

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Если разбить 700 на множители, то получится, что $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \Rightarrow$ можно найти все угоры исконых чисел:

$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ или $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$. Находим кол-во возможных комбинаций: $\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!}$ (8-кол-во всех угорр°, даем на кол-во повторяющихся)

и получаем $840 + 1680 = 2520$

Ответ: 2520

N2

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad \sqrt{x^3 - 4x + 80} \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$x^2 + 10x + 24$ находим корни по Виету: $x = -6; x = -4 \Rightarrow$

$$x^2 + 10x + 24 = (x+6)(x+4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

Находим первый корень $x = -6$ и делим на $x \neq -6$, $x \neq -6$
Замечаем, что $x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x+4 \quad \text{возводим в квадрат}$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

Подбираем корень $x = 4$ и делим уравнение на $x - 4$

Получаем уравнение:

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \\ x^3 - 4x^2 \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 \\ 2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-4 \\ x^2+2x-12 \\ \hline \end{array}$$

Каждому корню с помощью дискриминанта:

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 20x \\ 2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D = 4 + 48 = 52 \quad \sqrt{D} = 2\sqrt{13}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{l} -1 - \sqrt{13} \\ -1 + \sqrt{13} \end{array}$$

по данным
корень не подходит
т.к. $x \geq -4$
(по доказанному ранее)

$$\begin{array}{r} -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

а $\sqrt{13} > 3 \Rightarrow -1 - \sqrt{13} < -4$

Ответ: ~~$x = -6$~~ ; ~~$x = 4$~~ ; ~~$x = -1 + \sqrt{13}$~~

Но $x = -6$ также не подходит по ОДЗ т.к. $x^3 - 4x + 80 \geq 0$, но если подставить $x = -6$, то получится $-216 + 24 + 80 < 0$

Ответ: $x = 4$; $x = -1 + \sqrt{13}$

N4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

$\swarrow x \geq 2 \quad \searrow x < 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

$$2x^4 - 3x^2(x-2) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$x^4 - 2x^2(x-2) + (x-2)^2 + x^4 - x^2(x-2) \geq 0$$

$$(x^2 - (x-2))^2 + x^2(x^2 - (x-2)) \geq 0$$

$$(x^2 - (x-2))(x^2 - (x-2) + x^2) \geq 0$$

$$(x^2 - x + 2)(2x^2 - x + 2) \geq 0$$

$$D = 1 - 8 < 0 \quad D = 1 - 16 < 0$$

Коэффициент перед x^2

будут положительными всегда

верно при любых $x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

$$x^4 - 2x^2(2-x) + (x-2)^2 + x^4 - x^2(2-x) \geq 0$$

$$+ x^4 - x^2(2-x) \geq 0$$

$$(x^2 - (2-x))^2 + x^2(x^2 - (2-x)) \geq 0$$

$$(x^2 - (2-x))(x^2 - (2-x) + x^2) \geq 0$$

$$(x^2 + x - 2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$D = 1 + 8 = 9 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}] \cup [1; 2]$$

$$\cup [1; 2]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

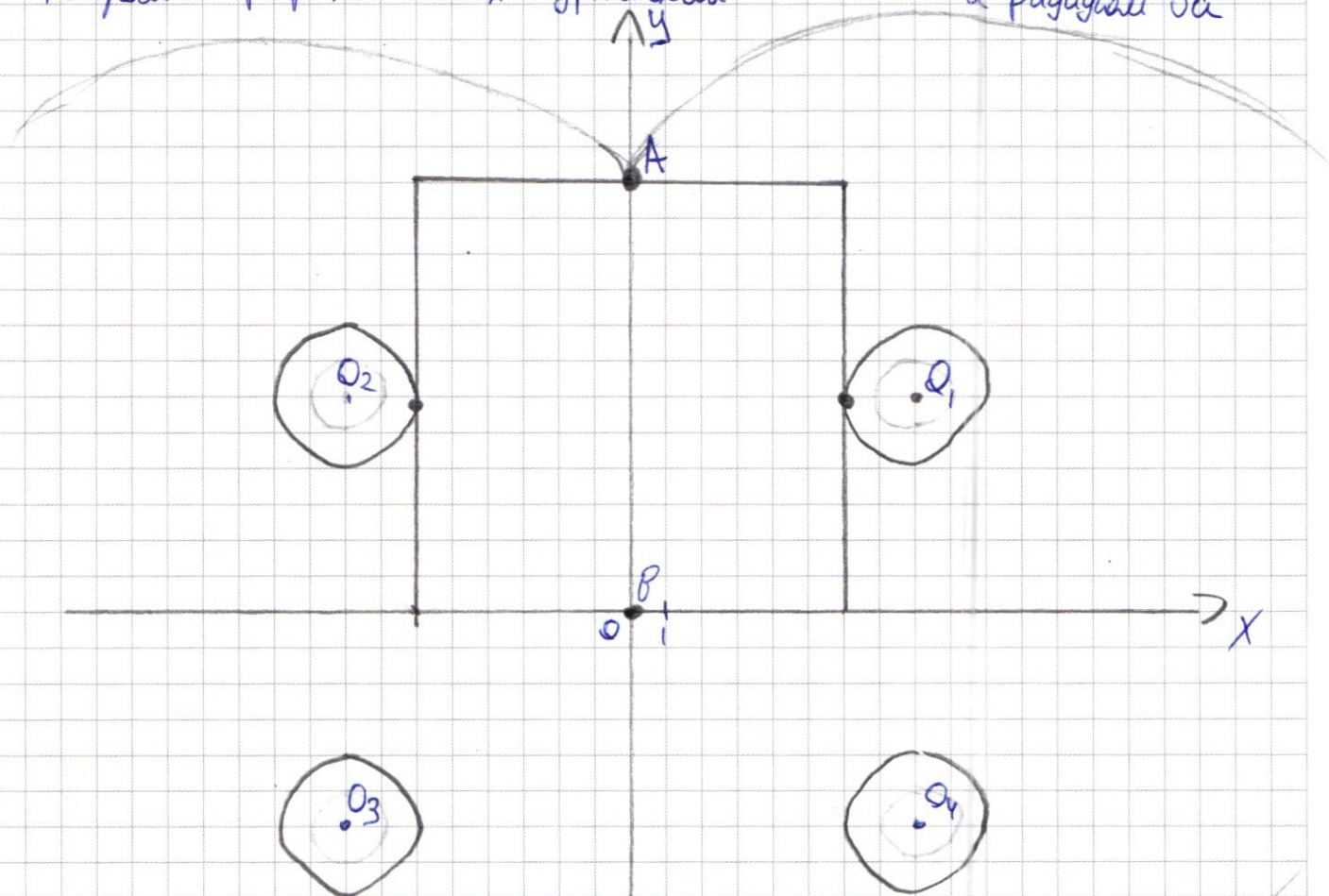
Объединяем "х" с обеих уравнений и получаем ответ.

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$

17

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12 \rightarrow$ ~~прямая~~ ^{свернуть} с вершинами $(6;0); (6;12); (-6;12); (-6;0)$
 $(|x|-2)^2 + (|y|-6)^2 = a \rightarrow$ 4 окружности с центрами $(8;6); (-8;6); (-8;-6); (8;-6)$ и радиусом $\sqrt{a}$

Построим графики обеих уравнений



Получаем всего 2 точки пересечения если $a=4$ (радиус 2) и
 если радиус окружности больше чем $OA = (-2)^2 + (12-6)^2 = 100$ то
 меньше $OA \text{ @ } P = (-2)^2 + (-6)^2 = 40$ что возможно при $R=100$

Ответ: $a = 100,4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 700 \mid 2 \\ 350 \mid 2 \\ 175 \mid 5 \\ 35 \mid 5 \\ \hline 7 \mid 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

M1

$$\begin{aligned} &4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ &2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \\ &1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \\ &\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \\ &= 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = \\ &= 840 \\ &\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 1680 \\ &= \frac{8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7}{1} = 1680 \\ &= 2520 \end{aligned}$$

ММА
АММ
МММ

ММАБ
ММБА
МАБМ
МБАМ
БАММ
АБММ
АММБ
БММА
АМБМ
БМММ
МБМА

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 7 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 48 \\ \hline 240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 240 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

ММАА
ММАМ
ААММ
ММММ
АМММ
АМММ

1500

1000

$q > 0$

$$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000}$$

$$b_{31} \cdot 1000 = 50 b_3$$

$$95 = 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$b_1(q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999})$$

$$S + b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000}$$

$$2S + 2b_2 + 2b_4 + 2b_6 + \dots + 2b_{3000}$$

$$3b_3 + 3b_6 + 3b_9 + \dots + 3b_{3000} =$$

95

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x+4)(x+6) \quad D = 100 - 96 = 4$$

$$\frac{\sqrt{2}x}{2} + 3\sqrt{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm 2}{2} = \begin{matrix} -7 \\ -6 \end{matrix}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{x}{2} + 3 \right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6) \quad (x^3 - 4x + 80 = 0)$$

$$x = -6$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 12x + 64 = 0$$

$$8096 - 256$$

$$512 - 64 - 96 + 64$$

$$-64 - 16 + 48 + 64$$

$$8 - 4 - 24 + 64$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$-27 \quad 8 - 8 - 40 + 48$$

$$27 - 18 - 60 + 48$$

$$-216 - 72$$

$$-64 - 32 + 80 + 48$$

$$-216 - 72 + 120 + 48$$

$$\begin{array}{r} x16 \\ 16 \\ \hline +96 \\ 16 \\ \hline 256 \\ 3 \\ \hline x64 \\ 8 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x256 \\ 16 \\ \hline +1536 \\ 256 \\ \hline 4096 \\ 1 \\ \hline x12 \\ 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$-125 + 20 + 80$$

$$-64 + 16 + 80$$

$$4 \cdot 3 \cdot 4 \quad \begin{array}{r} x36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$x(x^2 - 2x - 20)$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$27 - 18 - 60 + 48$$

$$-4$$

$$-64 - 32 + 80 + 48$$

$$-216 - 72 + 120 + 48$$

$$216 - 72$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x = -48$$

$$x(x^2 - 2x - 20) = -48$$

$$x^3 - 2x^2 = 0$$

$$x^2(x - 2) = 0$$

$$x(x^2 - 20)$$

$$x^2 = 20$$

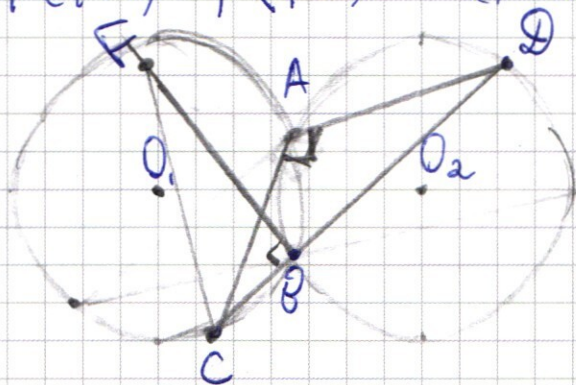
$$-2x^2 - 20x = 0$$

$$-2x = 20$$

$$x = -10$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 4g(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) &= 9S \\
 40(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) &= 9(b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + b_7 + b_8 + \dots + b_{2999}) \\
 40b_1(q^2 + q^5 + q^8 + \dots) &= 9b_1(1 + q + q^3 + q^4 + \dots) \\
 q^2(q^3 + 1) + q^8(q^3 + 1) &= (q^3 + 1)(q^2 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2998})
 \end{aligned}$$



$r=5$

$$\begin{aligned}
 \frac{22}{9}(b_1 q^2 + b_2 q + b_4 q^2 + b_5 q + \dots) &= \\
 &= b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22b_1 q^2 - 9b_1 + 22b_2 q - 9b_2 + \dots &= 0 \\
 b_1(22q^2 - 9) &= 0
 \end{aligned}$$

$$b_3 + b_6 + \dots = \frac{9S}{4g}$$

$$3b_3 + 3b_6 + \dots = \frac{27S}{4g}$$

$$2b_3 = b_1 q^2 + b_2 q$$

$$2b_6 = b_4 q^2 + b_5 q$$

$$S + b_2 + b_4 + \dots$$

$$b_2 + b_4 + b_6 + \dots$$

$$b_2 + b_4 = b_3 q + \frac{b_3}{q}$$

$$b_3 \left(q + \frac{1}{q} \right)$$

$$b_8 + b_{10} = b_9 \left(q + \frac{1}{q} \right)$$

$$b_3 \left(q + \frac{1}{q} \right) (b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{2997}) + b_6 + b_{12} + \dots$$

$$\frac{9S}{4g} - b_3 - b_6 - b_9 - \dots$$

$$40(q^3+1)(q^2+q^8+\dots q^{2996}) = g(q^3+1) \begin{matrix} x, y \geq 0 \\ x+y=6 \\ y \geq x \end{matrix}$$

$$x=2 \quad x=2 \quad y=12 \quad a=900$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = a$$

$$y-6-x + y-6+x = 2$$

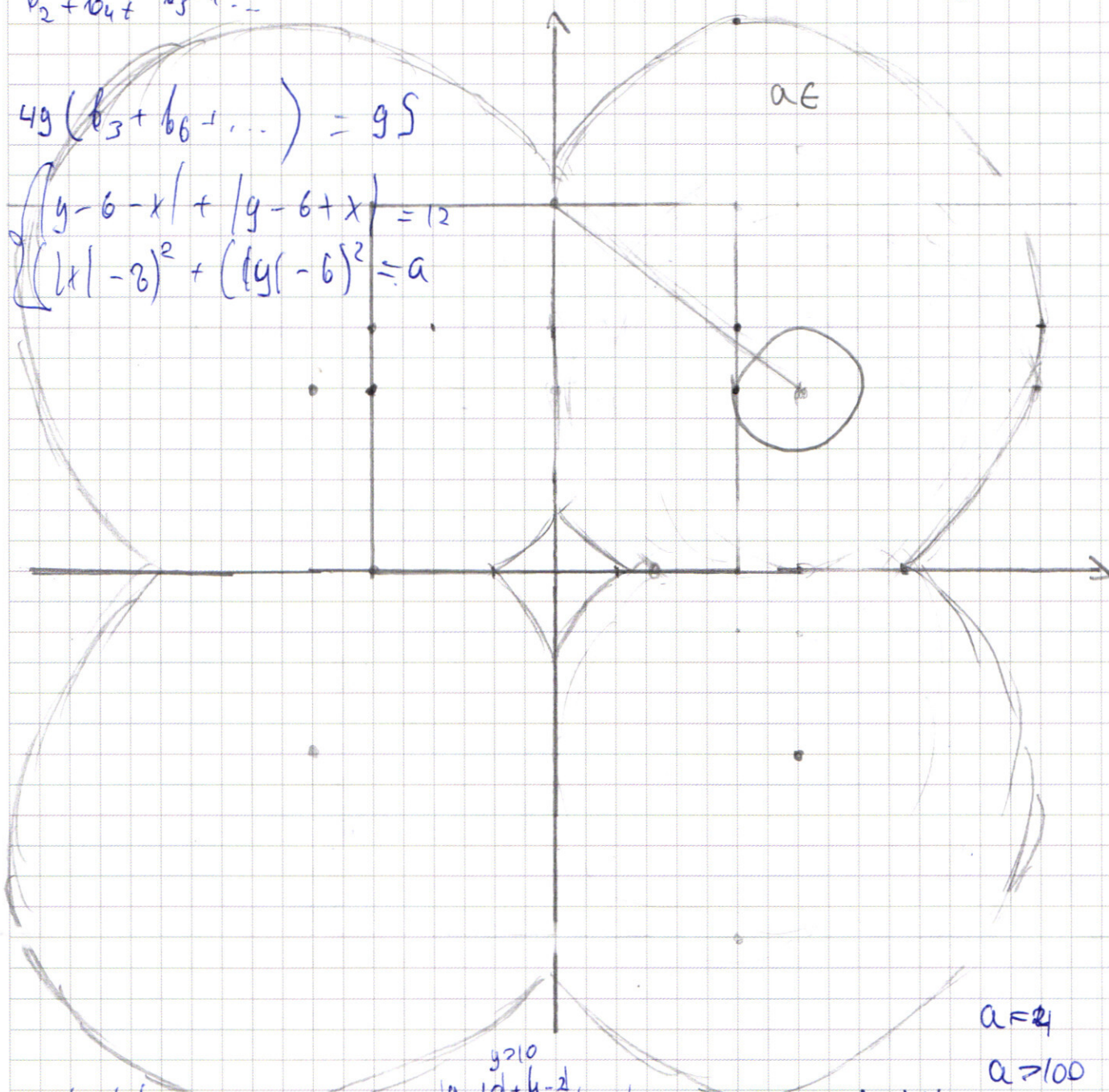
$$2y = 24 \quad y = 12$$

$$y-x \geq 0 \quad y \geq x$$

$$b_2 + b_4 + b_5 + \dots$$

$$4g(b_3 + b_6 + \dots) = gS$$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (x-6)^2 + (y-6)^2 = a \end{cases}$$



$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ y \geq 12 \quad y=12 \quad y < 0 \quad y=-12 \end{cases} \begin{matrix} a > x \\ a < x \end{matrix}$$

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$(a-x) + (a+x) = 12$$

$$a = 12$$

$$\begin{matrix} y \geq 10 \\ y-10+y-2 \\ y=6 \quad x=6 \\ y=4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x \geq 2 \\ -2-x+1-2-1=12 \\ x-2+x+2 \\ y=2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a=24 \\ a > 100 \\ y \geq x+6 \\ y=12 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x < -6 \\ -2-x < 2 \\ -2-x-x+2 \\ x=6 \\ x+2-x+2 \\ y=2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} | -4-x | + | x-4 | = 12 \\ -4-x-x-4 \\ -2x-8=12 \\ x=-10 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} y > x+6 \\ y=12 \\ x+6-y+y-6+x \\ 2x=12 \\ x=6 \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

M_0 - проверка

M_0 - нуль

$$|x-2| = t, \quad t \geq 0$$

$$t^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$2x^4 - 3x^2|x-2|$$

$$2x^4 - 3x^2 \cdot t + t^2 \geq 0$$

$$(x^2 - t)^2 + x^4 - 2x^2 \cdot t$$

$$2x^4 + x^2 - 4$$

$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2|x-2|$$

$$2x$$

$$x^2(2x^2 - 3t) + t^2$$

$$(x^2 - t)^2 + x^2(x^2 - t)$$

$$(x^2 - t)(x^2 - t + x^2) \geq 0$$

$$(x^2 - t)(2x^2 - t) \geq 0 \quad (x^2 - |x-2|)(2x^2 - |x-2|) \geq 0$$

$$x^2 = t \quad x^2 = \frac{t}{2}$$

$$x^2 = |x-2| \quad x^2 = \frac{|x-2|}{2}$$

$$x^2 = -x+2$$

$$x^2 = x-2$$

$$2x^2 = -x+2$$

$$2x^2 = x-2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$2x^2 - x + 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9 \quad D < 0$$

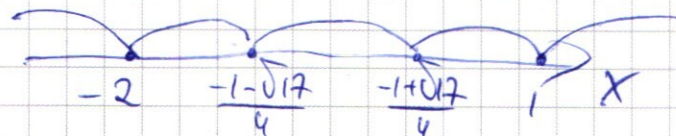
$$D < 0$$

$$D = 1 + 16 = 17 \quad D < 0$$

$$D < 0$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad x = -2$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$32 + 4 - 8 + 4$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \\ + 25 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 |x-2| + 4 \geq 0$$

$$\text{при } x < 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

$$(x-2)^2 + x^2$$

$$2x^4 - 3x^2(2-x) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$(x^2 - (2-x))^2 + x^4 - x^2(2-x) \geq 0$$

$$(x^2 - (2-x))^2 + x^2(x^2 - (2-x)) \geq 0$$

$$(x^2 - (2-x))(x^2 - (2-x) + x^2) \geq 0$$

$$(x^2 + x - 2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad 2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 0$$

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$y=0$$

$$|-6-x| + |6+x| = 12$$

$$2|6+x| = 12$$

$$|6+x| = 6$$

$$x=0$$

$$x=10$$

$$y-5 \quad y-7 \quad 2y=22$$

$$|y-24| + |y+14| = 12$$

$$y=24 \quad y-24+y+14=12$$

N4

Верно при $x \geq 2$ верно
 $x > 7 \quad x < -7$

$$|-7-x| + |-7+x| = 12$$

$$7+x+x-7=12$$

$$x=6$$

$$-7-x-x+7=12$$

$$x=3, x=3$$

$$|3-x| + |3+x| = 12$$

$$x-3+x+3=12$$

$$x=6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (x+6) \sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4) \sqrt{x^3-4x+80} = \frac{2x+8}{\sqrt{2}} = \sqrt{2x+4}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (x^3-4x+80) = x^2+8x+16$$

$$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$$x(x^2-2x-20) = -48$$

$$D = 84$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{21}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{21}$$

$$9x^2-4x-20=0$$

$$D = 16 + 240 = 256$$

$$\frac{4 \pm 16}{6} \rightarrow \frac{10}{3}$$

$$\frac{+}{-2} \quad \frac{+}{\frac{10}{3}}$$

$$-8-8+40+48 = 72$$

$$-64-32+80+48$$

$$-6 \quad -4$$

$$-\frac{16}{3} \quad -4$$

$$-2 \quad 3$$

$$2.5 \quad 3$$

$$\frac{5}{2} \quad \frac{8}{3}$$

$$\frac{26}{10}$$

$$x+4 \geq 0$$

$$-8-8-40+48 = 8$$

$$x(x-1+\sqrt{21})(x-1-\sqrt{21}) = -48$$

$$\frac{1000}{27} - \frac{200}{9} - \frac{200}{3} + 48$$

$$\frac{1000}{27} - \frac{600}{27}$$

$$2296-600-1800$$

$$-\frac{125}{8} - \frac{25}{2} + 50 + 48$$

$$\frac{25}{8} - 2$$

$$-\frac{343}{8} - \frac{49}{2} + 70 + 48$$

$$-\frac{125}{8} - \frac{25}{2} + 50 + 48$$

$$-\frac{125}{8} - \frac{25}{2} + 50 + 48$$

$$-\frac{125}{8} - \frac{25}{2} + 50 + 48$$

$$48 = 6 \cdot 8$$

$$-\frac{4096}{27} - \frac{512}{9} + \frac{320}{3} + 48$$

$$-4096-1536+2880+1296$$

$$-\frac{24}{5} \quad \frac{8}{3} \quad 2 \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{5} \quad \frac{13}{5}$$

$$\frac{281}{729}$$

$$\frac{6}{384}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{729}{8} - \frac{81}{2} + \frac{180}{2} + 48$$

$$-\frac{729}{8} - \frac{324}{8} + \frac{540}{8} + \frac{384}{8}$$

$$\frac{9}{2} - 4$$

$$-4,5 \quad -4$$

$$\frac{24}{5} \quad \frac{48}{5}$$

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{3}{512}$$

$$\frac{5}{384}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{512}{27} - \frac{128}{9} - \frac{160}{3} + 48$$

$$512 - 384 - 1440 + 1296$$

$$1808 - 1824$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x = 4$$

$$\frac{121}{1331}$$

$$x^2 + 2x - 12$$

$$64 - 32 - 80 + 48$$

$$x = 4 + 48 = 52 = 2\sqrt{13}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48$$

$$x^3 - 4x^2$$

$$-2x^2 - 20x$$

$$2x + 8x$$

$$-12x + 48$$

$$x - 4$$

$$x^2 + 2x - 12$$

$$-1 + \sqrt{13}$$

$$-1 - \sqrt{13}$$

$$x = 4$$

$$x = -6$$

$$2 < \sqrt{13} - 1 < 3$$

$$-4 < -1 - \sqrt{13} < -5$$

$$(-1 - \sqrt{13})^3 - 4(-1 - \sqrt{13}) + 80$$

$$-1 - 3\sqrt{13} + 3\sqrt{13} + 13\sqrt{13} + 4 + 4\sqrt{13} + 80$$

$$-40 - 6\sqrt{13} - 12\sqrt{13} + 44$$

$$-10\sqrt{13} + 20$$

$$-12\sqrt{13} \quad 44$$

$$(\sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} + 1)$$

$$(13 + 2\sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} + 1)$$

$$13\sqrt{13} + 26 + \sqrt{13} + 13 + 2\sqrt{13} + 1$$

$$144$$

$$13$$

$$144$$

$$144$$

$$1872$$

$$3,25 + 1,5 = 2$$

$$4,5 + 1,5 = 2$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$-1,5$$

$$-1 - \sqrt{17}$$

$$-6$$

$$-\sqrt{17}$$

$$-5$$

$$\sqrt{17}$$

$$25$$