

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Число $4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ ^(*), всего 6 цифр.

Рассмотрим случаи:

1) когда в числе присутствуют все эти числа из ч.п.
разложения $\Rightarrow$ тогда произведение не меньше того же
числа состоит из цифр 2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1

$$\text{кол. во: } \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 9 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 = 45 \cdot 56 = 2520$$

2) когда числа из (*) "сбиваются". Это возможно только

когда $2 \cdot 2 = 4$, тогда другие произведение дает 2-значное число $\Rightarrow$

число состоит из цифр: 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1

$$\text{кол. во: } \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 56 = 340 \cdot 2 = 680$$

$$\text{Итого: } 2520 + 680 = 3200 = 4200$$

③ $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \left(\sqrt{x^3 - 64x + 200}\right) = x^2 + 6x - 40$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4) \Rightarrow x_1 = -10$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x_2 = 6$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ \underline{x^3 - 6x^2} & x^2 - 2x - 12 \\ -2x^2 + 0 & \\ \underline{-2x^2 + 12x} & \\ -12x + 72 & \\ \underline{-12x + 72} & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13} \quad \text{Все эти 4 корня удовлетворяют ОДЗ, если положительны.}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -10; x_2 = 6; x_3 = 1 + \sqrt{13}; x_4 = 1 - \sqrt{13}$$

$$\textcircled{7} \begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

Рассмотрю первое ур-ие:

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$y+x+8=0$$

$$y = -x-8$$

$$y-x+8=0$$

$$y = x-8$$

$$1) y \geq -x-8 \quad y \geq x-8$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

$$2) y \geq -x-8; y \leq x-8$$

$$2x=16$$

$$x=8$$

$$3) y \leq -x-8 \quad y \geq x-8$$

$$-2x=16$$

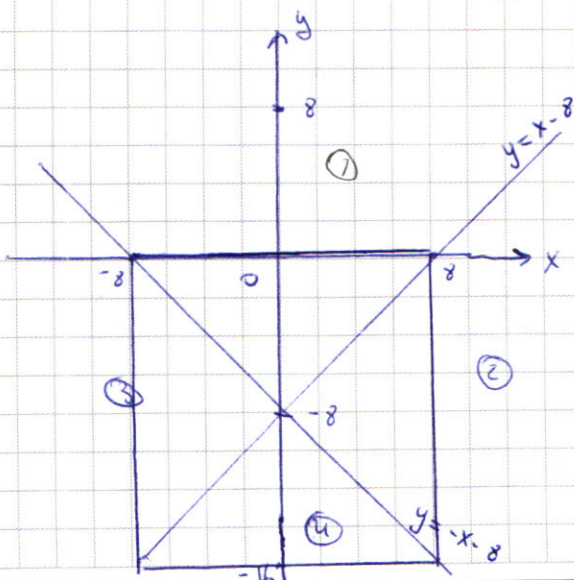
$$x=-8$$

$$4) y \leq -x-8; y \leq x-8$$

$$-2y=32$$

$$y=-16$$

На графике это будет выглядеть



Теперь рассмотрим 2 ур-ие:

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 9$$

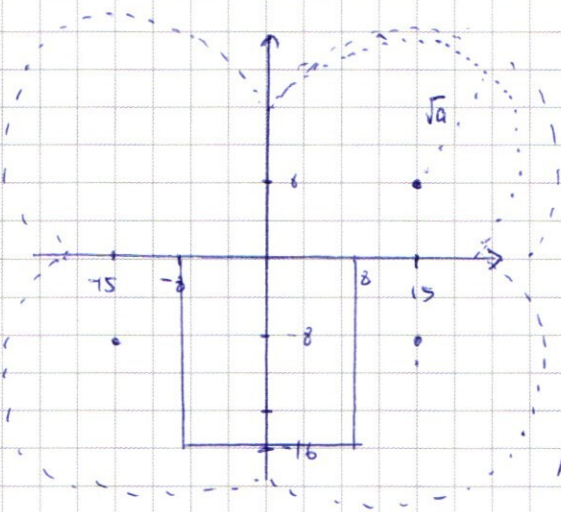
Заметим, что это окружность с центром в точке $(15; 8)$ и радиусом $\sqrt{9}$, но

есть модули при x и $y \Rightarrow$

на график будет симметрична относительно OX и OY .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ее график внешне с графиком 1-ур-е:



Заметим, что пересекли график
и есть решение системы $\Rightarrow \sqrt{a}$, т.е.
радиус дуги находим в таком
промежутке, чтобы 2 точки окруж.
нашли дугую квадрата:

минимальное значение: $\sqrt{a} \geq 7$

А максимальное пока пересекли окружности

с ОУ меньше -16. $\Rightarrow \sqrt{a} \leq 17$ (точно меньше

потому, что при этом значение в силу симметричности 2 точки совпа-
дают). $\Rightarrow \underline{49 \leq a \leq 289}$

② В ряду первых трех b_1 и знаменатель q . $\Rightarrow S = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} =$

$= \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}$. Значит под номерами кратные 3 образуют

и при этом их всего 1000. т.е. прогрессия с первым членом $b_3 = b_1 q^2$

и знаменателем $q^3 \Rightarrow S_3$ (сумма этих членов) $= \frac{b_1 q^2 (1-q^{3000})}{1-q^3}$

$\Rightarrow S \cdot 5 = S + 39 S_3 \Rightarrow \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \cdot 5 = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + 39 \cdot \frac{b_1 q^2 (1-q^{3000})}{1-q^3}$

$\Rightarrow 4 \cdot \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} = 39 \cdot \frac{b_1 q^2 (1-q^{3000})}{1-q^3} \Rightarrow \frac{4}{1-q} = \frac{39 q^2}{1-q^3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 35 q^3 - 39 q^2 + 4 = 0$ очевиден корень $q=1$ (номерами)

$\begin{array}{r|l} 35q^3 - 39q^2 + 4 & q-1 \\ -35q^3 + 35q^2 & \\ \hline -4q^2 + 4 & \\ -4q^2 + 4q & \\ \hline -4q + 4 & \\ -4q + 4 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow (q-1)(35q^2 - 4q - 4) = 0$

$\begin{array}{r} -4q + 4 \\ -4q + 4 \\ \hline 0 \end{array}$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 35 = 16 \cdot 36$$

$$q_1 = \frac{4 + 4 \cdot 6}{70} = \frac{4 \cdot 7}{70} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$q_2 = \frac{4 - 4 \cdot 6}{70} \text{ (отрицательно)} = \frac{4 \cdot (-5)}{70} = -\frac{4}{14} \text{ (т.к. значение увеличивается} \Rightarrow \text{)} \\ \Rightarrow 2q > 0$$

и их всего 1500 штук

Все значения на этих местах образуют геометрическую прогрессию с первым членом: $b_2 = b_1 q$ и знаменателем $q^2 \Rightarrow$

$$S \cdot x = S + 2 \cdot S_2$$

$$S(x-1) = 2 \cdot S_2$$

$$b_1 \frac{(1-q^{1000})}{1-q} (x-1) = 2 \cdot \frac{b_1 q (1-q^{1000})}{1-q^2}$$

$$(x-1) \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{2q}{1-q} \Rightarrow (x-1) = \frac{2q(1+q)}{(1-q)(1+q)} = \frac{2q}{1+q}$$

$$1) q = \frac{2}{5}$$

$$x-1 = \frac{4}{5} : \left(1 + \frac{2}{5}\right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{4}{7} + 1 = \frac{4+7}{7} = \frac{11}{7}$$

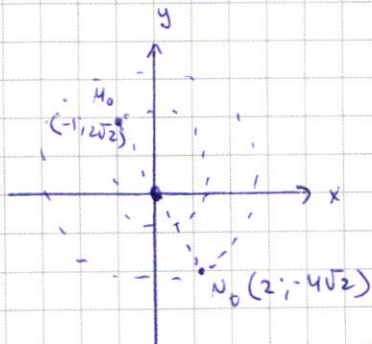
$$2) q = -\frac{4}{14}$$

$$x-1 = -\frac{8}{14} : \left(1 - \frac{4}{14}\right) = -\frac{8}{14} \cdot \frac{14}{10} = -\frac{4}{5}$$

$$x = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

Ответ: изюминки либо в $\frac{11}{7}$ или в $\frac{1}{5}$ роза.

⑤



пусть x_m, y_m - координаты карася

x_n, y_n - координаты щуки

Значит расстояние между ними было наименьшим, если давать рыбу по одной карасю + в одну щуку.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ справедливы системы. Так же мы от гласности по
 $x_m^2 + y_m^2 = 3$ окружностям. радиусе карман $\sqrt{1+8} = 3$
 у пикете $\sqrt{3+32} = 6 \Rightarrow$ справедливы системы

$$\begin{cases} x_m^2 + y_m^2 = 3 \\ x_n^2 + y_n^2 = 6 \\ y_n = k x_n \\ y_m = k x_m \end{cases} \Rightarrow \frac{y_n}{y_m} = \frac{x_n}{x_m} \Rightarrow x_m = \frac{y_m x_n}{y_n}$$

$$\frac{y_m^2 x_n^2}{y_n^2} + y_m^2 = 3$$

$$\frac{y_m^2 (x_n^2 + y_n^2)}{y_n^2} = 3 \Rightarrow \frac{y_m^2}{y_n^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y_m}{y_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{x_m}{x_n}$$

Т.е. их скорости отличаются в 2,5 р : $v_{\text{кар}} = 2,5 v_{\text{пик}} \Rightarrow$

$$v = \omega R$$

$\Rightarrow$ их угловые скорости отличаются в 5 р. $\omega_k = 5 \omega_{\text{пик}}$.

Вектор $\alpha = \omega t$. Т.е. время дельта равно отношению $\Rightarrow$

$$\frac{\alpha_k}{\omega_k} = \frac{\alpha_{\text{пик}}}{\omega_{\text{пик}}} \Rightarrow \frac{\alpha_k}{5} = \alpha_{\text{пик}} \Rightarrow \alpha_k = 5 \alpha_{\text{пик}}$$

$$\alpha_k = \alpha_{\text{пик}} \Rightarrow \alpha_{\text{пик}} = \alpha_k (указки
когда тот на один пикет с 0)$$

④ $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$

1) $x \geq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^2 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x = -1$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 5x^2 - 9x^2 + 4x + 4 & x+1 \\ \hline -4x^4 + 4x^3 & 4x^3 - 9x^2 + 4 \\ \hline -9x^3 - 9x^2 & \\ -9x^3 - 9x^2 & \\ \hline 4x + 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$4x^3 - 9x^2 + 4 = 0$$

$$\underline{x = 2}$$

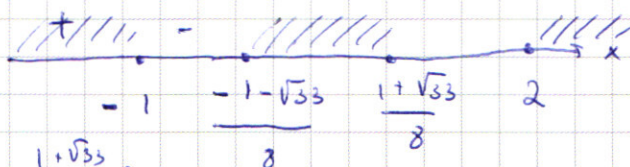
$$(x-2)(4x^2 - x - 2) = 0$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 9x^2 + 4 & x - 2 \\ \hline -4x^3 + 8x^2 & 4x^2 - x - 2 \\ \hline -x^2 & \\ -x^2 + 2x & -2x + 4 \\ \hline -2x + 4 & -2x + 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$



$$(x+1)(x-2)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) = 0$$

$$2) x < -2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S \circ X = S + 2 \cdot S_2$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \cdot X = 2 \cdot \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}$$

$$S(x-1) = 2 \cdot S_2$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} (x-1) = 2 \cdot \frac{b_1 q(1-q^{3000})}{1-q^2}$$

$$\frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

$$(x-1) \frac{1}{1-q} = \frac{2q}{1-q^2}$$

$$(x-1) = \frac{2q(1+q)}{(1-q)(1+q)} = \frac{2q}{1+q} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

или

$$X = 1 + \frac{8}{14} \cdot \frac{14}{10} = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

$$1 + \frac{4}{14} = \frac{10}{14}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 0$$

$$x(x-8)(x+8) = -200 = 5^2 \cdot 2^3$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 3 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$8x - 42$$

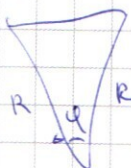
$$64 - 256 = -192$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

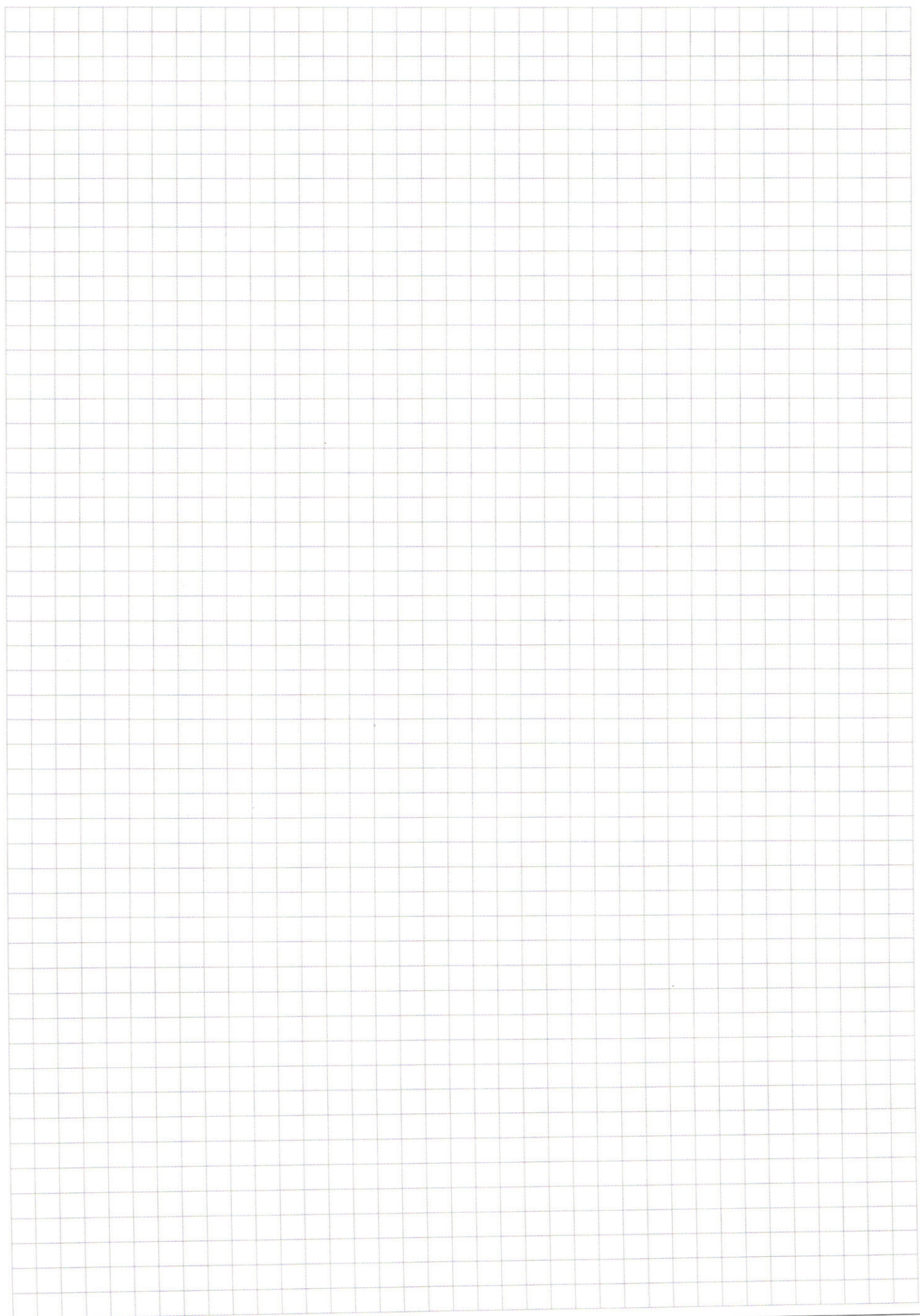
$$\omega t = \omega t$$

$$y_m y_n \geq 0$$

$$y_x x_m x_n \geq 0$$



$$2R^2 - 2R^2 \cdot \omega t$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



число 8-ми значное

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 4900$$

$$4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

1) представим число каноническим разложением

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} =$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 45 \cdot 56 = 2520$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 45 \\ \hline 280 \\ 224 \\ \hline 2520 \end{array}$$

2) $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1 = 100$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} =$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 42 = 1680$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 40 \\ \hline 1680 \end{array}$$

итого: $\begin{array}{r} 2520 \\ + 1680 \\ \hline 4200 \end{array}$

Геом. прогрессия: $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ $q \neq 0$

$$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \quad b_3 = b_0 \cdot q^2 \quad b_6 = b_0 \cdot q^5 \quad b_9 = b_0 \cdot q^8$$

Всего 1000 чисел с номерами 3, так q^3 и $b_0 = b_3$

$$S \cdot \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} = (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000})S = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} + 40(b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000})$$

$$b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + b_7 + \dots + b_{2999} + 40(b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000})$$

$$40 b_3 = 40 \sqrt{b_2 b_4}$$

$$③ \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\text{OD 3: } x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 64 \\ \times 3 \\ \hline -192 \end{array}$$

$$x = 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 64x + 200 \\ -x^2 - 2x^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x-2 \\ x^2+2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 - 64x \\ -2x^2 - 4x \\ \hline -60x \end{array}$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$x_1 = -10$$

$$x_2 = 4$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ -128 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$(x+10) \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} - x + 4 \right) = 0$$

$$\boxed{x = -10}$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+4)2\sqrt{2}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 + 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 - 128x + 72 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200 = x(x^2 - 64) + 200 = x(x-8)(x+8) + 200$$

$$2x\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 4(1-q^{3000}) &= 39q^2(1-q^{3000}) \\ 4 - 4q^{3000} &\leq 39q^2 - 39q^{1092} \\ x \cdot \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} &= \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + 2 \end{aligned}$$

$$④ 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq -2$$

$$4x^4 + |x+2|(1x+2 - 5x^2) \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - x^2 + 6x - 4 \leq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 + x^2 - 6x + 4 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑦ $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$

$$\begin{cases} (x-15)^2 + (y-8)^2 = a \\ y = a \end{cases}$$

1) $y+x+8 \geq 0$ $y = x-8$

$y \geq -x-8$ $y \geq x-8$

$2y = 0$

$y = 0$

2) $y \geq -x-8$ $y \leq x-8$

$y+x+8 - y+x-8 = 16$

$2x = 16$

$x = 8$

4) $y \leq -x-8$ $y \leq x-8$

$-y-x-8 - y+x-8 = 16$

$-2x - 16 = 16$

$-2x = 32$

$x = -16$

$|x-8|$

$((x-15)^2 + 64 = a$

3) $y \leq -x-8$ $y \geq x-8$

$-y-x-8 + y-x+8 = 16$

$-2x = 16$

$x = -8$

$< \sqrt{a}$

$\sqrt{a} \geq 7$

$a \geq 49$

a
 $(x-15)^2 + (y+8)^2 = a$

$(x-15)^2 + 64 = a$

$x \leq -16$

$a = 31^2 + 64$

$15^2 + (y+8)^2 = a$

$y < -16$

$a = 15^2 + 64 = 225 + 64 = 289$

225
 $+ 64$
 $\hline 289$

①

$y = x-8$

②

4
 17
 $\times 17$
 $\hline 139$
 17
 $\hline 309$

4
 17
 $\times 17$
 $\hline 119$
 17
 $\hline 289$

Ответ: $a \in [49, 289]$

$$y_n = \frac{y_m \times n}{x_m}$$

g. $y_m x/n = u x/n x_m$

~~$y_m = 4x_m$~~

$$\begin{array}{r} 840 \\ \times 2 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2520 \\ + 1680 \\ \hline 4200 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$-8(3x-25)$$

$$x^3-64x+200 = 8(x^2-8x+16)$$

$$x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128$$

$$x^3-8x^2+72=0$$

3122

$$x < 0$$

$$-8-8 \cdot 4$$

$$3 \in 27(-8) = -27$$

$$x^3-8x^2+8 \cdot 9 = 0$$

$$x^3-8(x^2-9) = 0$$

$$x^3-8(x-3)(x+3) = 0$$

$$\text{Ответ: } x = -10; 6 \quad \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$1) x = 4 - 10$$

$$\begin{array}{r} x^3-8x^2+72 \\ x^3-6x^2 \\ \hline -2x^2+72 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-6 \\ x^2+2x-6 \\ \hline x^2+2x-6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \cdot 8 = 2^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2+72 \\ -2x^2+12x \\ \hline -12x+72 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2-2x-12=0 \\ 4+48=52 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \cdot 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12x+72 \\ -12x+72 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \\ \hline 16 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \end{array}$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$x^2(x-8)+72=0$$

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$x^2(x-8) = -72$$

$$-72 = 4 \cdot (-16)$$

$$3^2 - 2^3$$

$$-72 = 9 \cdot (-8)$$

$$x^2 = 3^2$$

$$2^2 - 3^2 \cdot 2$$

$$-72 = 36 \cdot (-2)$$

$$\begin{cases} x = \pm 3 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 6 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 6$$

$$6^3-64 \cdot 6+200 = 6(36-64)+200 = 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$(x+2)(x+2-5x^2) + 4x^4 \geq 0$$

$$32+4=36$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2 | x+2 | \geq 0$$

$$4x^4 \quad 4x^3-9x^2+4=0$$

$$1) x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 - 9 \cdot 10^4 = 400 \cdot 10$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x = -9 \cdot 9 \end{cases}$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \frac{3}{4} = 2$$

$$x^2(4x-9) = -4$$

$$\begin{array}{r} 1/-4 \\ 2/-1 \\ 4/-1 \end{array}$$

$$x = -1$$

$$\begin{array}{r} 4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 \\ 4x^4+4x^3 \\ \hline -9x^3-9x^2 \\ -9x^3-9x^2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x+1 \\ 4x^3-9x^2+4 \end{array}$$

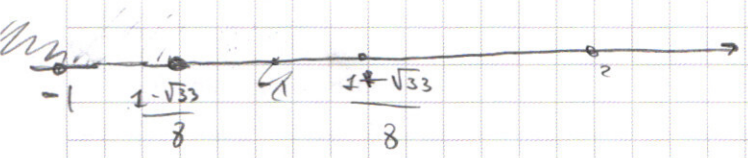
$$\begin{array}{r} 4x^3-9x^2+4 \\ 4x^3-8x^2 \\ \hline -x^2+4 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-2 \\ x^2-x-2=0 \end{array}$$

$$10 = 1 + 19 \cdot 2 = 33$$

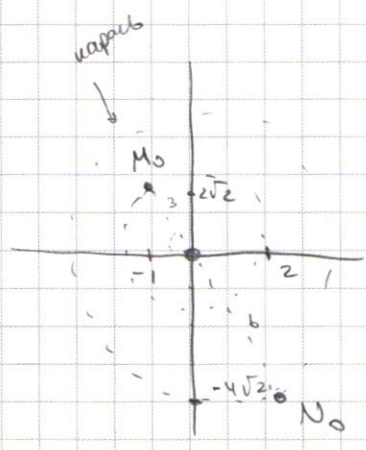
$$\begin{array}{r} -x^2+4 \\ -x^2+2x \\ \hline -2x+4 \\ -2x+4 \\ \hline 0 \end{array} \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$-100 + 6400 = 6290$$

$$4 \cdot 9 \cdot 10^4 + 5 \cdot 9 \cdot 10^3 - 9 \cdot 10^2 = 33$$



$$u_{m0} = -2\sqrt{2}$$



$$M_0: (-1-x_0)^2 + (2\sqrt{2}-y_0)^2 = 9$$

$$\sqrt{4+32} = 6$$

$$\omega_u = \frac{2\pi 3}{T_n} = \frac{6\pi}{T}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi 6}{T_n}$$

$$X(X-3)(X+3) = -200$$

$$M_0: x^2 + y^2 = 3$$

$$N_0: x^2 + y^2 = 6$$

$$\sqrt{1+8} = 3$$

$$\omega_u = 2.5 \omega_n$$

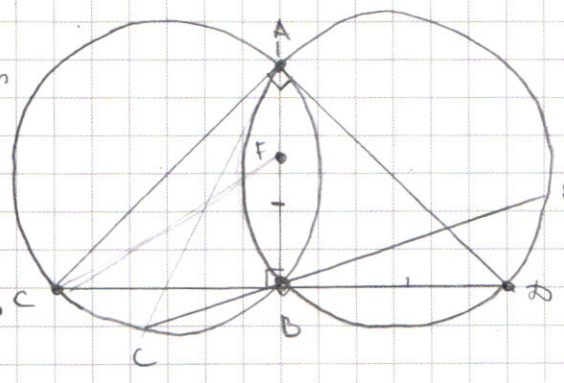
$$\omega_u \beta = 2.5 \omega_n \beta^2$$

$$\omega_u = 5 \omega_n$$

$$\begin{cases} x_m^2 + y_m^2 = 3 \\ x_n^2 + y_n^2 = 6 \\ y_n = k x_n \\ y_m = u x_m \end{cases}$$

$$\frac{y_n}{y_m} = \frac{x_n}{x_m}$$

$$y_n x_m = y_m x_n$$



$$D = 1 + \omega = \sqrt{4}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

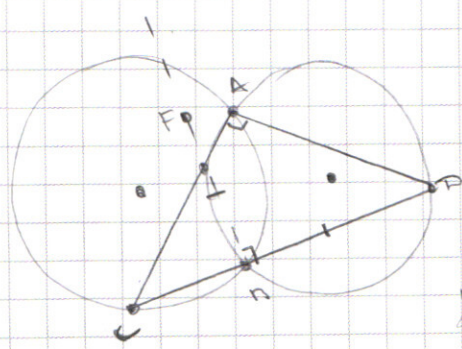
$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2(x+2) \geq 0$$

$$4x^4 + |x+2|(|x+2| - 5x^2) \geq 0$$

$$1) x \geq 2$$

$$4x^4 + (x+2)(x+2-5x^2) \geq 0$$

$$4x^4 - (x+2)(5x^2-x-2) \geq 0$$



$$2y_m = u x_n$$

$$\frac{y_m^2 x_n^2}{y_n^2} + y_m^2 = 3$$

$$\frac{y_n^2 x_m^2}{y_m^2} + y_n^2 = 6$$

$$y_m^2 \frac{(x_n^2 + y_n^2)}{y_n^2} = 3$$

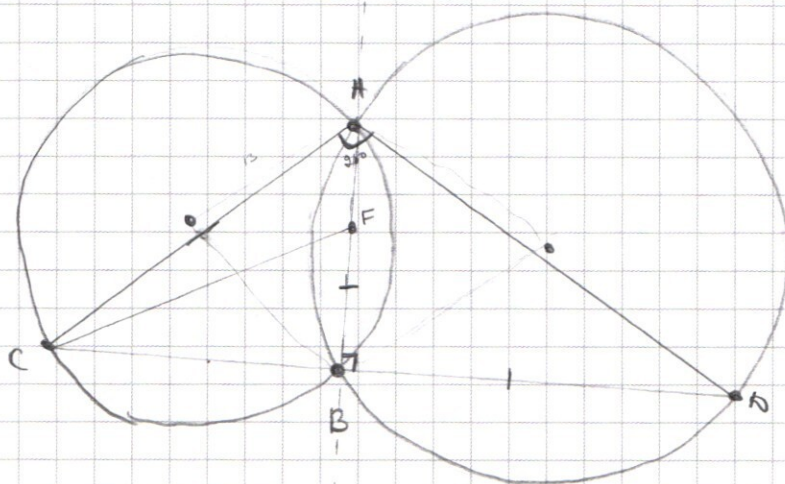
$$\frac{y_m}{y_n} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y_m = y_n$$

$$\frac{x_n}{x_m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y_m}{x_n} = \frac{1}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а) $R=13$

$CF=?$



AB - радиальная ось.

$$S_2 = b_2$$

$$\begin{cases} |y+x+3| + |y-x+3| = 16 \\ (x-15)^2 + (y-3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 - 30|x| + 225 + y^2$$

$$1) y+x+3 \geq 0$$

$$1) x, y \geq 0$$

$$|x-1|$$

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10000}$$

$$b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + b_7 + \dots + b_{2999} + 40(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = 55$$

$$45 = 39(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) (*)$$

$$Sx = b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{2999} + 3(b_2 + b_4 + \dots + b_{3000})$$

$$S(x-1) = 2(b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}) (**)$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (1 - q^{1000})}{1 - q}$$

$$\frac{b_1 (1 - q^{3000})}{1 - q} \cdot 5 = \frac{b_1 (1 - q^{3000})}{1 - q} + 39 \frac{b_1 q^2 (1 - q^{3000})}{1 - q^3}$$

$$4 \frac{b_1 (1 - q^{3000})}{1 - q} = 39 \frac{b_1 q^2 (1 - q^{3000})}{1 - q^3}$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \cdot 5 = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + 39 \frac{b_1 q^2 (1-q^{3000})}{1-q^3}$$

$$4 \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} = 39 \frac{b_1 q^2 (1-q^{3000})}{1-q^3}$$

$$\frac{4}{1-q} = \frac{39 q^2}{1-q^3} \Rightarrow 4 - 4q^3 = 39q^2 - 39q^3$$

$$35q^3 - 39q^2 + 4 = 0$$

$$q = 1$$

$$\begin{array}{r|l} 35q^3 - 39q^2 + 4 & q-1 \\ -35q^3 + 35q^2 & \\ \hline -4q^2 + 4 & \\ -4q^2 + 4q & \\ \hline -4q + 4 & \\ -4q + 4 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} q-1 \\ 35q^2 - 4q - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4q^2 \\ -4q^2 + 4q \\ \hline -4q + 4 \\ -4q + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$q_1 + q_2 = \frac{4}{35} \Rightarrow -\frac{4}{q_2} + q_2 = \frac{4}{35}$$

$$q_1 q_2 = -4$$

$$-4 + q_2^2 = \frac{4}{35} q_2$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ -40 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ -16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$D = 16 + 16 \cdot 35 = 16(36) \quad q_2^2$$

$$q_1 = \frac{4 + 4 \cdot 6}{20} = \frac{28}{20} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$q_2 =$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \cdot x = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} + 2 \cdot \frac{b_1 q (1-q^{2000})}{1-q^2}$$

$$(x-1) \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} = 2 \cdot \frac{b_1 q (1-q^{2000})}{1-q^2}$$

$$(x-1)(1-q^{3000}) = 2q(1-q^{2000})$$

$$(x-1) = \frac{2q(1-q^{2000})}{1-q^{3000}} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{2^{2000}}{5^{2000}} - 1 \right)}{\frac{2^{3000}}{5^{3000}} - 1} = \frac{2t(t^{2000}-1)}{t^{3000}-1}$$

$$= \frac{48}{176} \cdot \frac{48}{192} \quad 176 \vee 48 \sqrt{13} \quad 176^2 \quad 48^2 \cdot 13$$

$$(1+\sqrt{13})(1+2\sqrt{13}+13+13\sqrt{13}+13)$$

$$1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13\sqrt{13} + 13\sqrt{13}$$

$$-64 - 64\sqrt{13} + 200$$

$$-48\sqrt{13} + 176$$

$$= \frac{2t(t^{2000}-1)}{t^{3000}-1} = \frac{2t(t^{1000}-1)(t^{1000}+1)}{(t^{1500}-1)(t^{1500}+1)}$$

$$1 - 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13} = 64 + 13\sqrt{13} + 200$$