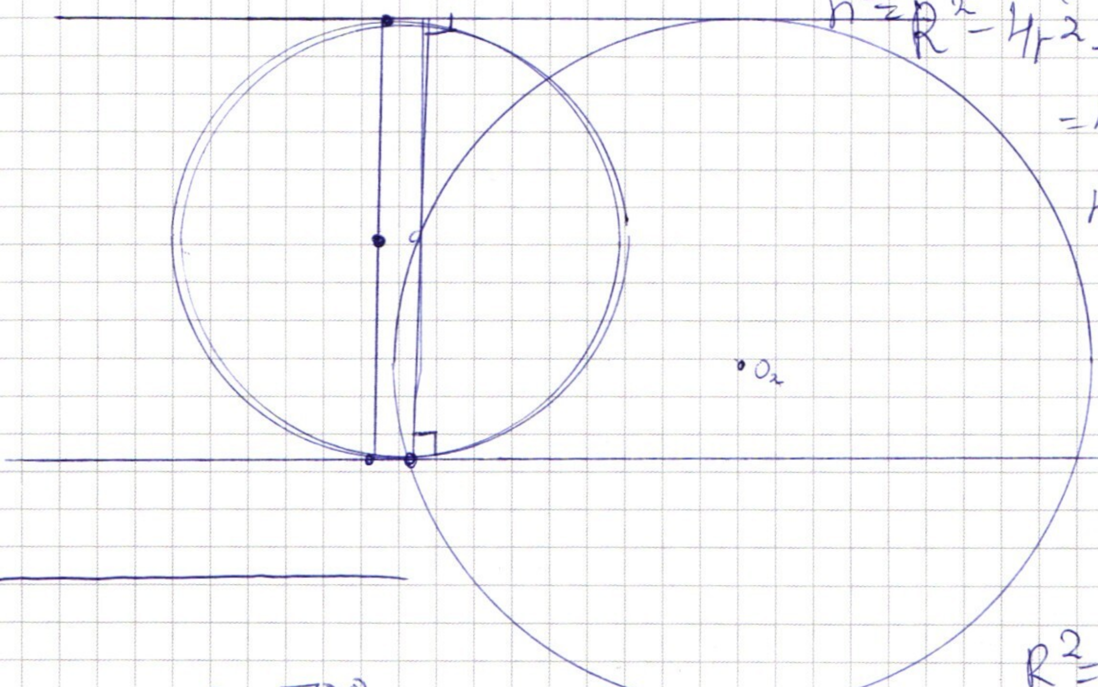
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$h^2 = R^2 - (2r-R)^2$

$h^2 = R^2 - 4r^2 + 4Rr - R^2$

$= 4Rr - 4r^2$

$h = 2\sqrt{Rr - r^2}$



$R^2 = (2r-R)^2 + h^2$

$R^2 = 4r^2 - 4Rr + R^2 + h^2$

$\geqslant 500$

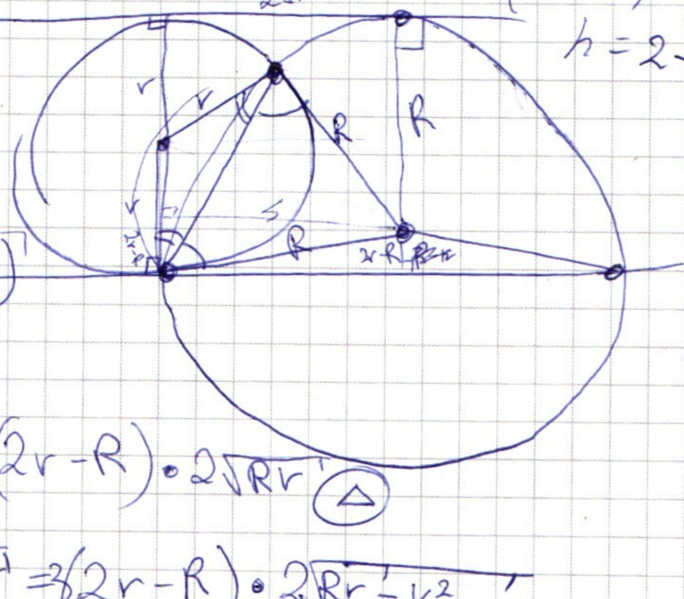
< 130

$2\sqrt{R^2 - r^2}$ $\quad 4Rr - 4r^2 = h^2$

$4(Rr - r^2)\ h^2$

$h = 2\sqrt{Rr - r^2}$

$\boxed{S = Rr}$



$\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

$= \sqrt{(R+r-r)(R+r-r)(R+r-R)(R+r-R)}$

$p = R + r$

$S = \sqrt{(R+r)R\cdot R\cdot r\cdot r}$

$= Rr\sqrt{R+r}$

$(2r-R)\cdot 2\sqrt{Rr}$ △

$3Rr\sqrt{R+r} = 3(2r-R)\cdot 2\sqrt{Rr - r^2}$

$4R^2r^2(R+r) = 9(2r-R)^2\cdot Rr$

$$4Rr(R+r)=9(2r-R)^2$$
$$9(4r^2-4Rr+R^2)$$
$$4R^2r+4Rr^2=36r^2-36Rr+9R^2$$

$$3Rr\sqrt{R+r}=\frac{3}{4}(2r-R)\,2\sqrt{Rr-r^2}$$
$$9R^2r^2(R+r)=16(2r-R)^2\cdot 2(Rr-r^2)$$

$$\frac{S_{\square}}{S_{\triangle}}=\frac{4}{3}$$
$$3S_{\square}=4S_{\triangle}$$

3
45
7
315

$$3Rr=4\cdot(2r-R)\cdot 2\sqrt{Rr-r^2}$$
$$9Rr=16\cdot(2r-R)(2r-R)\cdot 2\cdot(Rr-r^2)\qquad Rr=x$$
$$9Rr=32(4r^2-4Rr+R^2)(Rr-r^2)$$
$$9Rr=4Rr^3-4R^2r^2+R^3r-4r^4+4Rr^3-R^2r^2$$
$$9R=4Rr^2-4R^2r+R^3-4r^3$$

$$\frac{(2r-R)(2\sqrt{Rr-r^2})}{Rr}=\frac{3}{4}$$

$\cancel{9x=32(4r^2-4x}$

$\cancel{9x=4r^2x-4x^2+R^2x}$

1 2 3 4 5 6
123456 123456

6^{90} = вариантов

6 6 6 … 90

$$90\cdot 6=540$$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)