МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1; 2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2; -4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16, \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

1) $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$. Заметим, что в записи будут цифры "2", "5", "7" и "1" (не изменять произведение).

Рассмотрим 2 случая:

1) В записи цифра "4":

A_1 – количество чисел $= 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 1680$ шт.

"4"; $2\times$"5"; $2\times$"7"

2) В записи $2\times$"2":

$A_2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 2520$ шт.

2) $A_{общ} = A_1 + A_2 = 1680 + 2520 = 4200$ шт

Ответ: 4200 шт.

N 3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$\cancel{(x+10)}\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)\cancel{(x+10)}\,2\sqrt{2}$$

$$\boxed{x = -10}$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)\,2\sqrt{2}$$

$$x^3 - 64x + 200 = (x-4)^2 \cdot 8$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 + 8 \cdot 16 - 4 \cdot 8x \cdot 2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 + 128 - 32x \cdot 2$$

$$x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8x^2 + 128 - \cancel{64x}$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$(2)\ \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x^2 - 2x - 12 = 0 \end{array}\right.$$

(2) $D = 2^2 + 4 \cdot 12 = 52 = (2\sqrt{13})^2$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

<u>Ответ:</u> $\{6;\ 1+\sqrt{13};\ 1-\sqrt{13}\} \cup \{-10\} \Rightarrow \{6; 1+\sqrt{13}; 1-\sqrt{13}; -10\}$

N4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

1) $x \geq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$(4x^4 - 4x^2) + (-5x^2 - 5x^3) + (4x + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(4x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 4) \geq 0$$

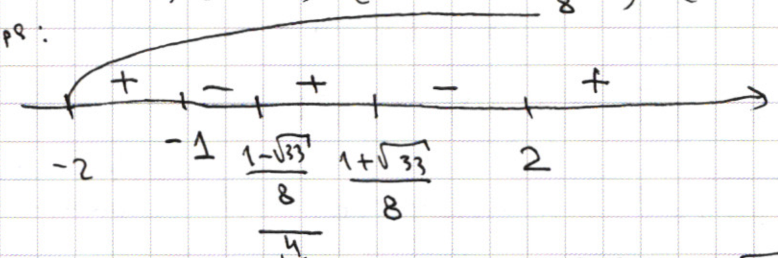
$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$\left(D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33 \qquad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \right)$$

$$(x+1)(x-2)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0$$

Метод интерв.:



$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty).$$

2) $x < -2$.

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 5) + (6x^2 + 4x + 4) \geq 0$$

$((4x^2 + 5x + 5) > 0$ т.к. $D < 0$ и коэфф. при $x^2 > 0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Аналогично $(6x^2+4x+4)>0$ т.к. $D<0$ и коэфф при $x^2>0$ (парабола с ветвями вверх)

$\Downarrow$

$x\in(-\infty;-2)$

<u>Ответ</u>: $x\in(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\ \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty)$

№ 2

По формуле суммы геом. прогрессии:

(1) $S = b_1\dfrac{1-q^n}{1-q}$

По усл.:

$S+39(b_3+b_6\ldots+b_{3000})=5S$

$4S=39(b_3+b_6+\ldots+b_{3000})$

$4S=39(b_1q^2+b_1q^5+b_1q^8\ldots+b_1q^{2999})$

$4S=39b_1q^2(1+q^3+q^6+q^9\ldots+q^{2997})$

(2) $4S=39b_1q^2\dfrac{1-q^{3000}}{1-q^3}$

(2), (1) $\Rightarrow$ $4S=39\cancel{b_1}q^2\dfrac{\cancel{1-q^{3000}}}{1-q^3}=4\cancel{b_1}\dfrac{\cancel{1-q^{3000}}}{1-q}$

$\boxed{q\neq1}$

$\Downarrow$

$39q^2(1-q)=4(1-q^3)$

$39q^2=4(1+q^2+q)$

$39q^2=4+4q^2+4q$

$35q^2-4q-4=0$

$D=16+4\cdot35\cdot4=36\cdot16=$ ~~$(q-1)(35q$~~
$=(4\cdot6)^2=24^2$ $\Big|\Rightarrow$ $q_{1,2}=\dfrac{4\pm24}{70}$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} q=\frac{-20}{70},\ q<0 \\ q=\frac{28}{70}=\frac{2}{5}\end{array}\right.$

$\Rightarrow \quad q = 2/5$ (4)

Запишем, что происходит при увелич. $(b_2, b_4 \dots b_{3000})$ в 3 раза:
k – во сколько изменится S (требуемое).

$$S + 2(b_2 + b_4 + b_6 \dots b_{3000}) = kS$$

$$(k-1)S = 2(b_1 q + b_1 q^3 + b_1 q^5 \dots + b_1 q^{2999})$$

(3) $$(k-1)S = 2b_1 q(1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998})$$

(1), (3) $\Rightarrow$ $$(k-1)\cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q}\cancel{b_1} = 2\cancel{b_1} q \frac{1-q^{3000}}{1-q^2}$$

$$(k-1)(1-q^2) = 2q(1-q)$$

$$(k-1)(1+q) = 2q$$

$$k-1 = \frac{2q}{1+q}$$

$$k = \frac{2q+1+q}{1+q} = \frac{3q+1}{1+q}, \quad (4)$$

$\Downarrow$

$$k = \frac{3\cdot 2/5 + 1}{1 + 2/5} = \frac{\frac{6}{5}+\frac{5}{5}}{\frac{5}{5}+\frac{2}{5}} = \frac{\frac{11}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{11}{7}$$

Ответ: увеличится в (11/7) раз.

N7

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

(2): $$x^2 + 15^2 - 2|x|15 + y^2 + 64 - 2|y|8 = a$$

$$x^2 + y^2 + 289 - 2|x|15 - 2|y|8 = a$$

$$x^2 + y^2 + 289 - 30|x| - 16|y| = a$$

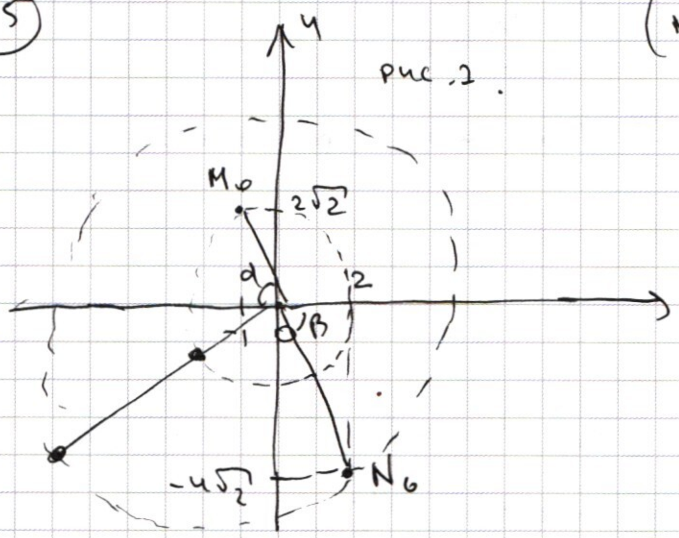
1) $x \ge 0,\ y \ge 0,\ x \ge y \Rightarrow a = 49$

2) $x \ge 0,\ y \ge 0,\ x < y \Rightarrow a = 64$

Ответ: $\{64; 49\}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5



(M_0 – карась, N_0 – пескарь)

1) Найдём R_{M_0} и R_{N_0} (радиусы вращения)

$R_{M_0} = \sqrt{1+(2\sqrt{2})^2} = 3$

$R_{N_0} = \sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4+32} = 6$

2) Заметим, что расстояние между рыбами минимально, когда они находятся на одной линии от центра (на R_{N_0})

(φ_{M_0} и φ_{N_0} с $\parallel O_x$ равны).

3) $v_{M_0} = \frac{2\pi R_{M_0}}{T_{M_0}} \Rightarrow T_{M_0} = \frac{2\pi R_{M_0}}{v_{M_0}} = \frac{2\pi R_{M_0}}{2{,}5v} = \frac{2\pi\cdot 3}{2{,}5v} = \frac{6\pi}{2{,}5v} = \frac{12\pi}{5v}$

Пусть v – скорость пескаря ($v_{N_0} = v$)

$v_{N_0} = \frac{2\pi R_{N_0}}{T_{N_0}} \Rightarrow T_{N_0} = \frac{2\pi R_{N_0}}{v_{N_0}} = \frac{2\pi\cdot 6}{v} = \frac{12\pi}{v}$

$\Downarrow$

$5T_{M_0} = T_{N_0}$

4) Найдем $\sin(\alpha)$ и β (см. рис. 1)

$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$; $\sin\beta = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$(=)$ $\alpha = \beta$ $\Rightarrow$ в начале лежат на одной прямой.

5) По пункту (2):

$\sin(\alpha_{кр}) = \sin(\beta_{кр})$ $(\alpha_{кр_{N_0}} = \beta_{кр_{M_0}})$

6) По (5): $\omega_{N_0} = 1/5\, \omega_{M_0}$

$-\pi + \omega_{M_0} T_1 = \omega_{N_0} T_1$ ($T_1 \xrightarrow{\text{время}}$ когда 1 раз догонит)

$-\pi + 5\omega_{N_0} T_1 = \omega_{N_0} T_1$

$-\pi = -4\omega_{N_0} T_1$

$$\boxed{T_1 = \frac{\pi}{4\omega_{N_0}}}$$

$\Rightarrow$ за время T_1 пескарь

проплывёт по кольцу $\frac{\pi}{4}$.

7) Найдём координаты:

$\beta t = \frac{\pi}{5}$

Заметим, что точек будет 5:

$\varphi_1 = \beta_{\alpha} + \frac{2\pi}{5}$

$\varphi_2 = \beta + \frac{2(\pi 2)}{5}$

$\varphi_2 = \beta + \frac{3(\pi \cdot 2)}{5}$

$\varphi_4 = \beta + \frac{4(\pi \cdot 2)}{5}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1.

1) Разложим на прост. множители 4900 : $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$.

Заметим, что в записи числа могут присутствовать цифры: 2, 4, 5, 7. Произведение = 4900 => остальные равны „1".

Рассмотрим 2 случая:

1) В записи есть цифра „4".

A_1 – количество чисел в этом случае => $A_1 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \cdot 21 \cdot 8 = 1680$

расстановка „4"; $2\times$„5"; $2\times$„7".

$\times \frac{21}{8}$ / 168

2) В записи 2-е цифры „2":

$A_2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 10 \cdot 21 \cdot 28 = 5880$

$2\times$„2"; $2\times$„5"; $2\times$„7"

(делим на „2" т.к. не важен порядок одинаковых элементов.)

2) $A_{общ} = A_1 + A_2 = 1680 + 5880 = 7560$

Ответ: 7560 шт.

$4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5$

$\cdot 2 \cdot 3$

$4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$

$10 \cdot 9 \cdot 28 =$

$\times \frac{28}{9}$ / 252

$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4$

$x^2(\cdot \quad 4x^4 + 4x^3 + x^3 + 11x^2 + 4x$

$x^3 + 2 \cdot \frac{4}{2} x^2 + \cancel{4x}$

$\left(\frac{11}{2}\right)^2$

$\frac{121}{4} = 30\frac{1}{4}$

$\frac{121 - 16}{4}$

$+\frac{1680}{2520}$

$\frac{12}{7}$

$+ \frac{1680}{2520}$ / 4200

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4\geq 0$

$x^2(4x^2+5x+11)>0 \qquad (4x+4)$

$5^2-4\cdot4\cdot11$

$25-16\cdot11$

$4(x+1)$

$x^2(4x^2+5x+5)+(6x^2+4x+4)$

$25-4\cdot4\cdot5$

$t=y+8$

$$\begin{cases}|y+x+8|+|y-x+8|=16\\(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a\end{cases}$$

$$\begin{cases}|t+x|+|t-x|=16\\(|x|-15)^2+(|t-8|-8)^2=a\end{cases}$$

$$\frac{1+q^3+q^6+\dots}{1+q^2+q^4\dots} \qquad b_1\frac{q^{3000}-1}{q-1}=S$$

$$\frac{(q^3+1)^{3000}}{} \qquad \frac{(q^{3000}-1)}{(q-1)}$$

$(q^3-1)(q^{2997}+q^{2994}\dots q^3+1)$

$$\frac{(q^n-1)}{(q^2-1)} \qquad \frac{(q^n-1)}{(q^3-1)}$$

$(q^2-1)(q^{2998}+q^{2996}\dots)$

$$\frac{\cancel{4}8}{(k-1)S}=\frac{39}{2}q\,\frac{\frac{q^{n}-1}{q^3-1}}{\frac{q^n-1}{q^2-1}}=\frac{39}{2}q\,\frac{q^2-1}{q^3-1}$$

$S=b_1 \qquad \frac{q^2+q}{q^2+q+1}$

$$\frac{4}{(k-1)}=\frac{39}{2}$$

$8=39k-39$

$47=39k$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

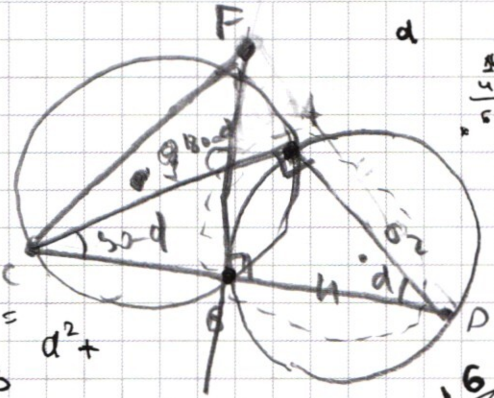
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

21×28; 168; 42; 588



$(a-1)^3 =$

$d^2 +$

$S = b_1 \frac{1-q^4}{1-q}$

$2^2 \cdot 7^2 \cdot 5^2$

8·7 · 1111

1) стоит 4

$8 \cdot \frac{7\cdot6}{2} \cdot \frac{5\cdot4}{2} = A_1$

2) стоит 2×4

$\frac{8\cdot7}{2} \cdot \frac{6\cdot5}{2} \cdot \frac{4\cdot3}{2} = A_2$

Ответ: $A_1 + A_2$

3000 | 6 ; 500

$S = b_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q}$ $\quad (a-1)^{3000}$

$4S = 39(b_3 + b_6 + \dots b_{3000})$

$(k-1)S = 2(b_2 + b_4 \dots b_{3000})$

$4S = 39(b_1 q^2 + b_1 q^5 + b_1 q^{2999})$

$(k-1)S = 2(b_1 q + b_1 q^3 + b_1 q^5)$ $\quad b_1 q(1+q^2+q^4+\dots)$

6. $\frac{4}{k-1} = \frac{39}{2} \cdot \frac{q^2+q^5+\dots q^{2999}}{q+q^3+\dots} = \frac{39}{2} \cdot \frac{q^2(1+q^3+q^6 \dots q)}{q(1+q^2+q^4\dots)}$

500 $\quad b_1(1+q+q^2+q^3\dots) = S$ $\quad \frac{q+q^4+q^7+q^{10}}{1+q^2+q^4+q^8}$

$\frac{4}{k-1} = \frac{39}{2} \cdot \frac{q(1+q^3+q^6+q^9 \dots)}{1+q^2+q^4+q^6\dots}$

$1680 + 5880 = 7560$

$(1+q^3) + q^6($

$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 \cdot 40 + b_1 q^3 + b_1$

6·15·28

$$\begin{cases} 4S = 39(b_1q^2 + b_1q^5 + b_1q^8 \dots b_1 q^{2999}) \\ (k-1)S = 2(b_1 q^1 + b_1q^3 + b_1q^5 + \dots b_1 q^{2999}) \\ S = b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots b_1q^{2999} \end{cases}$$

$4S = 39 b_1 q^2(1 + q^3 + q^6 + q^9 \dots q^{2997})$

$(k-1)S = 2 b_1 q(1 + q^2 + q^4 + q^6 \dots)$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$A_1 = 1+q^3+q^6+q^9 \dots q^{2997}$

$A_2 = 1+q^2+q^4+q^6 \dots q^{2998}$

$q^3-q^2+q^6-q^4+q^9-q^6 \dots + q^{2997}-q^{2998}$

$10 \cdot 21 \cdot \quad q^2(q-1)+q^4(q^2-1)+q^6(q^3-1) \dots +$

$\frac{\cdot 8.3}{2}$ $\cancel{(q^{3000}-1)}$ $(q-1)(q^2+q^4(q+1)+q^6(q^2+q+1)+$

$+q^8$

$(q^2+q+1)(q-1) =$

$= q^3-q^2+q^2-q+q-1$

$q^2+q^5+q^4+q^8+q^7+q^6$

$(q-1)\ (s-q^3-$

$(q-1)\left(\frac{(1-q)^{3000}}{1-q}-q^3\right)$

N7.

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16 \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

$y+8=t$

3)

$|t+x|+|t-x|=16$

$(|x|-15)^2+(|t-8|-8)^2=a$

$y+x+8 \cdot \quad x\geq 0 \quad y\geq 0 \quad ; \ y\geq x$

$y+\cancel{x}+8+y-\cancel{x}+8=16$

$(|x|-15)^2+64=a$ $\qquad 2y+16=16$

$2y=0$

$y=0$

$(|x|-15)^2=a-64$

$(\neq 0$

1) $\boxed{a-64==0}$

$a=64$

$|x|-15=-\sqrt{a-64}$

$|x|-15=+\sqrt{\ }$

2) $x\geq 0 \quad y\geq 0 \quad ; \ x\geq y$

$\cancel{y}+x+8-\cancel{y}+x-8=16$

$2x=16$

$x=8$

$(-7)^2+(|y|-8)^2=a$

$(a-49)=(|y|-8)^2$

2) $a=49$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

4900 $a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7\ a_8$

цифры: 2, 5, 7, 4

$4900 = 7^2 \cdot 10^2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

$C_7^2 = \frac{8\cdot7}{2}\cdot\frac{6\cdot5}{2}\cdot\frac{4\cdot3}{2} + \frac{8\cdot7}{2}\cdot\frac{6\cdot5}{2}\cdot4 = 4\cdot7\cdot3\cdot5\cdot2\cdot3 + 4\cdot7\cdot3\cdot5\cdot4 =$

$= 420\cdot6 + 420\cdot4 =$

$= 420\cdot10 = \cancel{4200}$

$28 \times 15 = 140,\ 28 \to 420$

$- \frac{7\cdot6}{2}\cdot\frac{5\cdot4}{2}\cdot\frac{3\cdot2}{2}\ 10^8 - \frac{7\cdot6}{2}\cdot\frac{5\cdot4}{2}\cdot 9$

$7\cdot3\cdot10\cdot$

$4200 - 210\cdot6 =$

$= 4200 - 1260 = 2940$

N2

$S_n = B_1 \frac{1-q^n}{1-q} = S$

$S_{3000} = B_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q} = S'$

$\begin{cases} S' + B_3\cdot39 + B_6\cdot39 \dots + S_{3000}\cdot39 = 5S' \\ S' + B_2\cdot2 + B_4\cdot2 + \dots + B_{3000}\cdot2 = kS' \end{cases}$

$3000 \mid 3 = 1000$

$3\cdot1;\ 3\cdot2;\ 3\cdot3;\ 3\cdot4;\ 3\cdot5; \dots$

нечётных и чётных половину.

$4S = \cancel{B_3\cdot39 + B_6\,39}\quad (B_3 + S_6 + \dots S_{3000})39$

$S(k-1) = (B_2 + B_4 + B_6 \dots)\ 2$

$B_2 = B_1\cdot q^2 \qquad (B_1q^2 + B_1q^5 \dots)\ 39 = 4S$

$S(k-1) = (B_1q + B_1q^3 + \dots)2$

$B_1 + B_1q + B_1q^2 \dots = S$

$(+)\ B_1q + B_1q^2 + B_1q^3 + B_1q^4$

$\left(\frac{x}{2\sqrt2} + \frac{5\sqrt2}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$

$\left(\frac{x+5\cdot2}{2\sqrt2}\right)\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$

$x \neq -10$

$(x+10)\sqrt{x^3-64x+200} = (x^2+6x-40)\,2\sqrt2$

$216 + 24$

$36 \times 6 = 216$

6^3

$(x+\cancel{10})\sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)(x\cancel{+10})2\sqrt2$

$16 \times 8 = 128$

$x^3-64x+200 = \left((x-4)\,2\sqrt2\right)^2$

$4\ 64$

$x^3-64x+200 = (x^2+16-8x)\,4\cdot2$

$-64 - 8\cdot1$

$27 - 8\cdot9 \qquad 25\times8 = 200$

$x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8x^2 + 128 - \cancel{64x}$

$64 - 8\cdot16$

$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$

$16\times8 = 128$

$125 - 8\cdot25 \qquad 216 - 8\cdot36$

$216 - \quad 36\times8 = 288 \qquad 288 - 216 = 72$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$(x-6)(x^2-2x-12)=0$ $x^3-8x^2+72=0$

$D=2^2+4\cdot 12=4+48=52=4\cdot 13$ $2\cdot 26=(2\sqrt{13})^2$

$(x-6)($

$x-6$

$4\cdot 10^4-51000+11\cdot 100-$
$-400+4$

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0$

1) $x\geq -2$

$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4\geq 0$

$4x^4-9x^2-5x^3+4x+4\geq 0$

$(4x^4-4x^2)+(-5x^2-5x^3)+(4x+4)\geq 0$

$4x^2(x^2-1)$

$(x+1)((x-1)4x^2-5x^2+4)\geq 0$

$4\cdot 8-9\cdot 4+4$

$32-36$

$(x+1)(4x^3-4x^2-5x^2+4)\geq 0$

$(x+1)(4x^3-9x^2+4)\geq 0$

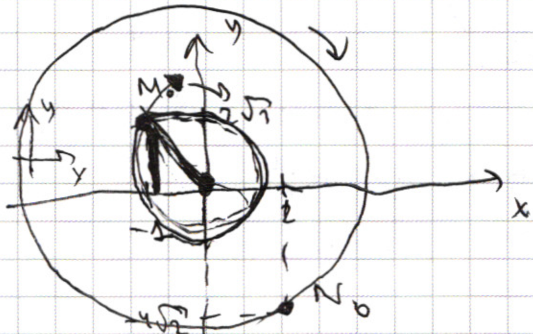
$(x+1)(x-2)(4x^2-x-2)\geq 0$

$D=1+4\cdot 4\cdot 2=33$

$(x+1)(x-2)$

$3^4=27$

$4\cdot$



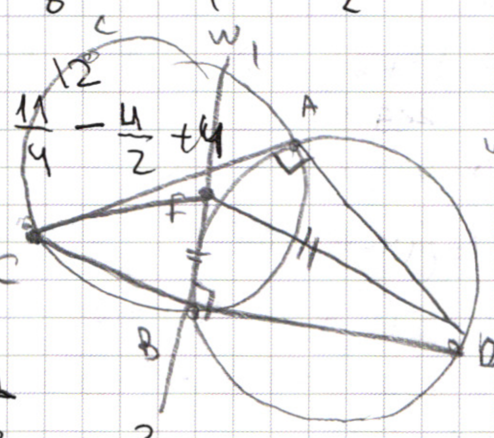
$M(t)=4\cdot 27$

$4\cdot 81-5\cdot 27$

$5<\sqrt{33}<6$ $+11\cdot 9-4\cdot 3+4$

$4\cdot\frac{1}{16}-5\cdot\frac{1}{8}+11\frac{1}{4}+4\frac{1}{2}+4$

$\frac{6}{8}$ 3^2 $324-12$



$\frac{1}{4}-\frac{5}{8}+\frac{11}{4}-\frac{4}{2}+4$

$\frac{1-5}{8}=-\frac{5}{8}$

$\frac{-3}{8}$

$4+5+11$

1) -11

$4-5+11-\cancel{4}+4$

$5x^2+6x^2$

$64-40+44-8+4$

24

$4\cdot 16-5\cdot 8+11\cdot 4-4\cdot 2+$
$+4$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}$ $\quad b_1 3000 + 39 b_1 1000$ $\quad b_1 \cdot 2000$

$b_1 30000 + 39 (b_1 \cdot 10000$

$42000 b_1 = 5S$

$3000 b_1 \cdot 14$

$S + 39(b_3 + b_6 + \ldots + b_{3000}) = 5S$

$\cancel{S} + \quad b_1 \frac{1-q^n}{1-q} + 39 b \frac{1-q^n}{1-q^3} = 5 b_1$

$\cancel{S + 39 \ldots S}$ $\quad S + 39(b_1 q^2 + b_1 q^5 + \ldots b_1 q^{2999}) = 5S$

$4S = 39 b_1 q^2 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q^3}$

$4 b_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q} = 39 b_1 q^2 \frac{1-q^{3000}}{1-q^3}$

$\frac{4}{1-q} = 39 q^2 / (1-q^3)$

$\neq 1$

$b_1 \cdot 3000 = S$

b_1 $\frac{27}{70}$

$4(1-q^3) = 39 q^2 (1-q)$

$4 - 4q^3 = 39q^2 - 39q^3$

$35q^3 - 39q^2 + 4 = 0$

$(q-1)(35q^2 - 4q - 4) = 0$

$D = 4^2 + 4 \cdot 35 \cdot 4 = 16 + 16 \cdot 35 = 16 \cdot 36 = (4 \cdot 6)^2 = 24^2$

$q_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{2 \cdot 35}$

$q > 0 \Rightarrow$ $\frac{28}{70}$ / 1

$S + 2 \cdot b_1 (b_2 + b_4 + \ldots b_{3000}) = kS$

$k=2)$ $\quad S + 2 \cdot (b_1 q + b_1 q^3 + b_1 q^5 \ldots b_1 q^{2999}) = kS$

$S + 2 b_1 q (1 + q^2 \ldots) = kS$

$b_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q} + 2 b_1 q \frac{1-q^{3000}}{1-q^2} = kS$

$(1-q)(1+q+q^2) = 1 + q + q^2 - q - q^2 - q^3$

$(1-q)(1+q^2+q) = 1 + q^2 - q +$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$B_1 \frac{1-\cancel{q^{3000}}}{1-q} + 2B_1 q \cdot \frac{1-\cancel{q^{3000}}}{1-q^2} = k B_1 \frac{1-\cancel{q^{3000}}}{1-q}$$

$$\frac{(k-1)\cancel{B_1}}{1-q} = (2\cancel{B_1} q) \,|\, (1-q^2)$$

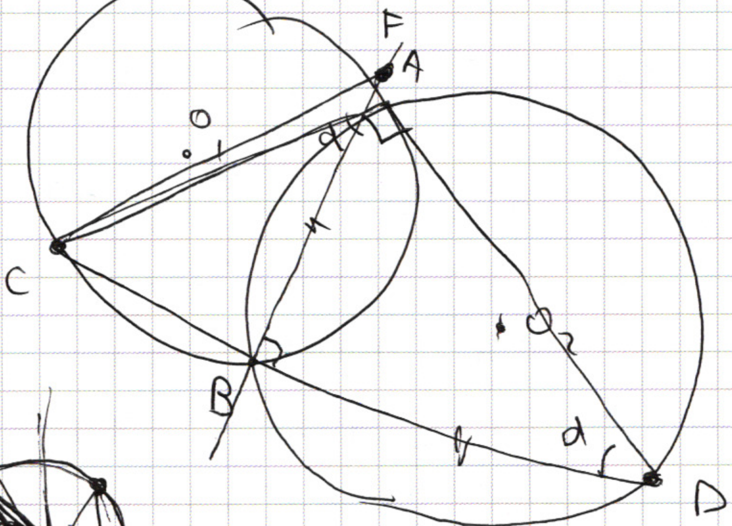
$$(k-1)(1-q^2) = 2q(1-q)$$

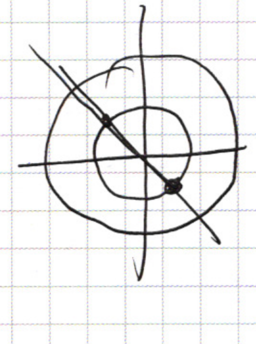
$$(k-1)(1+q) = 2q$$

$$(k-1) = \frac{2q}{1+q}$$

$$k = \frac{3q+1}{1+q} = \frac{3\cdot\frac{28}{70}+1}{1+\frac{28}{70}} = \frac{\frac{84}{70}+1}{\frac{98}{70}} =$$

$$= \frac{154}{\cancel{70}} \cdot \frac{\cancel{70}}{98} = \frac{154}{98} = \frac{77}{49} = \frac{11}{7}$$





$$\frac{60}{25} = \frac{12}{5}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \\ +\ 64 \\ \hline 289 \end{array}$$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)