МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$700=2^2\cdot5^2\cdot7$ Посмотрим, какими цифрами мы можем получить произведение 700. Это либо $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$, либо $4\cdot5\cdot5\cdot7$, так как $2\cdot5>9$, $2\cdot7>9$, $5\cdot7>9$, а других простых в 700 нет.

Раз число 8-ми-значное и произведение 700, значит в нём есть только цифры 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7 или 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7

Посчитаем количество вариантов расставить эти цифры

1°) Расставить 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7

$$C_8^1\cdot C_7^2\cdot C_5^2=8\cdot\frac{7\cdot6}{2}\cdot\frac{5\cdot4}{2}=8\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2=1680$$

2) Расставить 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7

$$C_8^1\cdot C_7^2\cdot C_5^1=8\cdot\frac{7\cdot6}{2}\cdot5=840$$

Значит всего $1680+840=2520$, так как варианты не пересекаются, ведь в одном из них есть 4, а в другом ~~д~~ две 2 $\Rightarrow$

Ответ: 2520

№2

$b_1, b_2, \ldots b_{3000}$ Раз последовательность ~~была~~ геометрическая, то запишем по-другому $b_1, b_1\cdot k, b_1\cdot k^2, \ldots b_1\cdot k^{2999}$

Тогда сумма $S=b_1(1+k+k^2+\ldots+k^{2999})=\dfrac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}$

$$S = \frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}$$

Посчитаем сумму $b_3 + b_6 + \ldots b_{3000}$ $b_3 = b_1 k^2$, а умножается на k^3 =>

$$b_1 k^2 + b_1 k^5 + b_1 k^8 + \ldots b_1 k^{2999} = b_1 k^2(1 + k^3 + \ldots + k^{2997}) =$$

$$= b_1 k^2(1 + k^3 + \ldots + k^{2997}) \cdot \frac{(k^3-1)}{(k^3-1)} = \frac{b_1 k^2(k^{3000}-1)}{(k^3-1)}$$

После увеличения каждого третьего в 50 раз, сумма увеличилась в 10

Тогда запишем это $\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)} + \frac{49(b_1 k^2(k^{3000}-1)}{(k^3-1)} = 10 \cdot S$. Умножим на 49,

т.к в $\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}$ мы посчитали сумму всех по одному разу

$$\frac{49 b_1 k^2(k^{3000}-1)}{(k^3-1)} = 9S \quad , \text{т.к.} \quad \frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)} = S$$

$$\frac{49 \cdot k^2}{(k^2+k+1) \cdot 9} \cdot \frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)} = S \Rightarrow \frac{49k^2}{(k^2+k+1) \cdot 9} = 1 \Rightarrow 40k^2 - 9k - 9 = 0$$

Решаем квадратное уравнение:

$$D = 81 + 9 \cdot 4 \cdot 40 = 9 \cdot 169 = 39^2$$

Корни: $\frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow -\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{5}$ — Это подходящие k

Посчитаем сумму в с чёт индексами

$$b_2 + b_4 + \ldots b_{3000} = b_1 \cdot k + b_1 \cdot k^3 + \ldots b_1 \cdot k^{2999} = b_1 \cdot k(1 + k^2 + \ldots + k^{2998}) =$$

$$= \frac{b_1 k(k^{3000}-1)}{(k^2-1)}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если каждое из них увеличили в два раза, то сумма стала

$$\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)} + \frac{b_1 k(k^{3000}-1)}{(k^2-1)} = \frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)} + \frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}\cdot\frac{k}{k+1} = S\left(1+\frac{k}{k+1}\right)$$

Значит сумма изменилась в $1+\frac{k}{k+1}$ раз.

$k=-\frac{3}{8}$ или $\frac{3}{5}$

1) $k=-\frac{3}{8}$ $\quad 1+\frac{-\frac{3}{8}}{-\frac{3}{8}+1} = 1+\frac{-3}{-3+8} = 1-\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

2) $k=\frac{3}{5}$ $\quad 1+\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}+1} = 1+\frac{3}{3+5} = 1+\frac{3}{8} = \frac{11}{8}$

~~Ответ: в $\frac{2}{5}$ или в $\frac{11}{8}$ раза~~

Все члены положительные $\Rightarrow k \geq 0$, а значит $k=-\frac{3}{8}$ не подходит $\Rightarrow$ ответ только $\frac{11}{8}$

Ответ: в $\frac{11}{8}$ раза

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$$

$\frac{(x+6)}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4)$ Заметим, что $x+6=0$ — не корень, т.к. выражение под корнем будет отрицательным. Тогда поделим на $x+6$

$\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}} = x+4$ Возведём в квадрат, умножим на 2 и перенесём всё в лево.

$x^3-4x+80-2x^2-16x-32=0$

$x^3-2x^2-20x+48=0$ Все коэф целые и не очень большие и мы попробуем угадать корень. Заметим, что $x=4$ - корень, поделим на него

$x^3-2x^2-20x+48=(x-4)(x^2+2x-12)$

Найдём корни $x^2+2x-12$

$\frac{D}{4}= 1+12$

Корни: $-1\pm\sqrt{13}$ $\quad -1+\sqrt{13}$ и $-1-\sqrt{13}$

Нужно проверить, при этих корнях выражение под корнем <0 или ≥ 0

1°) $x=-1-\sqrt{13}$ $\qquad x^3-4x+80=(-1-3\sqrt{13}-39-\cancel{39}\,13\sqrt{13})+(4+4\sqrt{13})+80=$

$=44-\cancel{18}\,12\sqrt{13}$ => ~~меньше~~ больше 0 => ~~не~~ подходит $x=-1-\sqrt{13}$.

2°) $x=-1+\sqrt{13}$

$x^3-4x+80=13-\sqrt{13}-39+3\sqrt{13}-1+4-4\sqrt{13}+80=40+4+13-2\sqrt{13}=$

$=57-2\sqrt{13}>0$ $\quad x=-1+\sqrt{13}$ - подходит

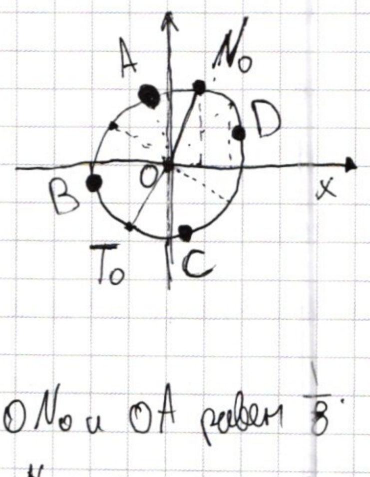
3°) $x=4$ $\qquad x^3-4x+80=64-16+80>0 \Rightarrow x=4$ подходит

Ответ: $x=4$, $x=-1-\sqrt{13}$, $x=-1+\sqrt{13}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда в начальный момент между плавунцом и третьим жуком было расстояние l. Скорость сближения их равна $5V-V=4V$. Обозначим за $t=\frac{l}{4V}$, то есть t - это время, когда третий жук обогнал плавунца. Раз они стоят в одной точке и движутся в одну сторону, то между ними расстояние $2l$, а скорость всё также $4V \Rightarrow$ следующий обгон будет через $2t$ после первого или через $3t$ после начала. Аналогично для остальных обгонов. Значит обгоны были после $t, 3t, 5t, 7t, 9t \ldots$ от начала. Заметим, что жук плавунец через $8t$ $\quad 8t = 8\cdot\frac{l}{4V}=\frac{2l}{V}$ - проходит круг, то есть возвращается в изначальную точку, а третий жук в свою изначальную $\Rightarrow$ цикл длиной $8t$, тогда нам надо посчитать где они находились в период времени t, $3t$, $5t$ и $7t$

$t=\frac{l}{4V}=\frac{L}{V} \Rightarrow L=\frac{1}{4}l$, где L - это расстояние, которое проплывает плавунец за время t.



Он проплывает одну четверть окружности. Пусть после t жук попал в точку $A \Rightarrow$ он прошёл $\frac{l}{4}$, что равно $\frac{1}{8}$ окружности $\Rightarrow$ угол между ON_0 и OA равен $\frac{1}{8}\cdot 360^\circ = 45^\circ$

Найдём координаты A. Координаты N_0 такие, что если считать угол между ON_0 и осью x равным α, то $\sin\alpha = 5\sqrt{7}$, а $\cos\alpha = 5$

№5

Нам даны две концентрические окружности. Найдём их радиусы

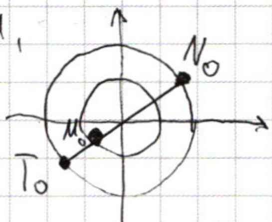
$R_1 = \sqrt{(-2)^2 + (-2\sqrt{7})^2} = \sqrt{4(1+7)} = 4\sqrt{2}$ для водомерки

$R_2 = \sqrt{25 + 25\cdot 7} = \sqrt{25\cdot 4\cdot 2} = 10\sqrt{2}$ для жука

Скорость водомерки в два раза больше => Она проплывёт $4\sqrt{2}\cdot\pi\cdot 5$ ~~в два раза~~ за то время, пока жук проплывёт $10\sqrt{2}\cdot\pi$, то есть водомерка проплывёт ~~два~~ 5 своих кругов, пока жук проплывёт один свой.

В начальный момент, мы к этим насекомым кидаем третьего, в точку $T_0(-5, -5\sqrt{7})$, у которого скорость будет в 5 раз больше скорости жука. Заметим, что точки M_0, N_0 и T_0 лежат на одной прямой $y = x\sqrt{7}$

Тогда между T_0 и N_0 ровно половина окружности, так как T_0N_0 – диаметр, ведь проходит через центр $(0;0)$.



Наш третий жук пробегает пять кругов своих за один круг жука-плавунца и водомерка пробегает пять кругов своих, пока плавунец проходит свой один. Так же между M_0 и T_0 минимально возможное расстояние. Значит третий жук и водомерка всегда находятся на прямой проходящей через центр окружностей. Тогда те моменты, когда третий жук и жук плавунец находятся в одной точке – это моменты, когда между водомеркой и плавунцом минимальная дистанция. Пусть у плавунца скорость V, тогда у третьего жука скорость $5V$. Длина большой окружности равна $(10\sqrt{2})\cdot\pi\cdot 2 = 20\pi\sqrt{2}$, обозначим за $2l$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда $x_A = \cos(45+\alpha) = \cos 45 \cdot \cos\alpha - \sin 45 \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5\sqrt{7} =$

$= \frac{5\sqrt{2}}{2}\left(1-\sqrt{7}\right)$

$y_A = \sin(45+\alpha) = \sin 45 \cdot \cos\alpha + \sin \alpha \cdot \cos 45 = 5\sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$= \frac{5\sqrt{2}}{2}\left(1+\sqrt{7}\right)$

Через $3t$ жук пройдёт $\frac{l}{4} + \frac{l}{2}$, то есть ~~половину~~ четверть окружности после точки A, если $45+\alpha = \beta$, то

$x_B = \cos(\beta + 90°) = \cos 90 \cdot \cos\beta - \sin 90 \cdot \sin\beta = -\sin\beta = -\sin(45+\alpha) = -y_A$

$y_B = \sin(\beta + 90°) = \sin 90 \cdot \cos\beta + \sin\beta \cdot \cos 90 = -\cos\beta = x_A$

Через $5t$ пусть попадём в точку C, тогда пройдём ещё четверть окружности $\Rightarrow x_C = -y_B = -(x_A) = -x_A$

$y_C = x_B = -y_A$

~~7t, последняя~~ Пусть через $7t$ он попал в точку $D \Rightarrow$ ещё четверть окружности $\Rightarrow$

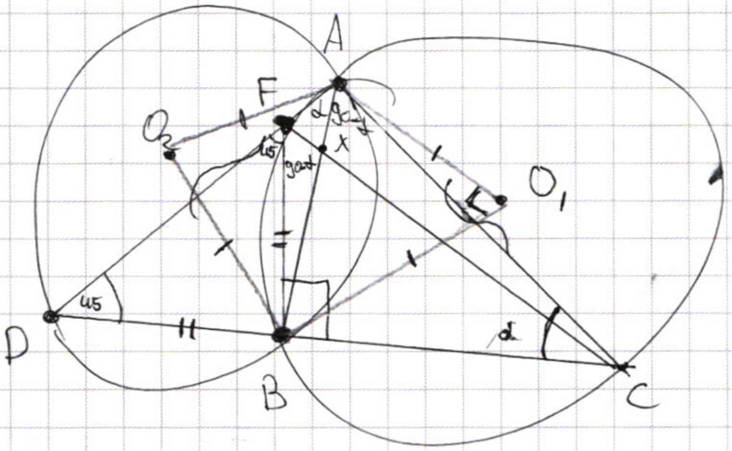
$x_D = -y_C = y_A$

$y_D = x_C = -x_A$

Ответ: $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}(1-\sqrt{7}); \frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7})\right)$ $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7}); \frac{5\sqrt{2}}{2}(1-\sqrt{7})\right)$

$\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}(\sqrt{7}-1); -\frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7})\right)$ $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7}); \frac{5\sqrt{2}}{2}(\sqrt{7}-1)\right)$

№6



Окружности равны и $AB = AB$ => дуги стягивающие AB равны у обоих окружностей => углы опирающиеся на AB равны =>

$\angle CDA = \angle DCA = \frac{180-90}{2}$, т.к. $\angle CAD = 90^\circ$ => углы по 45°.

Перпендикуляр к CD из точки B продлим до пересечения с AD, пусть точка пересечения – это F', тогда $\angle F'DB = 45^\circ$, $\angle DBF' = 90^\circ$ => $\angle BF'D = 45^\circ$ => $DB = BF'$ – и находится в одной стороне от CD, что и A => F' – это точка F.

Пусть O_1 – это центр первой окружности, => $O_1A = O_1B$

$\angle AO_1B = 2 \cdot \angle ACB = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$ => $AB = \sqrt{O_1A^2 + O_1B^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\angle CBF = \angle CAF = 90^\circ$ => $CBFA$ – вписанный, но A, B и C лежат на первой окружности =>

и F лежит на [illegible] первой окружности.

Пусть O_2 – это центр второй окружности, тогда $O_2A = O_2B = O_1B = O_1A$, как радиусы равных окружностей, тогда O_2AO_1B – это ромб, но [illegible] $\angle AO_1B = 90^\circ$ => это квадрат.

Рассмотрим $\triangle ADC$ и $\triangle DFB$ ~~они подобны по двум углам~~

Они подобны, так как р/б и прямоугольные

$\frac{BD}{AD} = \frac{DF}{DC}$ => $\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DF} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, т.к. $\triangle ADC$ р/б и прямоугольный

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим $\triangle CFD$ и $\triangle ABD$

$\angle DCF = \angle BAD$, так как опираются на одну дугу и

$\angle ADB = \angle FDC = 45^\circ \Rightarrow$ Они подобны $\Rightarrow$

$\frac{BD}{DF} = \frac{AB}{CF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{AB \cdot 2}{\sqrt{2}} = CF$, $AB = 5\sqrt{2} \Rightarrow$

$CF = \frac{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 5$ см

Ответ: 5

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$700=2^2\cdot5^2\cdot7$

$8\cdot\frac{7\cdot6}{2}\cdot\frac{5\cdot4}{2}=8\cdot7\cdot5\cdot3\cdot2$

$30\cdot7=210\cdot8=1680$

$+$

$8\cdot\frac{7\cdot6}{2}\cdot5=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{2}=40\cdot21$

$40\cdot21=840$

$+840$

$1680+840=2520$

Ответ: 2520

$b_1=4$

$k=5$

$b_1 \quad b_1 k \quad b_1\cdot k^2$

$b_1(k^2+k+1)=b_1(k^3-1)$

$\frac{b(k^3-1)}{(k-1)}$

$\frac{9\pm39}{80}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{48}{80}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

$\frac{b\,k^3}{k-1}$

$(k^3-1)=(k-1)(k^2+k+1)$

$4+20+100=\frac{4\cdot(124)}{4}$

124

$81+4\cdot40\cdot9$

$9(9+4\cdot40)$

$9(169)$

$3\cdot13$

$49k^2=9k^2+9k+9$

$40k^2-9k-9=0$

$\frac{k^2\cdot49}{(k^2+k+1)\cdot9}=$

$\frac{b_1(k^{3000}-1)}{k-1}=S$

$\frac{b_3(k^{3000}-1)}{(k^3-1)}\cdot49=9S$

$\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}=S\cdot10$

$\frac{b_1\cdot k^2(k^{3000}-1)\cdot49}{(k-1)(k^2+k+1)\cdot9}=9$

$\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}+\frac{b_1\cdot k^2(k^{3000}-1)}{(k^3-1)}\cdot49=10\cdot S$

S

$\frac{b_1\cdot(k^{3000}-1)}{(k-1)}\cdot\frac{k^2\cdot49}{(k^2+k+1)\cdot9}=$

$$\frac{b_1(k^{3000}-1)}{(k-1)}+\frac{b_1\cdot k(k^{3000}-1)}{(k^2-1)}=S+\frac{b_1\cdot(k^{3000}-1)}{(k-1)}\cdot\frac{k}{k+1}=S\left(1+\frac{k}{k+1}\right)-216$$

$10\cdot 86.\ -6^3=36\cdot 6.$

$\frac{3}{5}$ $11+\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{8}$ $\frac{-3}{-3+8}=-\frac{3}{5}$ $80+4\cdot 6=124$

$\frac{11}{8}$ $\frac{2}{5}$

$4+12\cdot 4$ $80=2^4\cdot 5$ $x=-4$ $128=8\sqrt{2}$

$2\sqrt{13}$ $-2\pm 2\sqrt{13}$ $x(x-2)(x+2)=-80$ $-64+16$ $64-16$ 10

73 $x^3=4(x-20)$ 80 $16+40+24$

$48+25=$ $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}$ $=x^2+10x+24$

$x^3-4x+80 \,|\, x+4$
$-x^3+4x^2 \,|\, x^2-4x$
$-4x^2-4x$
$-4x^2-16x$
$12x$

$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{(x+4)}$ $-64+16+80$ $(x+6)(x+4)$

32 $+48$ $+100$

$-x^2-10x-25$

$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)=(x+6)(x+4)$ $\frac{x^3-4x+80}{2}$ $-125-50$

$x^3-3x^2+3x-1=(x-1)^3$

$32-80+48-2$ $80-32$ $+120+48$

27 $\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}}=x+4$ 48

$x^3-2x^2-20x+48=0$ $9-60+48=3$ $-216-72$

$x=4$ $x^3-4x+80=2x^2+16x+32$

$64-32-80+48=0$ $80+48$ $-64-32$

$x^3-2x^2-20x+48 \,|\, x-4$
$-x^3-4x^2 \,|\, x^2+2x-12$
$2x^2-20x$
$2x^2-8x$
$-12x+48$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$x^2+8x+16$

$(x^2+2x-12)(x-4)$ 4 $4\cdot 12=4\cdot 4\cdot 3$

$\frac{-2\pm 4\sqrt{3}}{2}=\frac{-1\pm 2\sqrt{3}}{2}$

$\left(\frac{2\sqrt{3}-1}{2}\right)^3-\frac{4(2\sqrt{3}-1)}{2}+80=0$ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ $\frac{-2\sqrt{3}-1}{2}$

$24\sqrt{3}-3\cdot 3\cdot 4+3\cdot 2\cdot\sqrt{3}-1-4\cdot 4\cdot 2\sqrt{3}+4\cdot 4+640$

$~~24\sqrt{3}+6\sqrt{3}-32\sqrt{3}~~$ $8\sqrt{}$ $-36-1+16+640$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(-1-\sqrt{13})^3$ $\quad 10\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{y^2+x^2}=10\sqrt{2}$

$-(1+\sqrt{13})^3=-1-3\sqrt{13}-39-39\sqrt{13}+4+4\sqrt{13}+80$

$-40-42\sqrt{13}+84+4\sqrt{13}$

$44-38\sqrt{13}$

$4\cdot 11 \quad 12\cdot\sqrt{13} \quad y=x\sqrt{7}$

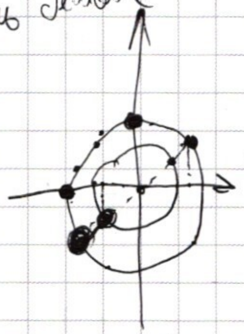
$11 \quad 3\cdot\sqrt{13}$

5 кругов 2 круга

$4+4\cdot 7=4\cdot 8=4\sqrt{2}$

$\frac{5}{2}$ раза скорость белки

$25\cdot 8=5\sqrt{2}$ $\quad 5^2(1+7)=5\cdot 2\sqrt{2}$



$V \quad \frac{5V}{2}$

t

$4\sqrt{2} \quad 10\sqrt{2}$

l

$r \quad \frac{5}{2}\cdot r \quad 2\pi r$

$8\pi\sqrt{2} \quad 20\pi\sqrt{2}$

$V \quad 5V$

$\frac{3V}{2} \quad l$

$\frac{3V}{2} \quad 2\sqrt{2}\cdot\pi =$ $\quad \frac{5}{2}$

$2l$

$2t$ $\quad \frac{20l}{3V}=10t \quad \frac{2l}{V}=4t$

$\frac{3V}{2} \quad \frac{2l}{3V}=t$

$t \quad 3t \quad 5t \quad 7t \quad 9t$ $\quad V \quad 2l$

$\frac{L}{V}=\frac{2l}{3V}=t \quad \frac{6l}{3V} \quad 3t$ $\quad 3t=\frac{6l}{3V}\cdot\frac{2l}{V}$

$\frac{2}{3}l \quad 4V \quad l$ $\quad \frac{l}{4V}=t \quad t \quad 3t \quad 5t \quad 7t$

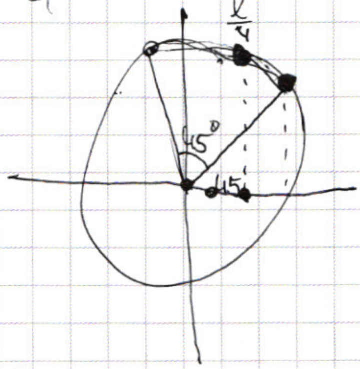
$0\cdot\frac{2l}{4V}\ 2t$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$t=\frac{l}{4V}=\frac{L}{V}\Rightarrow$ $\frac{l}{4}=\frac{10\sqrt{2}\pi}{4}=\frac{5\pi}{\sqrt{2}}$ $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$

$3t=\frac{3l}{4V}=\frac{L}{V}\Rightarrow$ $\frac{3}{4}l=L$



$\frac{3\pi}{4}$

$a\sqrt{7}$

$y=x\sqrt{7}$ $a\ \frac{1}{\sqrt{7}}$

$y=\frac{-x}{\sqrt{7}}$

$\cos\alpha=\frac{\cos 45^\circ}{2}$ $\sin=10$

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ 45

$x^2+y^2=200$

$x^2+\frac{x^2}{7}=200$

$\cos\alpha=\frac{\cos 45}{2}$ $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin^2\alpha=1-\frac{2}{16}=\frac{14}{16}$

$\frac{8x^2}{7}=200$ $x=\sqrt{\frac{200\cdot 7}{8}}=$ $x=5\sqrt{7}$ $y=-5$

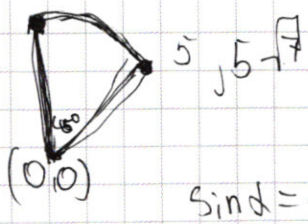
$\sin=\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{4}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{14}}{4}$ $25+25\cdot 7=10\sqrt{2}$

$\sin\frac{3\pi}{4}$

$\frac{10\sqrt{2}\cdot\pi}{4}=\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$

$\sin\frac{3\pi}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$



$\frac{\sqrt{2}}{4}=\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\sin\alpha=5\sqrt{7}$

$\cos 2\alpha=\cos^2-\sin^2$ $\cos\alpha=5$

$\frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{5\sqrt{2}\sqrt{7}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}(\cancel{1}-\sqrt{7})$

$\sin(45+\alpha)=$

$\cos\alpha$

$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ $\cos(45+\alpha)=\cos\alpha\cdot\cos 45-\sin\alpha\sin 45$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0.$

$x^2=(x-2)^2+4x-4$

$(x-2)^2+2x^4-3x^2|x-2|\geq 0$

$x^2=t^2+4t+4$

$(x-2)^2+2x^4-3x^2|x-2|$

$(t+2)^2$

$x^2(2x^2-4|x-2|)+x^2|x-2|$

$t^2+2(t^2-4t)^2-3(t^2-4t)|t|\geq 0$

$t^2+2(t+2)^4-3(t+2)^2|t|\geq 0$

$x^2-4x+4=(x-2)^2$

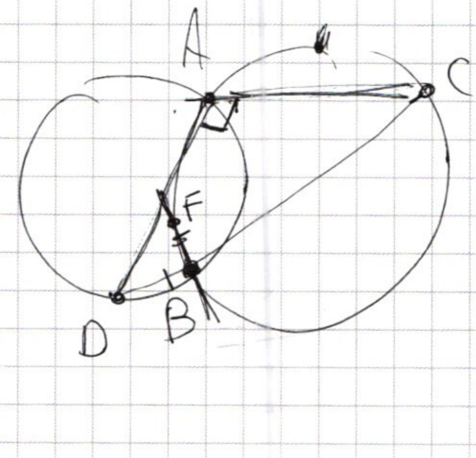
$(x-2)$

$2x^4-3x^2|x-2|$

$2x^4-4x^2|x-2|+x^2|x-2|$

$x^2(2(x^2-2)$

$x^2(2x^2-3|x-2|$

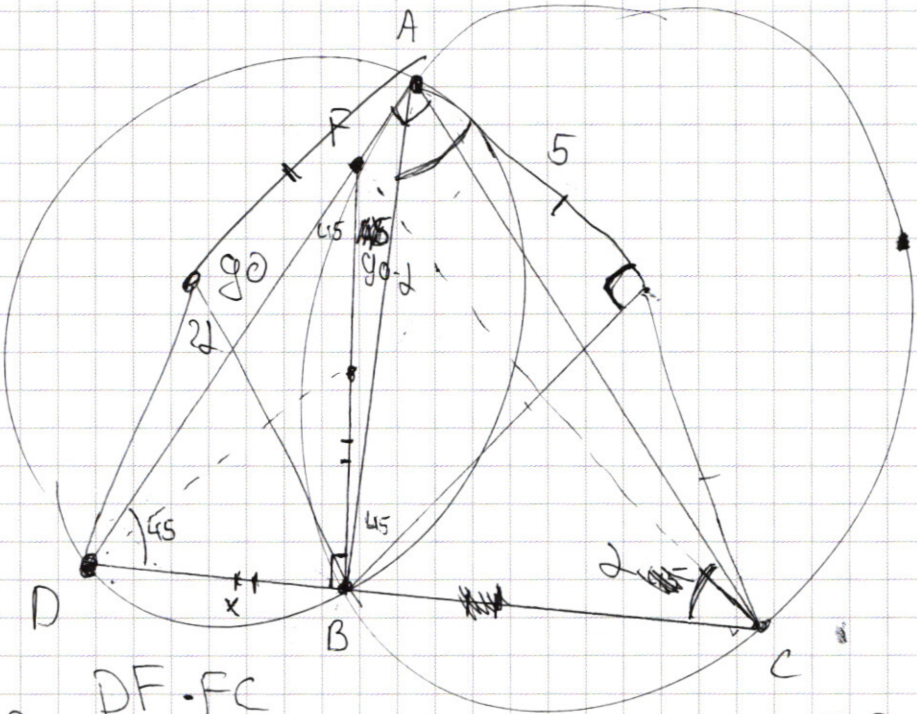


$AB = 5\sqrt{2}$

$90 + 2\alpha$

$\frac{a}{\sin}$

$180 + 4\alpha$

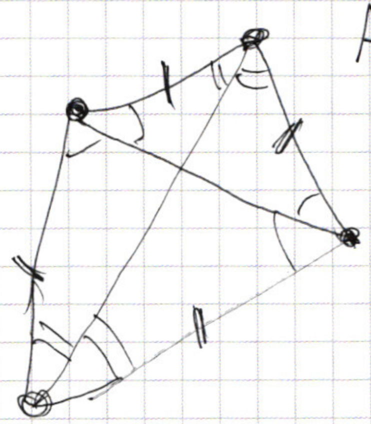


$FB = \frac{DF \cdot FC}{DF + FC}$

$\frac{DB}{AD} = \frac{DF}{DC}\ \frac{AD}{DC}$

$FB^2 + BC^2 = FC^2$

$DF \cdot FA = BD \cdot DC$



$\frac{DB}{DF} = \frac{AB}{CF}$

$\frac{AX}{XC} = \frac{XF}{XB}$

$AX \cdot XB$

$AX \cdot XB = XF \cdot XC$

$AX + BX = 5\sqrt{2}$ $XF + XC$