МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 11 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. **[5 баллов]** Бросили 80 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей меньше: того, что эта сумма больше 400, или того, что эта сумма не больше 160?

2. **[4 балла]** Дана конечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2 \ldots, a_n$ с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна S, а $a_1 > 0$. Известно, что если разность прогрессии увеличить в 3 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма S увеличится в 2 раза. А во сколько раз увеличится S, если разность исходной прогрессии увеличить в 4 раза (оставив первый член неизменным)? 2,5S

3. **[4 балла]** Решите неравенство $\left(\sqrt{x^3+2x-58}+5\right)|x^3-7x^2+13x-3| \leqslant 0$. $x=2+\sqrt{3}$

4. **[5 баллов]** Решите уравнение $3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$. $x=2+\sqrt{3}$

5. **[5 баллов]** По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(2;2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет наибольшим. $(-10\sqrt{2};0)$

6. **[5 баллов]** а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D, пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и пересекает вторично окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{3}{2}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1.

   б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD=1$. $r_2:r_1=4:3$ $r_2=\frac{1}{\sqrt{3}}; r_1=\frac{\sqrt{3}}{4}$

7. **[7 баллов]** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2+(y-a)^2=64, \\ (|x|-6)^2+(|y|-8)^2=100 \end{cases}$$

$(-24;-8]\cup[8;24)$

имеет ровно два решения.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $S = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot d}{2} \cdot n \quad (1)$

$2S = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot 3d}{2} \cdot n \quad (2)$

$S' = \frac{2a_1 + (n-1)4d}{2} \cdot n \quad (3)$

$(2)-(1): S = 2S - S = \frac{n}{2}(\cancel{2a_1} + (n-1)3d - \cancel{2a_1} - (n-1)d) =$

$= \frac{n}{2}(3dn - 3d - nd + d) = \frac{n}{2}(2dn - 2d) = n\cdot d(n-1)$

$n\cdot d(n-1) = S$

$(3)-(2): S' - 2S = \frac{n}{2}(\cancel{2a_1} + 4nd - 4d - \cancel{2a_1} - 3nd + 3d) =$

$= \frac{n}{2}(nd - d) = \frac{n\cdot d}{2}(n-1) = \frac{S}{2}$

$S' - 2S = \frac{S}{2}$

$S' = 2{,}5S$

Ответ: $(2{,}5S)$, в 2,5 раза.

№3 $(\sqrt{x^3+2x-58} + 5)\cdot|x^3 - 7x^2 + 13x - 3| \le 0$

$x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0.$

$x^2(x-3) - 4x(x-3) + x - 3 = 0$

$(x^2 - 4x + 1)(x-3) = 0$

$x = 3$ или $x^2 - 4x + 1 = 0$

$D = 16 - 4 = 12$, $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

$\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 2+\sqrt{3} \\ x = 2-\sqrt{3} \end{array}\right.$

Проверим, чтобы $x^3+2x-58 \geq 0$

$x=3: 27+6-58<0$ не подх.

$x=2+\sqrt{3}: 8+3\cdot4\sqrt{3}+3\cdot2\cdot3+3\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}-58 = -28+17\sqrt{3}>0$ - подх.

$17\sqrt{3} > 28$

$289\cdot3 > 784$

$867>784$

$x=2-\sqrt{3}: 8-12\sqrt{3}+18-3\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}-58=-28-17\sqrt{3}<0$ не подх.

$\sqrt{x^3+2x-58}+5 > 0$ всегда, т.к. $\sqrt{x^3+2x-58}\geq0$, $5>0$.

Тогда $(\sqrt{x^3+2x-58}+5)|x^3-7x^2+13x-3| \geq 0$, т.е. $(\sqrt{x^3+2x-58}+5)|x^3-7x^2+13x-3|=0$.

$\sqrt{x^3+2x-58}+5=0$ или $x^3-7x^2+13x-3=0$

$\varnothing$

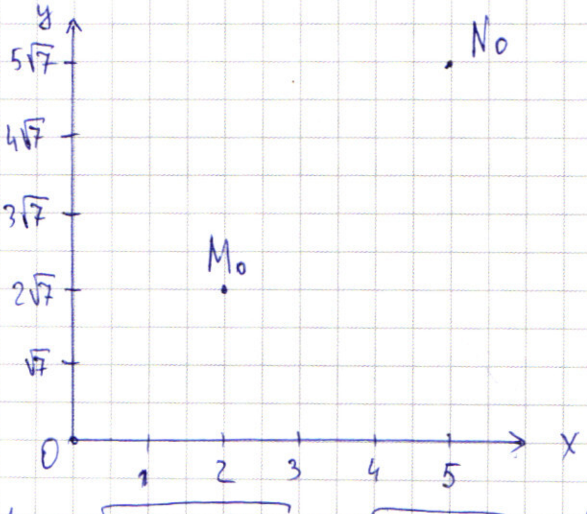
$x=2\pm\sqrt{3}$

$x=3$.

$x=2+\sqrt{3}$ подходит.

Ответ: $x=2+\sqrt{3}$.

N 5



~~со временем t~~, угловая скорость водомерки $2w$, жука - w, и изменение их коор-т со временем:

$x_в = \cos(2wt)\cdot4\sqrt{2}$

$x_ж=\cos(wt)\cdot10\sqrt{2}$

$y_в=\sin(2wt)\cdot4\sqrt{2}$

$y_ж=\sin(wt)\cdot10\sqrt{2}$

$OM_0=\sqrt{2^2+(2\sqrt{7})^2}=\sqrt{4+28}=4\sqrt{2}$

$ON_0=\sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2}=\sqrt{25+175}=10\sqrt{2}$

Пусть $wt=\alpha$ - в момент, ~~ка~~ когда рас-ие м/у жуком и водомеркой max

~~Если~~ $S^2_{max}=(x_в-x_ж)^2+(y_в-y_ж)^2=\cos^2 2\alpha\cdot32-2\cdot80\cdot\cos2\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha\cdot200+\sin^2 2\alpha\cdot32-2\cdot80\cdot\sin2\alpha\cdot\sin\alpha+\sin^2\alpha\cdot200=$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= 32(\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha) + 200(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) - 160(\cos 2\alpha \cdot \cos\alpha + \sin 2\alpha \cdot \sin\alpha) = 232 - 160\cdot\cos\alpha$ – max при $\cos\alpha = -1$

$\Downarrow$

$\sin\alpha = 0$

Тогда в этот момент:

$x_{тс} = (\cos(\omega t))\cdot 10\sqrt{2} = \cos\alpha \cdot 10\sqrt{2} = -10\sqrt{2}$

$y_{тс} = \sin(\omega t)\cdot 10\sqrt{2} = \sin\alpha\cdot 10\sqrt{2} = 0$

Ответ: $(-10\sqrt{2}; 0)$.

N7 $\begin{cases} x^2 + (y-a)^2 = 64 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 100 \end{cases}$

Рас-м $(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 100$

1) $x \geq 0$, $y \geq 0$

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 10^2$

Окр-ть с ц. $(6,8)$ и радиусом 10

2) $x < 0$, $y \geq 0$:

$(-x-6)^2 + (y-8)^2 = 10^2$

$(x-(-6))^2 + (y-8)^2 = 10^2$

окр-ть с радиусом 10, с ц. $(-6;8)$

3) $x \geq 0$, $y < 0$

$(x-6)^2 + (y-(-8))^2 = 10^2$

окр-ть с радиусом 10 и ц. $(6;-8)$

4) $x < 0$, $y < 0$

$(x-(-6))^2 + (y-(-8))^2 = 10^2$

окр-ть с радиусом 10 и ц. $(-6;-8)$

Толстой линией обозначено: ()

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 100$

$x^2 + (y-a)^2 = 64$ – окр-ть с ц. в т. $(0,a)$ и радиусом 8.

4) O_1O_2 - линия м/у ц-ми окр-й, B и C - точки пересечения окр-й $\Rightarrow BC \perp O_1O_2$

тогда $\Delta O_2OC = \Delta O_2OB$ по катету и гипотенузе (OO_2 - общий $O_2C = O_2B = r_2$) $\Rightarrow S_{O_2OC} = S_{O_2OB}$, аналогично $S_{O_1OC} = S_{O_1OB} \Rightarrow$

$S_{O_1O_2C} = S_{O_2OC} + S_{O_1OC} = S_{O_2OB} + S_{O_1OB} = S_{O_1O_2B} = \frac{S_{O_1CO_2B}}{2}$

~~5) $S_{O_1O_2B} = S_{O_1BHO_2} - S_{BO_2H}$~~

5) $S_{O_1O_2HB} = \frac{r_1 + O_2H}{2} \cdot BH = \frac{r_1 + 2r_1 - r_2}{2} \cdot 2\sqrt{r_1(r_2 - r_1)} =$

трапеции ($O_1B \perp l_2$ и $O_2H \perp l_2 \Rightarrow O_1B \parallel O_2H$)

$= (3r_1 - r_2)\sqrt{r_1(r_2-r_1)}$

6) $\frac{3}{2} = \frac{S_{O_1CO_2B}}{S_{O_2BE}} = \frac{S_{O_1O_2B}}{S_{O_2BH}} = \frac{S_{O_1O_2HB} - S_{O_2BH}}{S_{O_2BH}} =$

$= \frac{S_{O_1O_2HB}}{S_{O_2BH}} - 1 = \frac{(3r_1 - r_2)\sqrt{r_1(r_2-r_1)}}{\sqrt{r_1(r_2-r_1)} \cdot (2r_1 - r_2)} - 1 = \frac{3r_1 - r_2}{2r_1 - r_2} - 1 = \frac{3}{2}$

$\frac{3r_1 - r_2}{2r_1 - r_2} = \frac{5}{2}$ $\qquad 6r_1 - 2r_2 = 10r_1 - 5r_2$

$4r_1 = 3r_2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4}; \frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$

7) ~~BD~~ - ΔBDH, по т. Пифагора:

$BD^2 = BH^2 + DH^2$

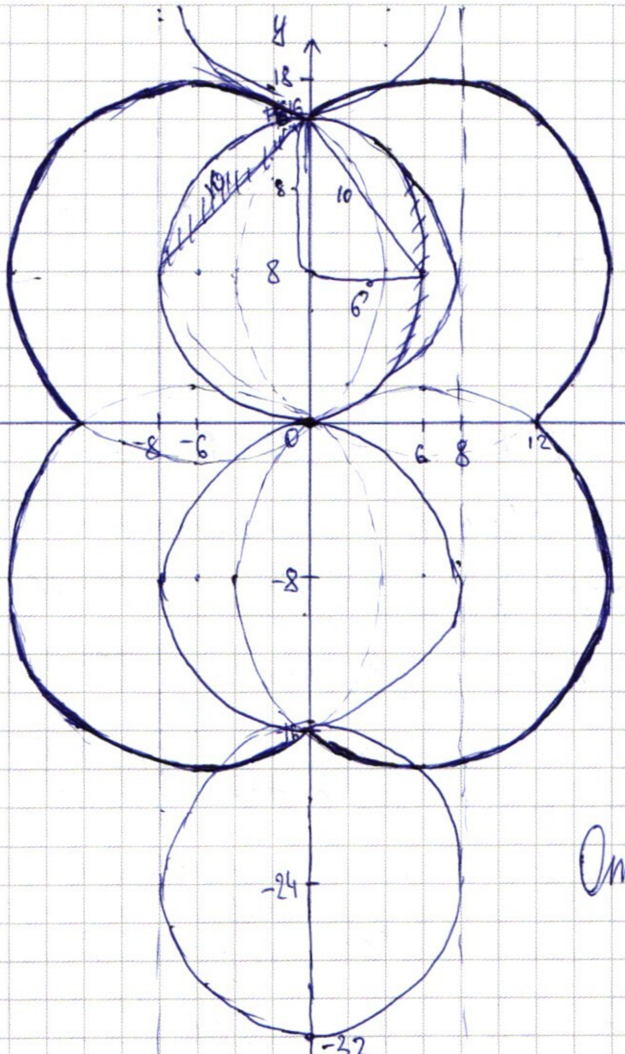
$1 = 4r_1(r_2 - r_1) + 4r_1^2$

$1 = 4r_1 \cdot r_2 = 4 \cdot \frac{4}{3} r_1^2 \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$r_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ответ: а) $\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$; б) $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $r_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



} - ошибочная линия

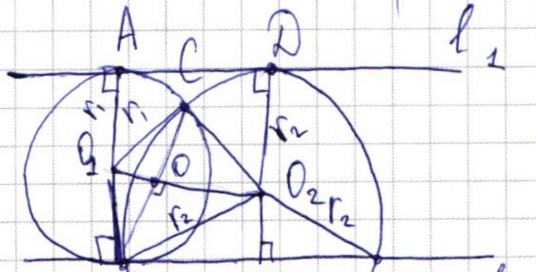
~~при при $a = \pm 8$~~
~~2 решения~~

~~Тогда нам~~

Тогда при $a \in (-24; -8] \cup [8; 24)$ система будет иметь 2 решения

Ответ: $a \in (-24; -8] \cup [8; 24)$.

N6.



1) т.к. $ADHB$ - прямоуг.
($\angle A = 90^\circ$, $AD \parallel BH$ и $AB \parallel DH$)
(т.к. $AB \perp l_1$ и $DH \perp l_1$)

$\Rightarrow AB = 2r_1 = DH = r_2 + O_2H$

$O_2H = 2r_1 - r_2$

2) ΔO_2HE по т. Пифагора: $HE = \sqrt{r_2^2 - (2r_1 - r_2)^2} = \sqrt{r_2^2 - 4r_1^2 + 4r_1 \cdot r_2 - r_2^2} = 2\sqrt{r_1(r_2 - r_1)}$, т.к. BO_2E р/б $\Delta \Rightarrow BH = HE = 2\sqrt{r_1(r_2 - r_1)}$

3) $S_{BO_2H} = \frac{1}{2} S_{O_2BE} = \frac{1}{2} \cdot O_2H \cdot BH = \sqrt{r_1(r_2 - r_1)}\,(2r_1 - r_2)$

~~№4. $3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$~~

~~$3x^4+(x-4)^2-4x^2|x-4|=0$~~

~~$\underset{\geq 0}{3x^4}$ $\underset{\geq 0}{(x-4)^2}$~~

~~Если $x>4$:~~

N1 max сумма – $6*80=480$

min сумма – $1\times 80=80$

~~Пусть вероятность того, что сумма не больше 160 равна х. Т.е.~~

$400=480-80$ $\quad 160=80+80$

вероятность того, как набрать 480 и 80 одинакова (т.к. только 1 благоприятный случай) ~~И вероятность того как добрать 80 к мин числу~~ И кол-во способов „добрать" 80 к min равно кол-ву способов „убрать" 80 от max.

P.S: а общее кол-во случ-в тоже одинак.

Т.е. Для суммы 80 — 480 – вероятность одинакова (1 случай)

81 — 479 – вероятность одинакова (80 благоприятных случаев)

82 — 478 – вероятность тоже одинакова (80^2 благ. случаев)

~~82~~ 83 — 477 $(80+80\cdot 79+80\cdot 79\cdot 78)$

И т.д.

160 — 400

Т.е. вероятность того, что сумма будет не меньше 400 равна вероятности, что сумма будет не больше 160. А значит вероятность того, что сумма будет больше 400 меньше, чем сумма, не большая 160. Т.к. убираются случаи, если сумма равна 400. Ответ: ~~сумма~~ вероятность того, что больше 400.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4. $3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$

$3x^4+(x-4)^2-4x^2|x-4|=0$

при $x\geq 4$: $3x^4+(x-4)^2-4x^2(x-4)=0$

$\overset{\geq 0}{x^2}(3x^2-4x+16)+\overset{\geq 0}{(x-4)^2}=0$

$3x^2-4x+16=2x^2+(x-4)^2>0$

~~$D=16-16\cdot 12=16\cdot 13$~~

$D=16-16\cdot 12=-16\cdot 11<0$

~~$\begin{cases} x=0 \\ x-4=0 \\ 3x^2-4x+16=0 \end{cases}$~~

$\varnothing$

при $x<4$: $3x^4+(x-4)^2+4x^2(x-4)=0$

$(x-4)^2+x^2(3x^2+4x-16)=0$

$3x^2+4x-16=4x^2+4x-16-x^2=4x^2-(x-4)^2+4x=4x(x+1)-(x-4)^2$

Ответ: $\varnothing$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Sigma > 400$. 2.

$\Sigma \le 160$ $\Sigma_2 > 5$ $\Sigma_2 \le 2$

S a_n d

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \cancel{a_1 + (d-1) \cdot a_1}$ $\frac{a_1 + a_1 + (d-1) \cdot n}{2} \cdot n =$

$= \left(a_1 + \frac{(d-1)n}{2}\right) \cdot n = a_1 \cdot n + \frac{(d-1)n^2}{2}$

$2S = \left(a_1 + \frac{(3d-1)n}{2}\right) n$ $S' = \left(a_1 + \frac{(4d-1)n}{2}\right) n$

$a_1 n + \frac{(3d-1)n^2}{2}$ $a_1 n + \frac{(4d-1)n^2}{2}$

$\frac{n^2 3d - \cancel{n^2} - dn^2 + \cancel{n^2}}{2} = S$ $\cancel{a_1 n + \frac{4dn^2}{}}$

$\frac{4dn^2 - n^2 - 3dn^2 + n^2}{2} = \frac{dn^2}{2} = \frac{S}{2}$

$\cancel{2S = 2n^2}$
$S = dn^2$

$a_1 n + \frac{n^2 d - dn}{2} = S$

$a_1 n + \frac{3n^2 d - 3dn}{2} = 2S$ $S = \frac{3n^2 d - 3dn - n^2 d + dn}{2}$

$S = n^2 d - dn$

$a_1 n + 2dn$ n^2 $2n^2 d - 2dn - 1{,}5n^2 d + 1{,}5dn =$

$= \frac{1}{2} nd(n-1) = \frac{S}{2}$

$3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$

$x \geq 4$ | $x<4$

$3x^4+x^2-8x-4x^3+16x^2+16=0$ | $3x^4+x^2-8x-16x^2+4x^3+16=0$

$3x^4-4x^3+17x^2-8x+16=0$ | $3x^4+4x^3-15x^2-8x+16=0$

$48-32+54-16+16$ | $x=1$

$x^2(3x^2+4x-16)+(x-4)^2=0$

$3x^3(x-1)+7x^2(x-1)-8x(x-1)-16(x-1)=0$

$= 4x^2-(x-4)^2$

$3x^3+7x^2-8x-16=0$

$x-4=t$

$x^2(4x^2-(x-4)^2)+(x-4)^2=0$

$\cancel{-24+28+16-16}$

$64\cdot3=192$ $17\cdot9=90+63$

$x^2-8x+16=t$

$x^2(2x-x+4)(2x+x-4)+(x-4)^2=0$

$-192+153+24-16$

$x^2(x+4)(3x-4)+(x-4)^2=0$

177

$3x^4+(x-4)^2-4x^2|x-4|=0$

$16(3\cdot16^2+7\cdot16-8-1$

$x^2(3x^2-4|x-4|)+(x-4)^2=0$

$8(3\cdot64+7\cdot8-8-2)=0$

56

$3x^2>4|x-4|$ $\qquad 3x^2-4|x-4|<0$

$\varnothing$

$(x+4)(3x-4)<0 \quad x\geq4$

$3x^2-4|x-4|=0$

$x<4$

$3x^2-4x+16=0$

$3x^2+4x-16=0$

$16+12=32$

$2x^2+(x-2)^2+12=0$

$\cancel{3x\ x^2+4x+4-20+2x^2}=0$

$-4 \qquad \frac{4}{3}$

$D=\cancel{16+192=208}\ 16(1+12)$

$x=\frac{-4\pm4\sqrt{13}}{6}=\frac{-2\pm2\sqrt{13}}{3}$

$3x^4-4x^3$

$\frac{-2+2\sqrt{13}}{3}$ $\qquad 4$

$\frac{-2-2\sqrt{13}}{3}$

$34,16,64.$

$x^3-7x^2+13x-3=0$

$27-63+39-3$

$3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$

66

$28\cdot28=224+56=784$

$160+64$

$600+240+27=867$

$(x-4)^2-4x^2|x-4|+3x^4=0$

$17\cdot17=119+17=289$

$784:28=28$

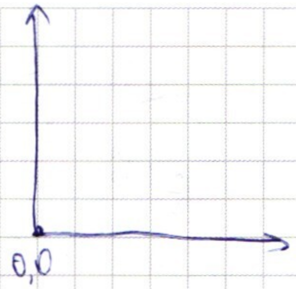
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

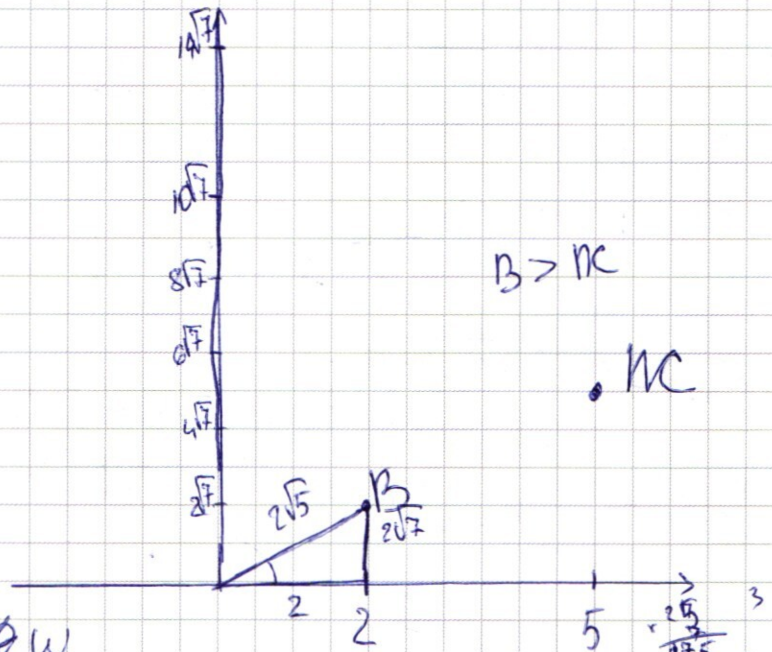
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





B > nc

$(x_B - x_{nc})^2 + (y_B - y_{nc})^2$

$4 + 28 = 32 \qquad 25 + 175 = 200$

$\varphi\ w$

$\cancel{x_B = w \cdot t\ w}$

$x_B = \cancel{w\ t \cdot t\ w} \cdot \cos(\overset{2\alpha}{\cancel{2wt}}) \cdot 2\sqrt{8}$

$x_{nc} = \cos(\overset{\alpha}{wt}) \cdot \cancel{2\sqrt{7}}\ 10\sqrt{2}$

$y_B = \sin(\overset{2\alpha}{2wt}) \cdot 2\sqrt{8}$

$y_{nc} = \sin \overset{\alpha}{wt} \cdot 10\sqrt{2}$

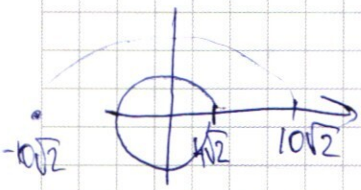
$32\cos^2 2\alpha - 80\cos\alpha \cdot \cos 2\alpha + 200\cos^2\alpha + 32\sin^2 2\alpha - 80\sin 2\alpha \cdot \sin\alpha + 200\sin^2\alpha =$

$= 232 - 80(\cos\alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \sin\alpha) = 232 - 80\cos(2\alpha - \alpha) =$

$\cancel{\cos\alpha(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 2\sin^2\alpha)\cos\alpha}$

$= 232 - 80\cos\alpha.$

$\cos\alpha = 1.$



$4\sqrt{2}\ \ 40.$

$\cos\alpha = 1.$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1.$

12 + 7 = 19   34.

$8\ 16\ 6\ \ 3\cdot 2^3\cdot 2^3 = 64\cdot 3 = 192$

$\cancel{x^2+y^2}$

$$\begin{cases} x^2+(y-a)^2=8^2 \\ (|x|-6)^2+(|y|-8)^2=10^2 \end{cases}$$

$4r_1-\sqrt{r_1 r_2}=12r_1-6r_2$

$8r_1-6r_2+\sqrt{r_1 r_2}=0$

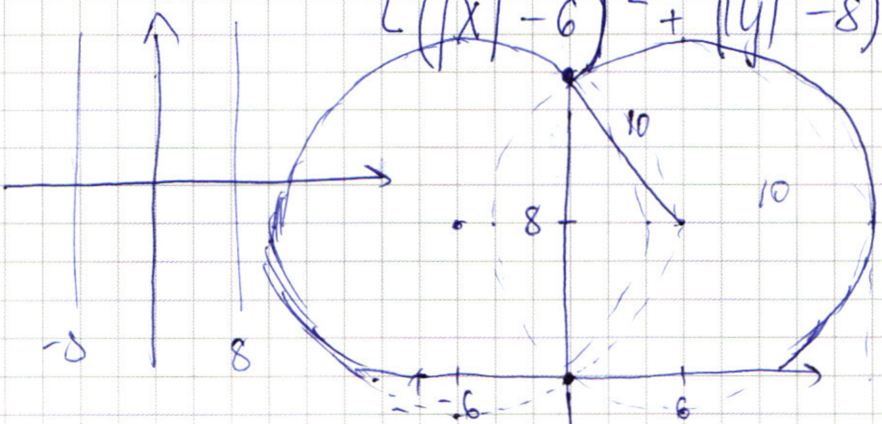
$8\frac{r_1}{r_2}-6+\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}=0$

$a=8$

$x\le 0,\ y>0$

$8x^2+x-6=0$

$x=\frac{6\pm\sqrt{193}}{16}$



$(-x-6)^2+(y-8)^2=10^2$

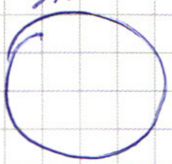
$(x-(-6))^2+(y-8)^2=10^2$

$r_2^2-x^2=r_1^2-(4\sqrt{r_1 r_2}-r_2-x)^2$

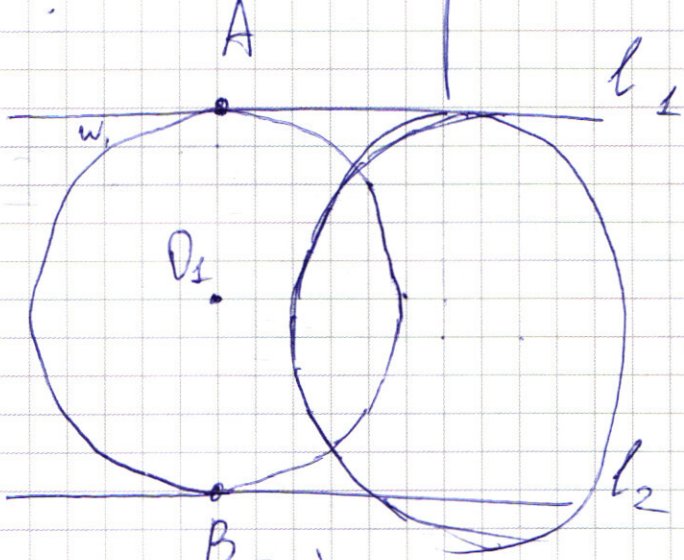
$r_2^2-x^2=r_1^2+16r_1r_2+8r_2\sqrt{r_1r_2}+r_2^2+8\sqrt{r_1r_2}\,x+2r_2x-4x^2$

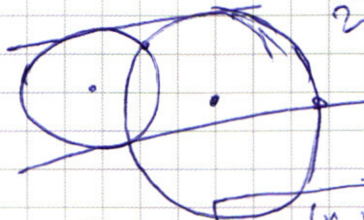
$r_2^2=r_1^2-$

$2r_2^2-r_1^2-16r_1r_2-8r_2\sqrt{r_1r_2}=2(2\sqrt{r_1r_2}-r_2)x$

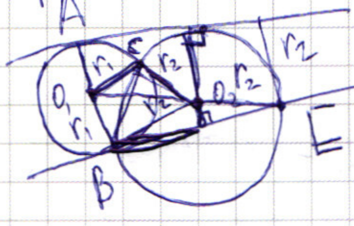


$\frac{4r_1-\sqrt{r_1r_2}}{4(2r_1-r_2)}=\frac{3}{2}$





$\frac{4\sqrt{r_1r_2-r_1^2}\cdot r_1-\sqrt{r_1r_2(r_1r_2-r_1^2)}}{4(2r_1-r_2)\sqrt{r_1(r_2-r_1)}}$



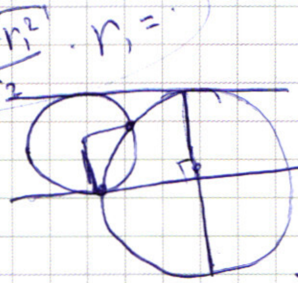
$4\sqrt{r_1(r_2-r_1)}\cdot r_1=4\sqrt{r_1r_2}\cdot h$

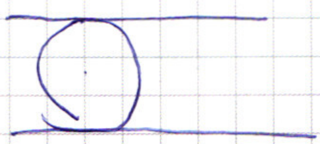
$h=\sqrt{\frac{r_1r_2-r_1^2}{r_1r_2}}\cdot r_1=$

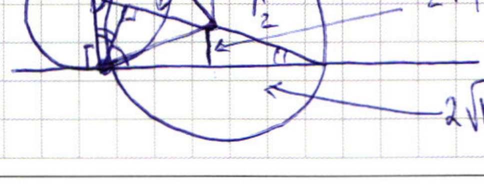
$h=2r_1-r_2$

$4\sqrt{r_1r_2}-r_2$

$r_2^2-4r_1^2-r_2^2+4r_1r_2=4r_1(r_2-r_1)$







$2r_1-r_2$

$2\sqrt{r_1(r_2-r_1)}$

$\frac{16r_1r_2-r_1^2+r_1^2}{4\sqrt{r_1r_2}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ср. > 5

ср ≤ 2

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

$3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0$

$x-4$

$\cancel{x^4-4x^3+6x^2-4x+16}$

$x^4-16x^3+96x^2-256x+16$

$3x^4+(x-4)^2-4x^2|x-4|=0$

$x\le 4:\ \varnothing$ $\quad x>4:\ 3x^4+(x-4)^2+4x^2(4-x)=0$

$3x^4+(x-4)^2+4x^3-16x^2=0.$ $\quad 3x^4+(4-x)^2+4x^2(4-x)=0.$

$3x^4+4x^3-16x^2$ $\quad 3x^4+(4-x)(4x^2+4-x)=0.$

$(3x^2+4x-16)x^2=0.$ $\quad x^2(3x^2+16-4x)+(4-x)^2=0.$

$D=16+$

$3x^4+x^2-8x+4x^3-16x^2+16=0$ $\quad 3x^2+16-4x=2x^2+(x^2-4x+16)$

$3x^4+4x^3-15x^2-8x+16=0.$ $\quad 3x^4+(x-4)^2-4x^2(x-4)=0.$

$3x^3+7x^2-8x-16=0.$ $\quad x^2(3x^2-4x+16)$

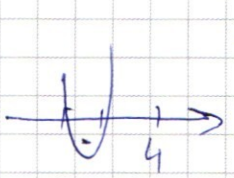
$x^2(2x^2+(x-4)^2)+(x-4)^2=0$

$a(x-x_1)(x-x_2)=ax^2-a(x_1+x_2)x+ax_1x_2$

$x^3+\frac{7}{3}x^2-\frac{8}{3}x-\frac{16}{3}=0.$

$-3+7+8-16$ $\quad +8 \quad \cancel{192+63}-7$

$24+28-16-16=0$ $\quad -192+112+32-16$



-12

$3x^4+(x-4)^2+4x^2(x-4)$

$(x-4)(4x^2+x-4)+3x^4=0.$

$\frac{-1\pm\sqrt{65}}{8}$ $\quad D=65=5\cdot 13$

$3x^4+x^2-8x-4x^2|x-4|+16=0.$

$3x^4+x^2-8x+4x^3-16x^2+16=0.$

$3x^4+4x^3-15x^2-8x+16=0.$

$3x^4 > 15x^2$ $\quad 4x^3 \quad 8x$

$x^2 > 5$ $\quad \cancel{x^3 \quad 8}$

$x^3 \quad 2x$

$3x^3+7x^2-8x-16=0.$

$x \le 4$

$\Sigma > 400$

$\Sigma \le 160$

$6\cdot 80=480.$

$6\cdot 70=420$

$6\cdot 60=360+20=380.$

$400=\underset{360+30}{6\cdot 65}+15=\cancel{6\cdot 65+5\cdot 2}.$ 405

15

Т.е. $65>5.$ $\cancel{6\cdot 67}$

Т.е. 64 больших 5. $6\cdot 62+8$ $6\cdot 64+16$

$\cancel{360+20}$ $360+24+16$

$400=160.$

2 $\quad >5 \quad \geqslant 10$

$<2 \quad \le 4$

3 $\quad \geqslant 5 \quad \geqslant 15 \quad 18.$

$\le 2 \quad \le 6$

80.

80.

3 = 80.

22

$80\cdot 80 \quad 80\cdot 79$

4 $\quad 80^x$ $\quad =80^2$

23 $\quad 80\cdot 79$

222 $\quad 80\cdot 79\cdot 78.$

$80\cdot 79+80=$

$80+80\cdot 79+80\cdot 79\cdot 78$

$80^2\cdot 8 \quad 80+79$

1^x

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)