МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1; 2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2; -4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16, \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ и это произведение каких-то 8 цифр. т.к. из цифр только $5 \vdots 5$ и $7 \vdots 7$, то в этом числе 2 цифры 5 и 2 цифры 7. Тогда произведение 4 ост. цифр равно 4 это либо $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$ либо $4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ т.к. $4 = 2^2$, то все цифры должны быть степенями 2 не больше 2. Если вторая степень, то $4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ если первая, то $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$

Тогда есть 2 возможных набора цифр $(1,1,2,2,5,5,7,7)$ и $(1,1,1,4,5,5,7,7)$

В 1 случае выберем из 8 мест, место для 1, затем 2 места для 2 и т.д. Тогда всего вариантов $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 =$
$= 2520$.

Во 2 случае три места для единиц, 2 места для 5, 2 места для 7 и одно место для 4. $C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_1^1 =$
$= 1680$

А всего $2520 + 1680 = 4200$

№2

Пусть знаменатель прогрессии k.

$S = b_1 + b_2 \ldots + b_{3000} = b_1(1 + k \ldots + k^{2999}) = b_1 \cdot \frac{k^{3000}-1}{k-1}$

сумма $b_3 + b_6 \ldots + b_{3000} = b_1(k^2 + k^5 \ldots + k^{2999}) =$

$= S_1 = b_1 \cdot k^2(1 + k^3 \ldots + k^{2997}) = b_1 \cdot k^2(1 + a \ldots + a^{999}) =$

$\boxed{k^3 = a.\ \text{замена}}$ $= b_1 \cdot k^2 \cdot \frac{a^{1000}-1}{a-1} =$

$= b_1 \cdot k^2 \cdot \frac{k^{3000}-1}{k^3-1}$

тогда $5S = S + 40S_1$ по условию

$4S = 39S_1 \iff 4b_1 \cdot \frac{k^{3000}-1}{k-1} = 39 \cdot b_1 \cdot k^2 \frac{k^{3000}-1}{k^3-1}$

$\iff 4(k^2 + k + 1) = 39k^2 \Rightarrow 35k^2 - 4k - 4 = 0$

$k = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 4 \cdot 35}}{70} = \frac{4 \pm 24}{70} = 0{,}4$ п.к.

отр. корень не подходит т.к. $b_i > 0$

Теперь посчитаем сумму

$S_2 = b_2 + b_4 \ldots + b_{3000} = k \cdot b_1(1 + k^2 + k^{2998}) =$

$\boxed{k^2 = c}$ $= k \cdot b_1(1 + c + c^{1499}) =$

$= k \cdot b_1 \frac{c^{1500}-1}{c-1} = k \cdot b_1 \frac{k^{3000}-1}{k^2-1} =$

$= \frac{k}{k+1} \cdot b_1 \frac{k^{3000}-1}{k-1} = \frac{k}{k+1} \cdot S$

Тогда $S + 2S_2$ (что нам и требуется)

равно $S(1 + \frac{2 \cdot k}{k+1}) = S(1 + \frac{2 \cdot 0{,}4}{1{,}4}) = \frac{11}{7} S$

Ответ: S увеличится в $\frac{11}{7}$ раз.

☐ черновик ☑ чистовик Страница №2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$

$(x+10)\left(\sqrt{x^3-64x+200}\right) = (x+10)(x-4)2\sqrt{2}$

Значит или $x+10=0$ или

$\sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)2\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x^3-64x+200 = (x-4)^2 8$

$x^3-8x^2+72=0$

$(x-6)(x^2-2x-12)=0$

$x=6 \vee x = \frac{2\pm\sqrt{2^2+4\cdot 12}}{2} = 1\pm\sqrt{13}$

Но заметим, что $(x-4)2\sqrt{2} = \sqrt{x^3-64x+200} \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow 1-\sqrt{13}$ посторонний корень

Но еще $x^3-64x+200 \geq 0$ т.к. стоит под корнем

$-10^3-64(-10)+200 = 840-1000 < 0 \Rightarrow 10 = x$ п.к.

$6^3-64\cdot 6+200 = 416-384 \geq 0 \Rightarrow x=6$ корень.

И $x=1+\sqrt{13}$ подходит т.к. $1+\sqrt{13} \geq 4$ т.к. $\sqrt{13} \geq 3$ т.к. $13 \geq 9$ и $x^3-64x+200 \geq 0$ т.к. $x^3-64x+200 = (x-4)^2 8$ при $x=1+\sqrt{13}$, а квадрат неотрицателен.

Ответ: $x=6$ и $x=1+\sqrt{13}$

№4

1 случай $x+2 \geq 0$

$4x^4 + x^2 - 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

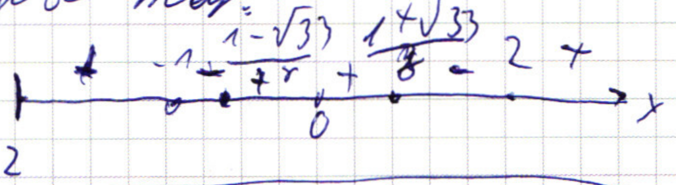
$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0$

Решим его методом интервалов

$4x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4\cdot 2\cdot 4}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$

$\frac{1+\sqrt{33}}{8} < 2$ т.к. $1+\sqrt{33} < 16$ т.к. $\sqrt{33} < 15$ т.к. $33 < 225$

$\frac{1-\sqrt{33}}{8} > -1$ т.к. $1-\sqrt{33} > -8$ т.к. $9 > \sqrt{33}$ т.к. $81 > 33$. Тогда корни расположены так:



Тогда нам подходят $x \in [-2; -1] \cup$ $\cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup$ $\cup [2; +\infty)$

Если $x+2 < 0$, то модуль отрицательный и у нас будет $4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$

Но $4x^4 + 5x^3 \geq 0$ при $x < -2$ т.к. $x^2 \cdot x \cdot 4(x + \frac{5}{2}) \geq 0$ из метода интервалов и $11x^2 + 4x \geq 0$ т.к. $x \cdot 11(x + \frac{4}{11}) \geq 0$ при $x < -2$ из метода интервалов $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$ при $x \in (-\infty; -2)$

Тогда ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]$ $\cup [2; +\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$r_к$ - радиус окр. карася

$r_п$ - радиус окр. пескаря

$v_к$ - скорость карася

$v_п$ - скорость пескаря

По условию $v_к = 2,5 v_п$

Т.к. центр. окружностей в точке (0,0), то

$r_к^2 = 1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9 \Rightarrow r_к = 3$

$r_п^2 = 2^2 + (4\sqrt{2})^2 = 4 + 32 = 36 \Rightarrow r_п = 6$

$\omega_к$; $\omega_п$ - угловые скорости карася и пескаря $\Rightarrow$ и они ~~ω~~ равны

$\omega_к = \frac{v_к}{r_к}$ и $\omega_п = \frac{v_п}{r_п}$, но $v_к = 2,5 v_п$ и

$r_п = 6 = 2 \cdot 3 = 2 \cdot r_к \Rightarrow \omega_к = 5\omega_п$

Т.к. они двигутся по двум концентрическим окружностям, что мин. расстояние между ними будет, когда они будут лежать на одной прямой с центром и карась будет между пескарём и центром.

№5 (продолжение)

т.к. $x_{M_0} / x_{N_0} = -2$ и $y_{M_0} / y_{N_0} = -2$, то тогда они лежат на линии с центром, но по разные стороны от него. Тогда угловое расстояние между ними π. Тогда они встретятся через

$\frac{\pi}{\omega_к - \omega_л} = \frac{\pi}{4\omega_л}$, а пескарь проплывет

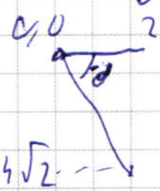
$\frac{\pi}{4\omega_л} \cdot \omega_л = \frac{\pi}{4}$ – такую дугу.

Теперь расстояние между ними 2π. Время до следующего сближения

$\frac{2\pi}{\omega_к - \omega_л} = \frac{2\pi}{4\omega_л}$, а пескарь проплывет

$\frac{2\pi}{4\omega_л} \cdot \omega_л = \frac{\pi}{2}$ – такую дугу и т.д.

Будет продолжаться бесконечно, но т.к. окружность равна 4 таким дугам, то у нас будут 4 подходящие точки.



Это $(\cos(\gamma + \frac{\pi}{4}) \cdot 6; \sin(\gamma + \frac{\pi}{4}) \cdot 6)$, и

$(\cos(\gamma + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k) \cdot 6; \sin(\gamma + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k))$, где

k от 1 до 3. Из формул синуса суммы и косинуса суммы.

Это будет: $\cancel{(\quad ; -2)}$ $\cancel{(2-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2})}$

$= \cancel{(2-\sqrt{2}; 2+\sqrt{2})}$ $\cancel{(2+\sqrt{2}; \sqrt{2}-2)}$

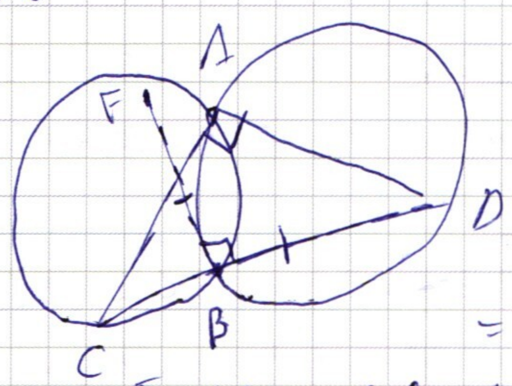
$(\sqrt{2}-2; -\sqrt{2}-2)$ $(2-\sqrt{2}; \sqrt{2}+2)$

$(-\sqrt{2}-2; 2-\sqrt{2})$ $(\sqrt{2}+2; \sqrt{2}-2)$

Эти 4 точки

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



$CF^2 = FB^2 + CB^2$ по теореме Пифагора т.к. $\angle FBC = 90^0$ т.к. $FB \perp CD$

$FB = FD$ по условию $\Rightarrow$

$\Rightarrow CF^2 = CB^2 + BD^2$

По теореме синусов для $\triangle CAB$

$CB = 2R \cdot \sin(\angle CAB)$, аналогично

$BD = 2R \cdot \sin(\angle BAD)$, заметим, что радиусы окружностей равны по условию. тогда

$CB^2 + BD^2 = 4R^2(\sin^2(\angle CAB) + \sin^2(\angle BAD))$

т.к. $\angle CAD = 90^0 = \angle CAB + \angle BAD$, то

$\sin^2(\angle CAB) + \sin^2(\angle BAD) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow CF^2 = 4R^2 \Rightarrow$ $CF = 2R = 90^0$

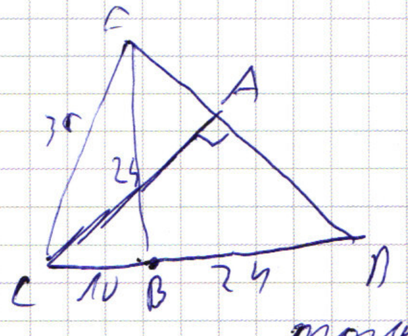
Тогда т.к. $CF = 2R = D$ и $\angle CBF = 90^0$, то тогда F лежит на опис. окружности $\triangle ABC$, тогда $\angle FAC = 90^0$ т.к. он опирается на диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FAD = \angle FAC + \angle CAD = 180^0 \Rightarrow FAD$ – это одна прямая

№6 (продолжение)

$BF^2 = CF^2 - BC^2 = 26^2 - 10^2 = 36 \cdot 16 = (6 \cdot 4)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow BF = 24 = BD$



Т.к. $FB = BD$ и $\angle FBD = 90^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle FDB = 45^\circ$ т.к. FBD - прямоугольный, равнобедренный треугольник,
тогда $FD = 24\sqrt{2}$.

Заметим, что $\angle FDB = \angle ADC$ и $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ACD = 180^\circ - \angle CAD - \angle ADC = 45^\circ = \angle ADC \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta CAD$ - прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{CB+BD}{\sqrt{2}} =$
$= \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2} = CA$

$FA = FD - AD = 24\sqrt{2} - 17\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$S = \frac{FA \cdot CA}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 17 \cdot 7 = 119$ т.к.
ΔFAC - прямоугольный.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$|y+x+8|+|y-x+8|=16$

1 случай

$y+x+8\geq0$ и $y-x+8\geq0$

Тогда $y+x+8+y-x+8=16 \Rightarrow y=0$

$\Rightarrow x+8\geq0$ и $-x+8\geq0 \Rightarrow 8\geq x\geq-8$

2 случай

$y+x+8\leq0$ $y-x+8\leq0$

$-y-x-8-y+x-8=16$

$-2y=32 \Rightarrow y=-16 \Rightarrow x-8\leq0$; $-x-8\leq0$

$\Rightarrow 8\geq x\geq-8$

3 случай

$y+x+8\geq0$ $y-x+8\leq0$

$y+x+8-y+x-8=16$

$2x=16 \Rightarrow x=8$

$y+16\geq0$ $y\leq0 \Rightarrow -16\leq y\leq0$

4 случай

$y+x+8\leq0$ $y-x+8\geq0$

$-y-x-8+y-x+8=16$

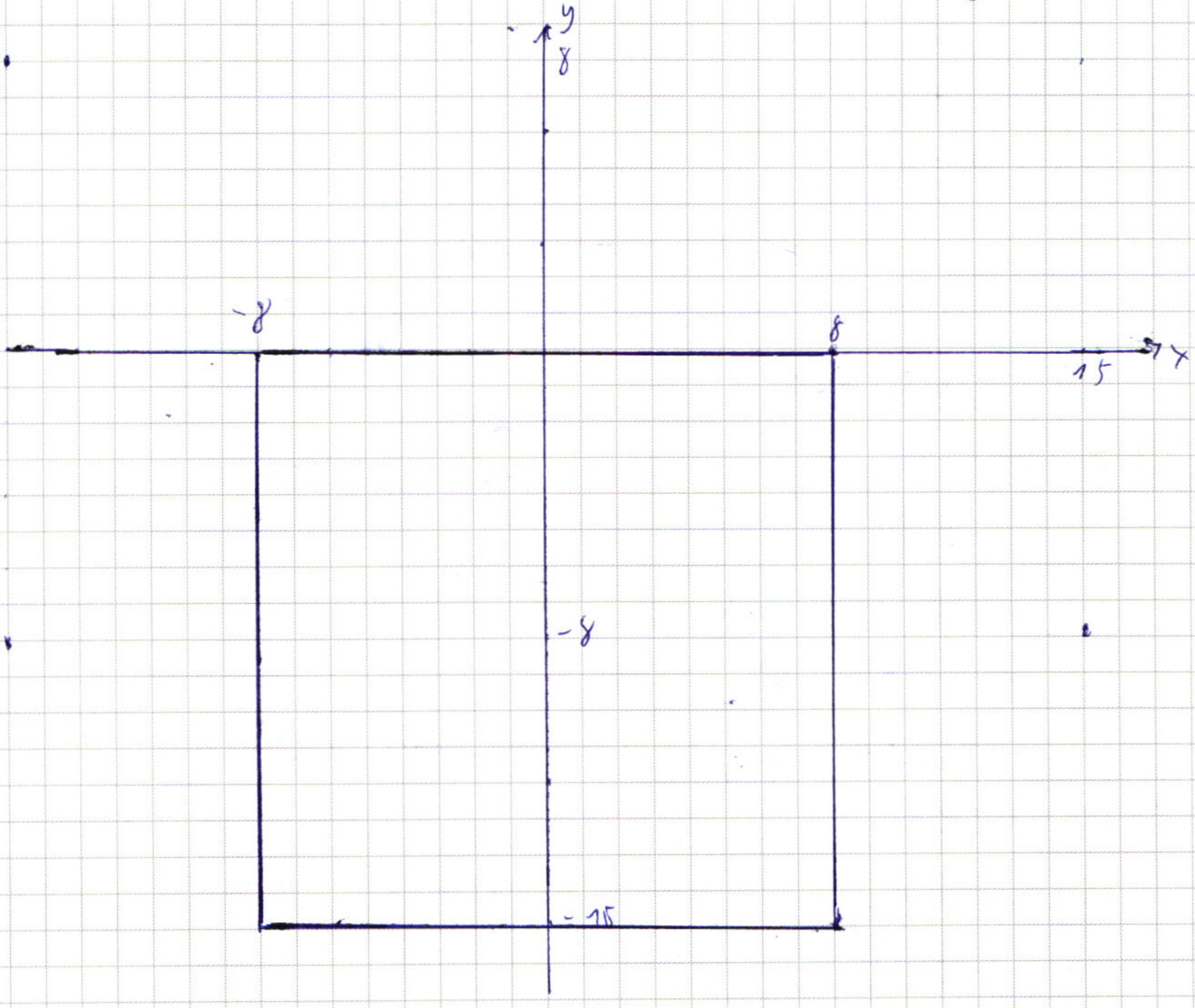
$-2x=16 \Rightarrow x=-8 \Rightarrow y\leq0$ и $y+16\geq0$

$\Rightarrow -16\leq y\leq0$.

Это все решения 1 уравнения.

№7 (продолжение)

Заметим, что второе это практически уравнение окружности с центром O (15;8), но т.к. там стоят |x| и |y|, то надо построить её часть лежащую в 1 координатной четверти, а затем отразить относительно Ox, а затем всё относительно Oy т.к. там без разницы брать −x или +x или −y или +y.



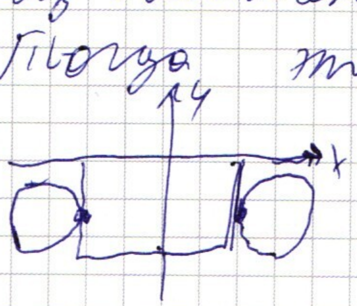
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

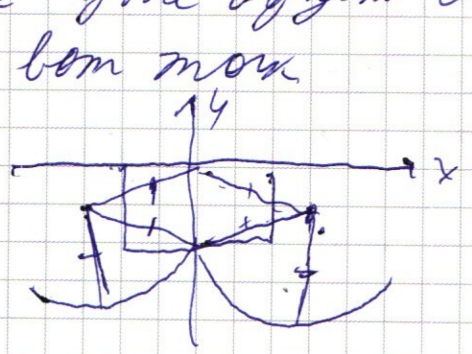
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 (продолжение)

Заметим, что рассматривать две верхние координатные четверти бессмысленно т.к. там нет решений 1 уравнения.
Рассмотрим 2 нижние. Заметим, что там картинка симметрична оси Oy и прямой $y=-8$ т.к. на ней лежат центры окружностей и ~~центр прямоуголь-ника~~ это ось симметрии прямоугольника $(-8;0)$; $(8;0)$ $(8;-16)$; $(-8;-16)$ задающего решение уравнения. Значит все симметрично относительно точки $(0;-8)$, тогда, чтобы было именно 2 решения они должны лежать по Oy или на прямой $y=-8$, иначе из симметрии их уже будет четыре.
Тогда это либо вот так



или



то есть они либо проходят через середины горизонтальных сторон и $a = 15^2 + 8^2 = 17^2 = 289$ либо касаются середин вертикальных сторон и $a = (15-8)^2 = 7^2 = 49$. Здесь мы пользуемся тем, что $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$ — ур-е окр. и $a = R^2$, а неотр. т.к. иначе не было бы решений. Заметим, что эти два случая подойдут т.к. в первом случае второе пересечение окружности с прям гор. прямой фактически произойти левее чем прямая $x = -15$ или правее, чем прямая $x = 15$, а там нет решений 1-го ур-я. И нет пересечения с верт. сторонами т.к. $-10 \leq y \leq 0$ достигается либо в другой координатной четверти либо, правее чем прямая $x = 15$ или левее чем прямая $x = -15$. Во втором случае они просто лежат в разных полуплоскостях относительно прямых $x = -8$ и $x = 8$, значит других пересечений не будет.

Ответ: $a = 49$ и $a = 289$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$y+x+8>0$

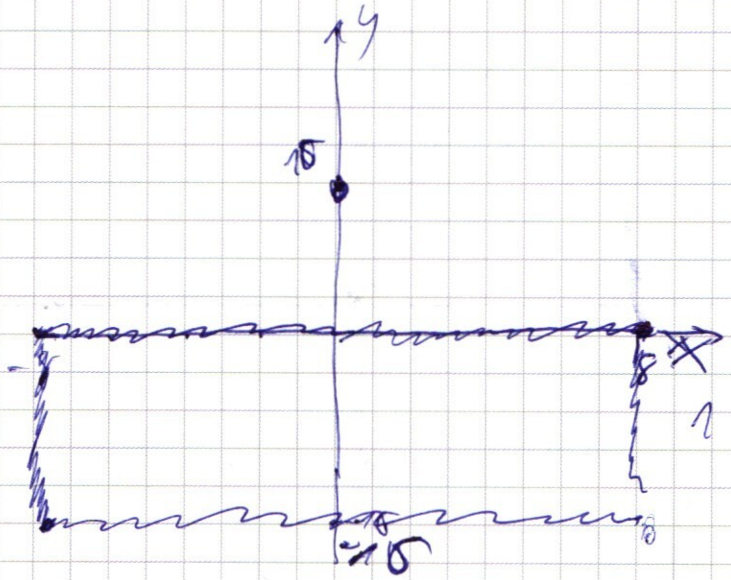
$y-x+8>0$

$2y+16=16$

$y=0$

$x-8>0$

$8>x>-8$



$y+x+8<0$

$y-x+8<0$

$-y-x-8-y+x-8=16$

$-2y=-16-16$

$y=-16$

$y+x+8>0$

$y-x+8<0$

$y+x+8-y+x-8=16$

$2x=16$

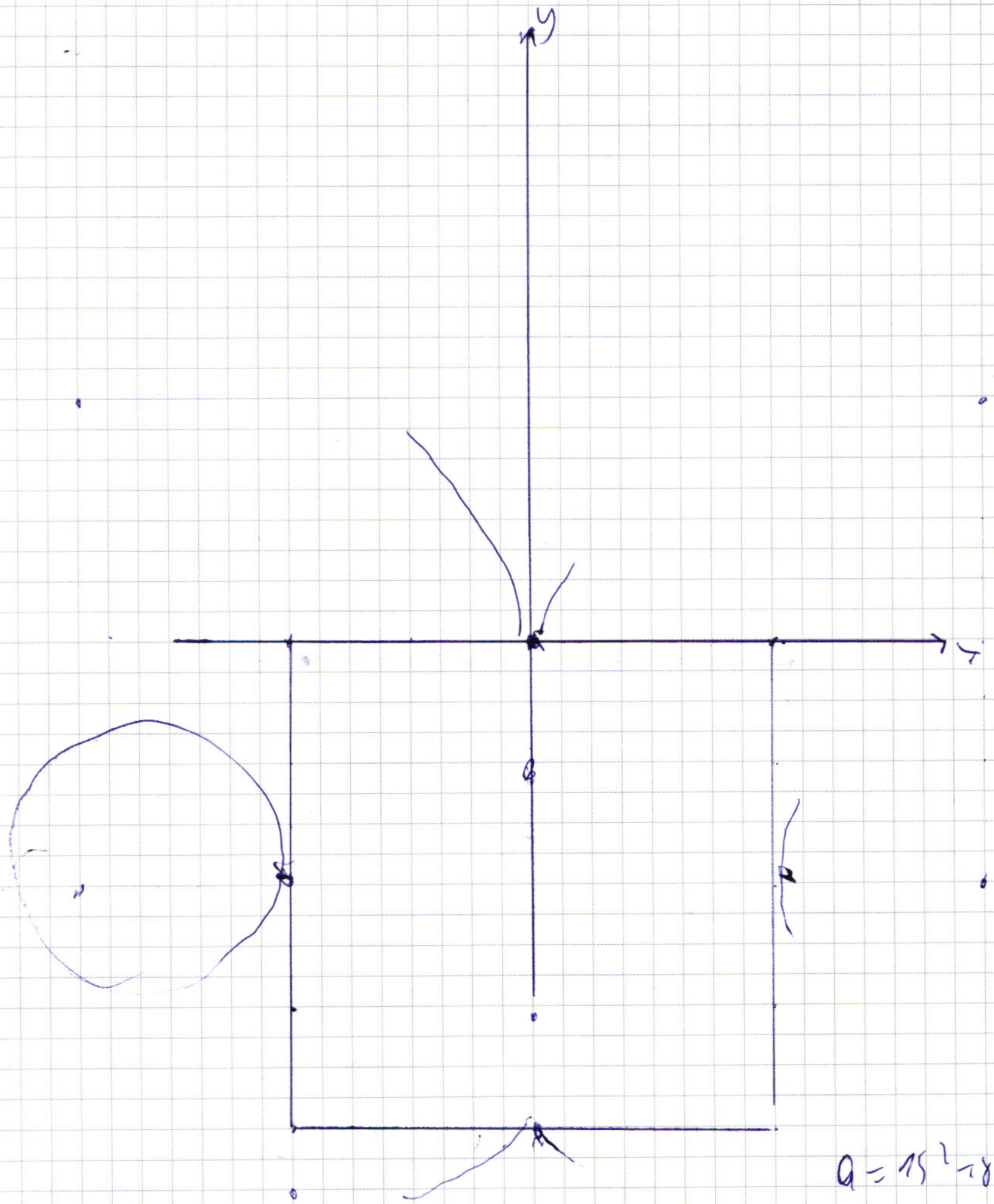
$x=8$

$y>-16$

$x-8<0$

$-x-8<0$

$-8<x<8$



$a = 15^2 + 8^2 = 17^2$

$a = 7^2$

$15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$

17^2

17

119

17

289

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $4900 = 7^2 \cdot 10^2 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$

№2

$b_1 + b_2 \dots + b_{3000} = b_1(1 + k + k^2 \dots + k^{2999}) =$

$= b_1 \frac{k^{3000}-1}{k-1} = S$

$b_3 + b_6 \dots + b_{3000} = b_1(k^2 + k^5 \dots) =$

$= b_1 k^2 (1 + k^3 \dots k^{2997}) = b_1 k^2 (1 + a + \dots + a^{999}) =$

$2997 / 3$
27 | 999
27

$= b_1 k^2 \frac{a^{1000}-1}{a-1} =$

$= b_1 k^2 \frac{k^{3000}-1}{k^3-1}$

$4 b_1 \frac{k^{3000}-1}{k-1} = 39 b_1 k^2 \frac{k^{3000}-1}{k^3-1}$

$4 = 39 \frac{k^2}{k^2+k+1} \Leftrightarrow 4k - 4 = 35k^2$

$35k^2 - 4k - 4 = 0$

$k = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 4 \cdot 35}}{70} = \frac{4 \pm 4 \cdot 6}{70} = \frac{4 \pm 24}{70}$

$b: > 0 \Rightarrow k > 0$

$k = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = 0{,}4$

$b_2 + b_4 \dots = b_1 k (1 + k^2 \dots k^{2998}) = b_1 k (1 + c + \dots + c^{1499}) =$

$= b_1 k \cdot \frac{c^{1500}-1}{c-1} = b_1 k \cdot \frac{k^{3000}-1}{k^2-1} = S \cdot \frac{k}{k+1}$

$= S \cdot \frac{0{,}4}{1{,}4} = S \cdot \frac{2}{7}$

$S + S \cdot \frac{4}{7} = S(1 + \frac{4}{7}) = \frac{11}{7} S$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

N 3

~~$x^3 - 84x + 200$~~

~~$-8 \pm 36 + 160 \quad -8 \pm 14 / 2$~~

$(x+10)(x-4)$

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

$x^3 - 84x + 200$

$200 = 2 \cdot 4 \cdot 25$

$3x^2 - 84 = 0$

$x^2 = \frac{84}{3}$

$x = \pm\frac{8}{\sqrt3}$

$\frac{x}{2\sqrt2} + \frac{5\sqrt2}{2} = 0$

$x + 10 = 0$

$\frac{(x+10)}{2}\sqrt{x^3 - 84x + 200} = (x+10)(x-4)\cdot\sqrt2$

$(x+10)\sqrt{x^3 - 84x + 200} = (x+10)(x-4)2\sqrt2$

$x+10$ - корень проверим

$\sqrt{x^3 - 84x + 200} = (x-4)2\sqrt2$

$x^3 - 84x + 200 = (x-4)^2 8$

$x^3 - 84x + 200 = 8x^2 - 64x + 4 \cdot 4 \cdot 8$

~~$x^3 - 8x^2 - 128 = 0$~~

~~$x^2(x-8) = 128 = 4 \cdot 4 \cdot 8$~~

$36 \cdot 8$

$x^3 - 8x^2 + 200 - 128 = 0$

$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$

~~$x = 6$~~

$x^3 - 8x^2 + 72 \mid x - 6$

$x^3 - 6x^2 \quad \mid x^2 - 2x - 12$

$-2x^2 + 72$

$-2x^2 + 12x$

$-12x + 72$

$x^2 - 2x - 12$

$(x-6)(x^2 - 2x - 12)$

$72 = x^2(8-x) = 6 \cdot 6(8-6) = 6 \cdot 12$

$= 36 \cdot 2$

$3 \cdot 3 \cdot 8 = 9 \cdot 8$

$6 \cdot 6 \cdot 2$

$x^2 - 2x - 12 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+48}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$4900 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7$

$2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdot 1\cdot 1$ $\quad C_8^2\cdot C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2$

$4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1$ $\quad C_8^3\cdot C_5^2\cdot C_3^2\cdot C_1^1$

№4

Мод. огр. $\quad \le -7 \quad x < -2$

$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$16x^3 + 15x^2 + 22x + 4 = 0$

$16\cdot 3\cdot x^2 + 15\cdot 2\cdot x + 22 = 0$

$12x^2 + 15x + 11 = 0$

$x = \dfrac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4\cdot 11\cdot 12}}{2}$

$15 \quad 225$

Но тогда

$4x^4 + 5x^3 \geq 0$

$x^3(4x+5) \geq 0$

$x^3(x+\frac{5}{2}) \geq 0$

$+ \quad -\frac{5}{2} \quad - \quad 0 \quad +$

Значит

нам подходят

все

$11x^2 + 4x \geq 0$

$x(11x + \frac{4}{11}) \geq 0$

$\frac{\cancel{8}\cdot 7}{\cancel{8}} \cdot \frac{6\cdot 5}{2} \cdot \frac{4\cdot 3}{2} \cdot \frac{\cancel{2}\cdot 1}{2} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3$

$42\cdot 20\cdot 1 =$

$= 42\cdot 60$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 60 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$\frac{\cancel{8}\cdot 7\cdot 6}{\cancel{3}\cdot 8\cdot 1} \cdot \frac{5\cdot 4}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{3}\cdot 2}{\cancel{3}} \cdot \frac{1}{1} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 2 =$

$= 42\cdot 40$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 40 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 6 \\ \hline 210 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \times\ 6 \\ \hline 384 \end{array}$$

410 +

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 моу. отр.

$4x^4+x^2+4x+\cancel{10}5x^3+10x^2-4$

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4=0$

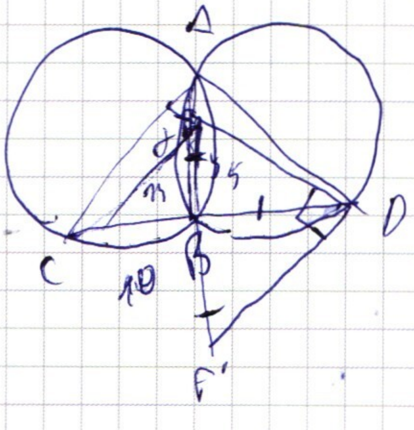
~~4 — 5 + 11 - 4 - 4~~

~~8 · 8 + 5 · 8~~

~~3 · 8 + 11 · 4 - 4 · 1 +~~

$16 \cdot x^3 - 15x^2 + 22x - 4$

№6



$CF^2 = CD^2 + FD^2 = CD^2 + BD^2$

по теореме пифагора

$\frac{CB}{\sin \gamma} = 2R$

$\Rightarrow CB = 2R \cdot \sin^2 \gamma$

$CB^2 = 4R^2 \cdot \sin^2 \gamma$

$BD = 2R \cdot \sin B$

$BD^2 = 4R^2 \cdot \sin^2 B$

$\gamma + B = 90°$

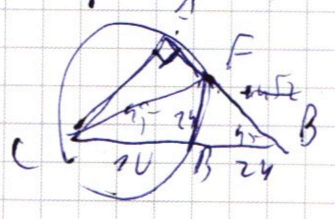
$CF^2 = 4R^2 \cdot 1 =$

$CF = 2R = 26 \Rightarrow$

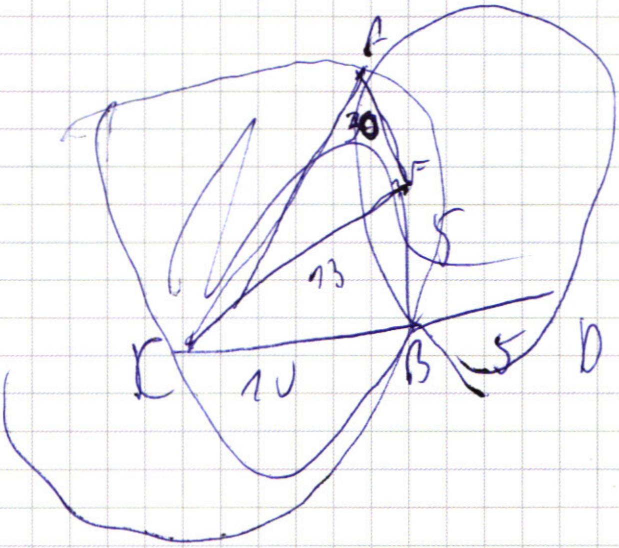
$\Rightarrow$ F принадлежит окр.

~~BACB~~

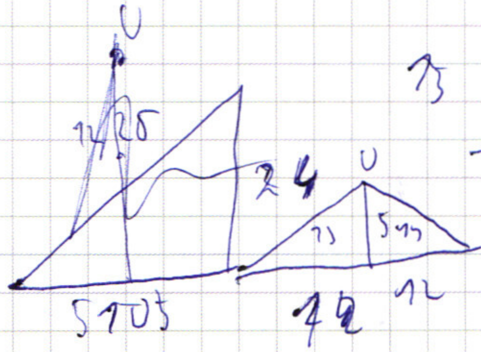
$\frac{CD}{\sin \angle CAB} = 2R$



34

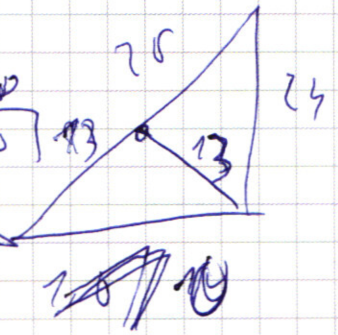


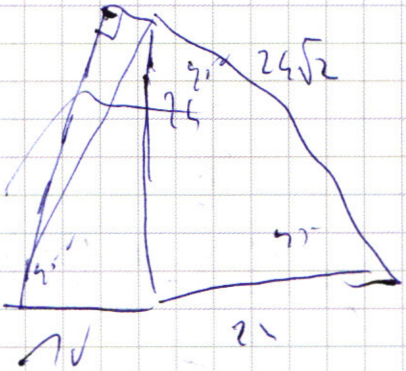
S = 17·7·2

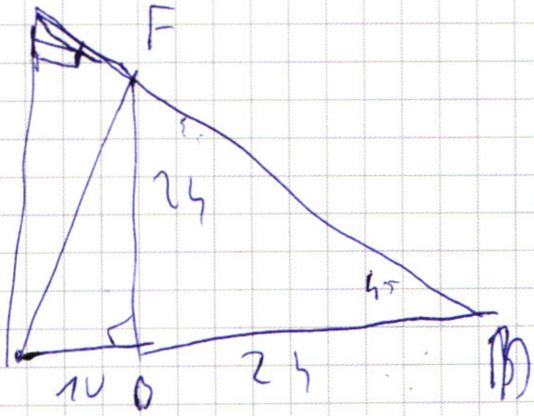


$26^2 - 10^2 =$

$= 36 \cdot 16 = 6^2 4^2 = 24^2$







$\sqrt{2}-2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$

$x+2 > 0$

$x > -2$

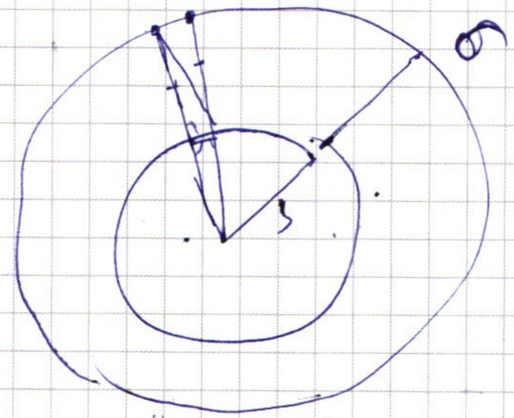
$4\cancel{x^4} + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$

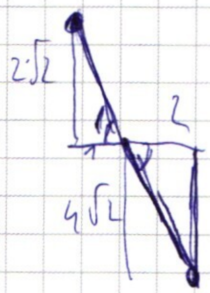
$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

№5

$1 + 8 = 9 = 3^2$

$16 + 10 \cdot 2 = 36 = 6^2$





$\varphi_{пов} = 180^\circ$

То есть они будут пересекаться через 45°, и т.д.

$v_к = 2{,}5\, v_л$

$2 \cdot V_к = V_п.$

$\omega_л = 5\,\omega_б$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№5

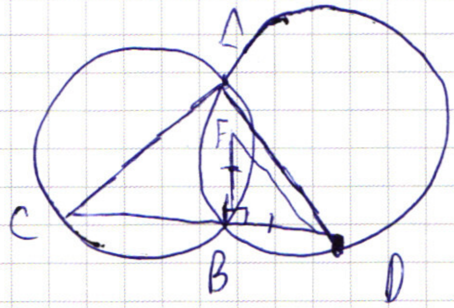
$\cos\alpha = \frac{1}{3}$ $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt3} = \frac{2\sqrt2}{4} =$

$= -\frac{2\sqrt2}{3}$

$\cos\frac{\pi}{4}$

$-\frac{\sqrt2}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt2} -$

$\sin\alpha$



$-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt2} + \frac{2\sqrt2}{3}\cdot\frac{1}{2\sqrt2}$

$-\sqrt2 + \sqrt2$

№4

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4$

$4x^4 - \cancel{5x^3} - 9x^2 + 4x + 4 = 0$

$8\cdot8 - 5\cdot8 - 9\cdot4 + 4\cdot2 + 4$

~~$3 \cdot 8 = 0 \cdot 4 \quad - 3\cdot4 \quad +4+4=0$~~

$64 - 40 - 36 - 8 + 4 = 0$

$x=2$ — корень

мн. пол.

$\frac{\sqrt2}{2} - 2 + -\frac{3}{2}$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \mid x-2$

$4x^4 - 8x^3 \mid 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

$3x^3 - 9x^2 + 4x + 4$

$3x^3 - 6x^2$

$-3x^2 + 4x + 4$

$-3x^2 + 6x$

$-2x + 4$

$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

$x = -1$

$-4 + 3 + 3 - 2 = 0$

$x = -1$

$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2)$

$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \mid x+1$

$4x^3 + 4x^2 \mid 4x^2 - x - 2$

$-x^2 - 3x - 2$

$-x^2 - x - 2$

$-2x - 2$

$\frac{1 \pm \sqrt{1 + 2\cdot4\cdot4}}{}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)