МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12, \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано: $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_8 = 700$

Найти: кол-во $\overline{a_1 \ldots a_8}$

Решение: $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

количество способов выбрать 2 из 8: $C_8^2 = \frac{8!}{2!\,6!} = 4 \cdot 7 = 28$ - способов потребуется для расстановки „2".

количество способов выбрать 2 из $(8-2)$: $C_6^2 = \frac{6!}{2!\,4!} = 5 \cdot 3 = 15$ - способов потребуется для расстановки „5".

Можно сначала подсчитать кол-во способов расстановки „5", а затем „2" - это ничего не изменит, т. к. расстановка „2" и „5" взаимозаменяемые факторы.

кол-во способов расставить 1 из $(8-2-2) = C_4^1 = \frac{4!}{3!\,1!} = 4$ - способа расставить „7".

На оставшиеся места встают 1, иначе произведение не равно 700

В итоге, количество 8-значных чисел с произведением его цифр равным 700 равно $28 \cdot 15 \cdot 4 = 60 \cdot 28 = 1200 + 480 = 1680$

Ответ: 1680 чисел

№2. Пусть q – разность геометрической прогрессии
n – кол-во членов прогрессии ($n=3000$)

$$S=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$$

$$b_3=b_1\cdot q^{3-1}=b_1q^2$$

$$10S=\frac{b_1q^2(q^{\frac{3n}{3}}-1)\cdot 49}{q^3-1}+\frac{b(q^n-1)}{q-1}$$

или
$$\begin{cases}10S-S=9S=\dfrac{b_1q^2(q^n-1)\cdot 49}{q^3-1}\\ S=\dfrac{b_1(q^n-1)}{q-1}\Rightarrow b_1=\dfrac{S(q-1)}{(q^n-1)}\end{cases}$$

$$9\cancel{S}=\frac{S(q-1)\cdot q^2(q^n-1)\cdot 49}{(q^n-1)(q^3-1)}\Rightarrow 9=\frac{(q-1)\cdot 49q^2}{q^3-1}$$

$$9q^3-9=49q^3-49q^2$$

$$40q^3-49q^2+9=0$$

По т. Виета $q=1$

$$\Rightarrow (q-1)(40q^2-9q-9)=0$$

$q=1$ $\qquad 40q^2-9q-9=0$

$$D=81+160\cdot 9=9(169)=39^2$$

$$q=\frac{9\pm 39}{80}=\left[\begin{array}{l}\frac{48}{80}=\frac{6}{10}=0{,}6\\ -\frac{3}{8}\text{ – посторон, т.к.}\end{array}\right.$$

все члены прогрессии положительные

Нужно найти отношение (пусть оно равно k)

$$\frac{\frac{b_1q(q^n-1)}{q^2-1}+\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}}{\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}}=$$

$$=1+\frac{\frac{\cancel{b_1}q\cancel{(q^n-1)}}{q^2-1}}{\frac{\cancel{b_1}\cancel{(q^n-1)}}{q-1}}=1+\frac{q(q-1)}{(q-1)(q+1)}=1+\frac{q}{q+1}=\frac{Sk}{S}=k$$

$$q=0{,}6\Rightarrow k=1+\frac{0{,}6}{1{,}6}=1+\frac{3}{8}=\frac{11}{8}$$

$$q=1\Rightarrow k=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

Ответ: либо увеличится в $\frac{11}{8}$ раз, либо увеличится в $\frac{3}{2}$ раза.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

ОДЗ: $x^3-4x+80\geq 0$

$x^2+10x+24=(x+4)(x+6)$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

$x+6=0$

$x=-6$

$$\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}}=x+4$$

$$\begin{cases} x+4\geq 0 \\ \frac{x^3}{2}-2x+40=x^2+8x+16 \end{cases}$$

$x\geq -4$

$\frac{x^3}{2}-x^2-10x+24=0$

По т. Виета $x=4$ - подходит

$$\begin{cases} (x-4)(x^2+2x-12)=0 \\ x\geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=\frac{-2\pm\sqrt{4+48}}{2}=-1\pm\sqrt{13} \\ x\geq -4 \end{cases}$$

Проверка корней: $x=-6$: не подходит под ОДЗ

$x=4$: подходит

$x=-1+\sqrt{13}\geq -4$ - подходит

$x=-1\underbrace{-\sqrt{13}}<-4$ - не подходит

$\sqrt{9}=3$

Ответ: $x=4$; $x=-1+\sqrt{13}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №3
(Нумеровать только чистовики)

№4.

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$2x^4 + (x^2 - 4x + 4) - 3x^2|x-2| = 0$

Замена: $|x-2| = t \geq 0$

$2x^4 + t^2 - 3x^2 t = 0$

$2x^4 - 3t \cdot x^2 + t^2 = 0 = t^2 - 3x^2 t + 2x^4$

Замена: $x^2 = k$

$2k^2 - 3t \cdot k + t^2 = 0$

$D = 9x^4 - 2x^4 \cdot 4 = x^4$

$t = \frac{3x^2 \pm x^2}{2} = \left[\begin{array}{l} 2x^2 \\ x^2 \end{array}\right.$

$D = 9t^2 - 8t^2 = t^2$

$k = \frac{3t \pm t}{4} = \left[\begin{array}{l} t \\ \frac{t}{2} \end{array}\right.$

Обратная замена:

$\cancel{|x-2|}$ $x^2 = t$; $x^2 = \frac{t}{2}$

$|x-2| = x^2$ $\quad |x-2| = 2x^2$ $\quad\quad |x-2| = 2x^2$ $\quad |x-2| = x^2$

I $x \geq 2$

$x - 2 = x^2$ $\quad\quad x - 2 = 2x^2$

$x^2 - x + 2 = 0$ $\quad\quad 2x^2 - x + 2 = 0$

$D = 1 - 8 < 0$ $\quad\quad D = 1 - 16 < 0$

нет реш $\quad\quad$ – нет решений

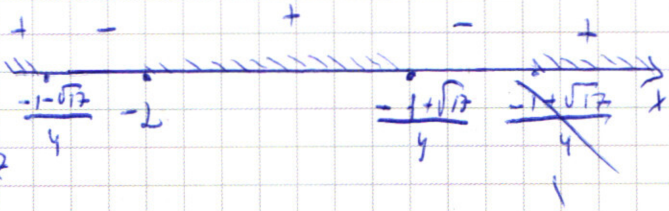
II $x < 2$

$2 - x = x^2$ $\quad\quad 2 - x = 2x^2$

$x^2 + x - 2 = 0$ $\quad\quad 2x^2 + x - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 3^2$ $\quad\quad D = 1 + 16 = 17$

$x = \frac{-1 \pm 3}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ -2 \end{array}\right.$ $\quad\quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$



$\frac{-1+\sqrt{17}}{4} \vee 2$

$-1 + \sqrt{17} \vee 8$

$\sqrt{17} \vee 9$

$\sqrt{17} < 9$

Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup \left[-2; \cancel{1}\ \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup \left[\cancel{\frac{1-\sqrt{17}}{}}\ 1; +\infty\right)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

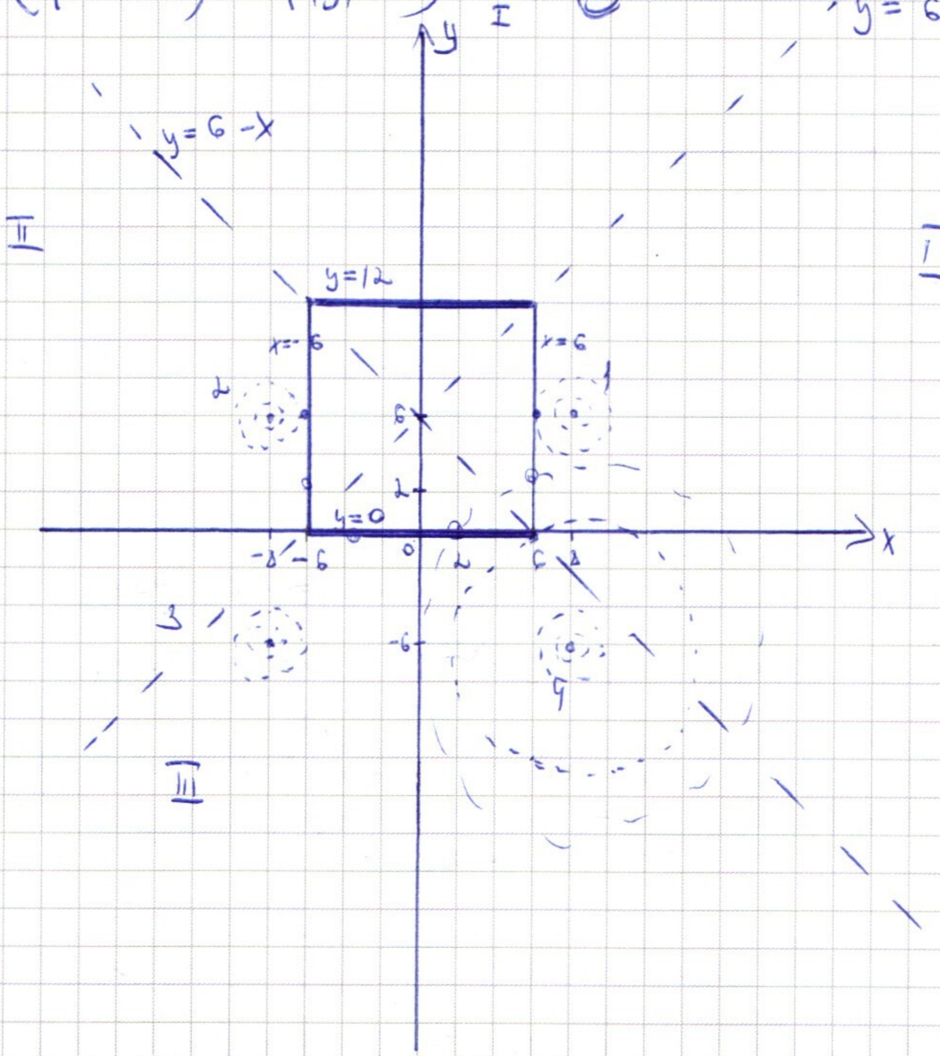
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & (2) \end{cases}$$

2 решения



(2) – это 4 окружности (при $a=0$ точки) с центрами в точках $(\pm 8; \pm 6)$ и радиусом $r=\sqrt{a}$

(1) для удобства построения обозначим области, на которые поделили плоскость прямые $y = 6 + x$ и $y = 6 - x$ римскими цифрами (из самой верхней области против часовой

стрелки) I – IV ; пусть $y-6-x=d$, $y-6+x=c$

I $d \ge 0$ $c \ge 0$

$y-6-x+y-6+x=12$

$y=\frac{24}{2}=12$

II $d \ge 0$ $c<0$

$y-6-x-y+6-x=12$

$x=-\frac{12}{2}=-6$

IV $d<0$ $c \ge 0$

$-y+6+x+y-6+x=12$

$2x=12 \Rightarrow x=6$

III $d<0$, $c<0$

$x+6-y-x+6-y=12$

$y=0$

Исследуем r и a:
(a ищется по т. Пифагора)

$a \ge 0$ – т.к. $a=r^2$

До $r<2$ – касаний нет

$r=2$ – 2 касания (в точках $(6;6)$ и $(-6;6)$)

$\Rightarrow \underline{a=2^2=4}$

Обозначим точки центров окружностей за 1, 2, 3, 4 (см. на рисунке) точки центров симметричны от-но $x=0$

Точки 1 и 2 либо имеют с квадратом (т.е. 1) 0 точек ($a<2$), либо 2 точки при $a=4$, либо 4 $a \in (4; 6^2+14^2)=4\cdot 58=232]$ а далее при увеличении a – не имеют общих точек т.е. $a>232$ точек

Окружности 3, 4 либо не имеют с 1 общих точек $a<2^2+6^2=40$, либо 4 общие точки, в точке $(0;0)$ пересечения 3 и 4 имеют 3 общие точки ($a=50$), при дальнейшем увеличении a – 4 точки, в точке $y=12$ – 3 точки (радиус уже больше 232), а затем опять 4, но в точках $(6;12)$ $(-6;12)$ – пересечение окружностями 1 имеется 2 точки $\left(r^2=(\overset{14}{8+6})^2+(\overset{18}{6+12})^2=4(\overset{81+49}{7^2+9^2})=520\right) \Rightarrow$

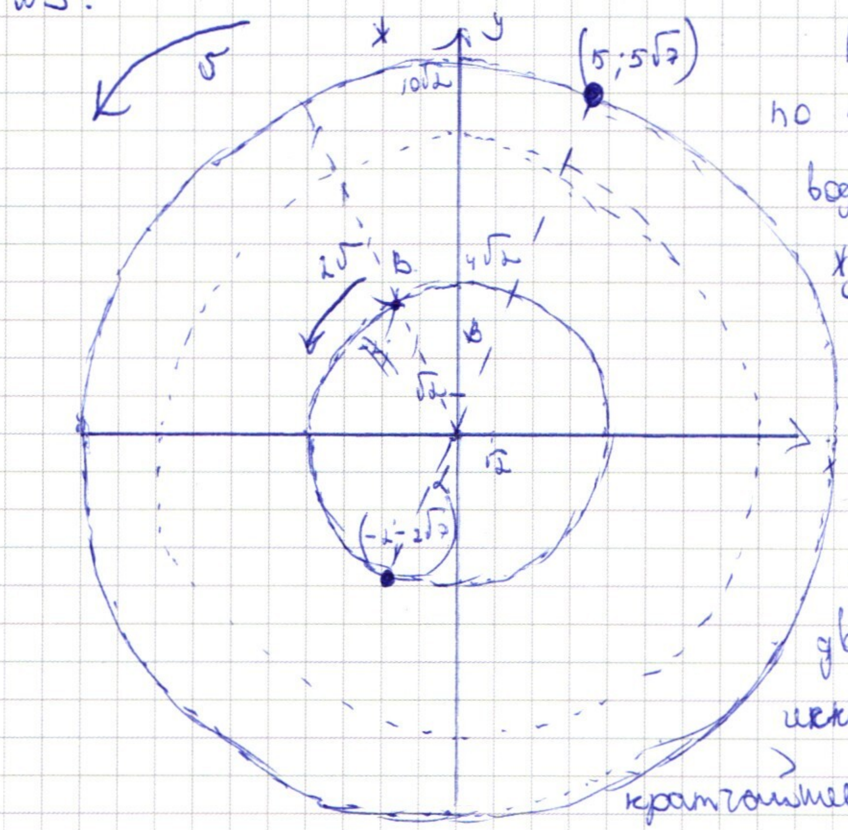
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a = 520$, а затем не имеет общих точек

Ответ: при $a = 4$
при $a = 520$

№5.



радиус окружности, по которой движется водомерка: $r = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{7})^2} = 4\sqrt{2}$

жук: $R = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2} = 10\sqrt{2}$

Кратчайшее расстояние между насекомыми будет равно $10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$, т.к. они движутся по концентрическим окружностям, а кратчайшее расстояние от центра окружности до ее точки равно радиусу.

$L_{окружности} = 2\pi r$

$L_{о\, водомерки} = 8\sqrt{2} \cdot \pi$; $L_{о\, жука} = 20\sqrt{2} \cdot \pi$

$\frac{L_{о\, водомерки}}{L_{о\, жука}} = \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi}{20\sqrt{2} \cdot \pi} = \frac{4}{5}$

Но при этом у водомерки скорость в 2 раза больше, т.е. условно она движется по окружности ($r' = 8\sqrt{2}$) с той же скоростью. Тогда за то же время водомерка проходит $\frac{10}{16}=\frac{5}{4}$ части своей окружности больше, чем жук

Т. е если скорость насекомых задавалась вектором, то за то время, пока у жука описано x градусов, у водомерки описано $1{,}25x°$

Найдём градусное различие положений насекомых (жирными точками отмечены начальные положения насекомых)

$\sin \angle = \frac{4\cdot 2}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 30° = \angle$

$\sin \beta = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 30° = \beta$

$\angle \angle = \angle \beta \Rightarrow$ градусные различия, если считать по окружности – у них $180°$

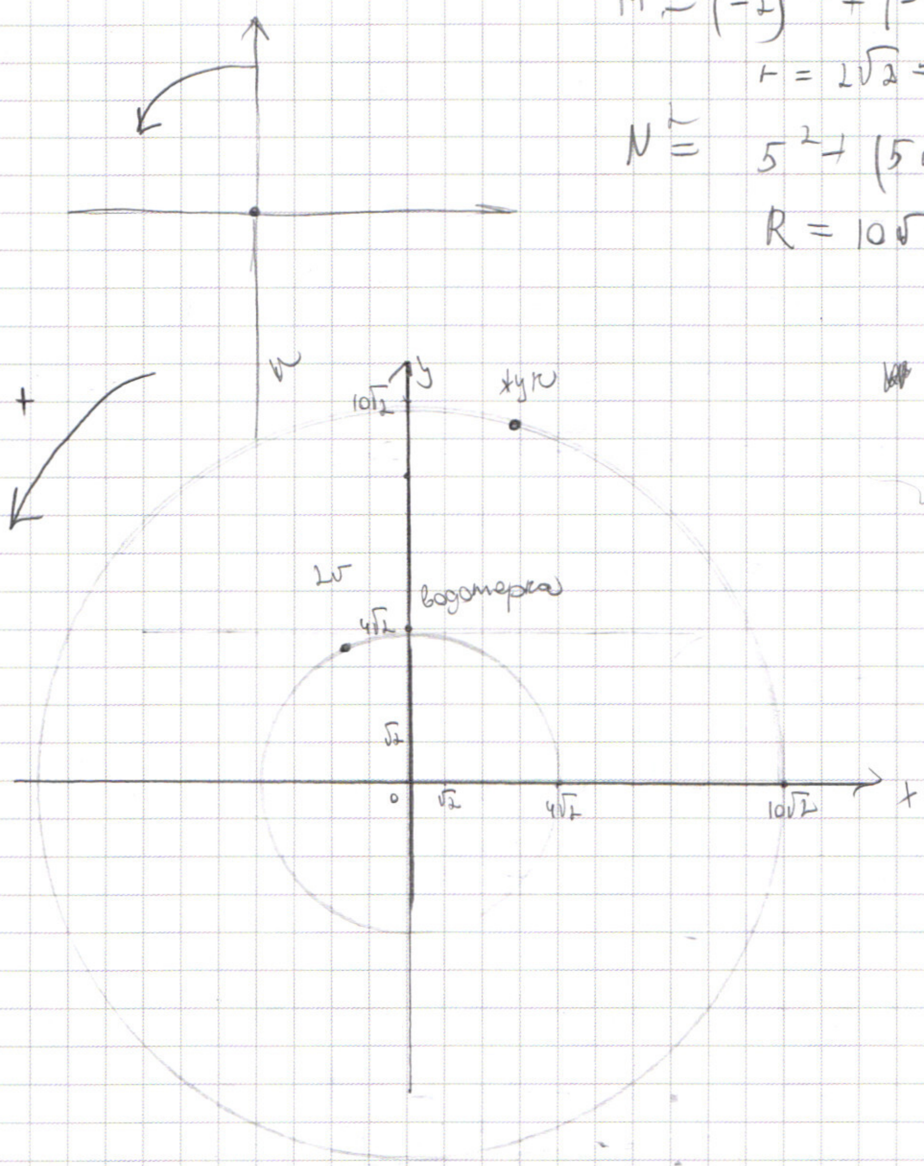
№5.

$M: \overset{2}{=} (-2)^2 + (-2\sqrt{7})^2 = 4 + 4\cdot 7 = r^2$

$r = 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$N: \overset{2}{=} 5^2 + (5\sqrt{7})^2 = 5^2 \cdot 8$

$R = 10\sqrt{2}$



$L_{окр} = 2\pi r$

$L_{ж} = 2\pi \cdot 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}\pi$

$L_{в} = 2\pi \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}\pi$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$(x^2-4x+4) - 3x^2|x-2| + 2x^4 \geq 0$

$(x-2)^2 - 3x^2|x-2| + 2x^4 \geq 0$

$x \geq 2$ $\qquad$ $x < 2$

$(x-2)^2 + 6x^2 - 3x^3 + 2x^4 \geq 0$

$(x-2)^2 + 3x^2(2-x) + 2x^4 = 0$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$2x^4 + (x^2-4x+4) - 3x^2|x-2| \geq 0$

замена $|x-2| = t$

$2x^4 + t^2 - 3x^2 \cdot t = 0$ $\qquad$ $t^2 - 3x^2 t + 2x^4 = 0$

$2x^4 - 3t \cdot x^2 + t^2 = 0$ $\qquad$ $D = 9x^4 - 8x^4 = x^4$

$D = 9t^2 - 8t^2 = t^2$ $\qquad$ $t = \frac{3x^2 \pm x^2}{2} = \left[\begin{array}{l} 2x^2 \\ x^2 \end{array}\right.$

$x^2 = \frac{3t \pm t}{2} = \left[\begin{array}{l} 2t \\ t \end{array}\right.$

Обратная замена

$x^2 = 2|x-2|$ $\qquad$ $|x-2| = 2x^2$

$x^2 = |x-2|$ $\qquad$ $|x-2| = x^2$

$x \geq 2$

$x = 2x - 4 \Rightarrow x = 4$ $\qquad$ $x - 2 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - x + 2 = 0$

$x = x - 2 \Rightarrow \underline{0 = -2}$ нет реш $\qquad$ $D = 1 - 4$ – нет реш

$x - 2 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0$ нет реш

$x \leq 2$ $\qquad$ $2x^2 = 2 - x \Rightarrow 2x^2 + x - 2 = 0$

$x = 4 - \cancel{2x} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $D = 1 + 16 = 17$

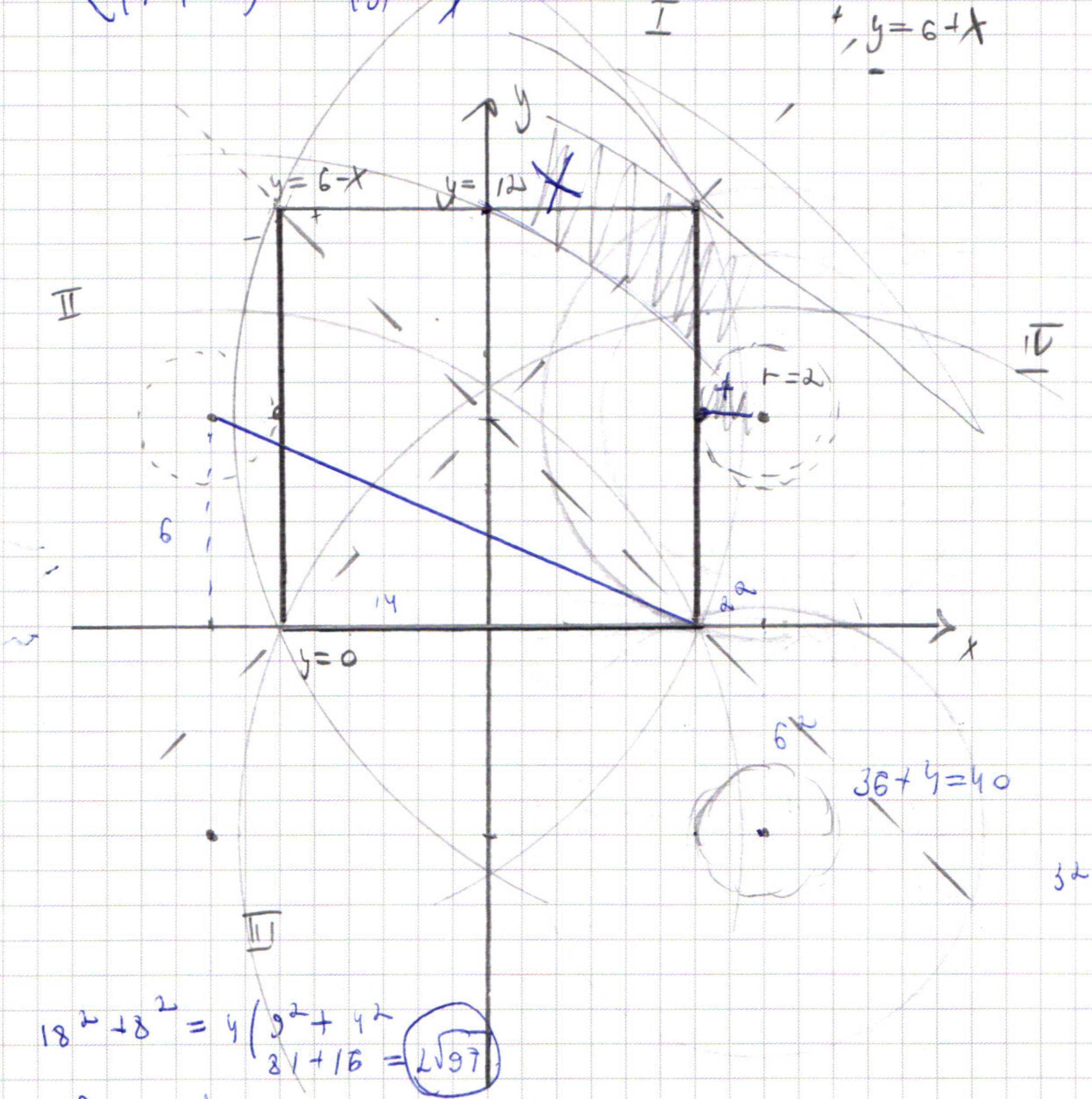
$x = 2 - x$ $\qquad$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

$\Rightarrow x = 1$ $\qquad$ $x^2 = 2 - x \Rightarrow \cancel{x^2} x^2 + x - 2 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№7. $\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$ 2 реш



$18^2 + 8^2 = 4(9^2 + 4^2$

$81 + 16 = 2\sqrt{97}$

$14^2 +$

I $y - 6 - \cancel{x} + y - 6 + \cancel{x} = 12$

$2y = 24$

$y = 12$

IV $\cancel{x} + 6 - y \ \cancel{-x} + 6 - y = 12$

$-2y = 0$

$y = 0$

II $y - 6 - x - y + 6 - x = 12$

$-2x = 12$

$x = -6$

III $\cancel{y} + 6 + x + \cancel{y} - 6 + x = 12$

$2x = 12$

$x = 6$

$a^2 + b^2 = c^2$

$r = 2$ (1) => $a = 4$

$6^2 + 14^2 = \sqrt{4(9+49)} = 2\sqrt{58}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

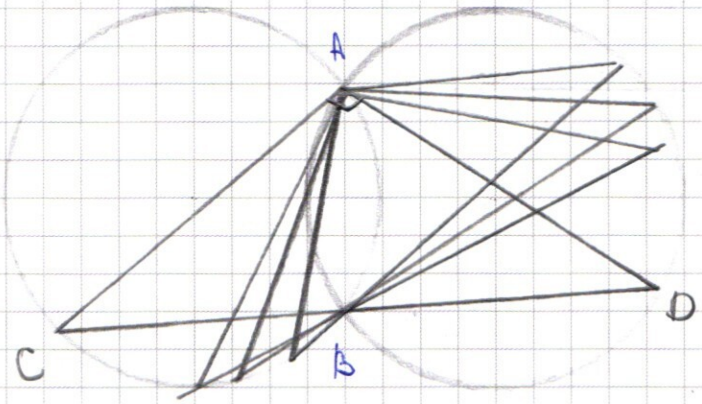
№1 Дано:

$\overline{a_1 \ldots a_8}$ – кол-во – неизвестно

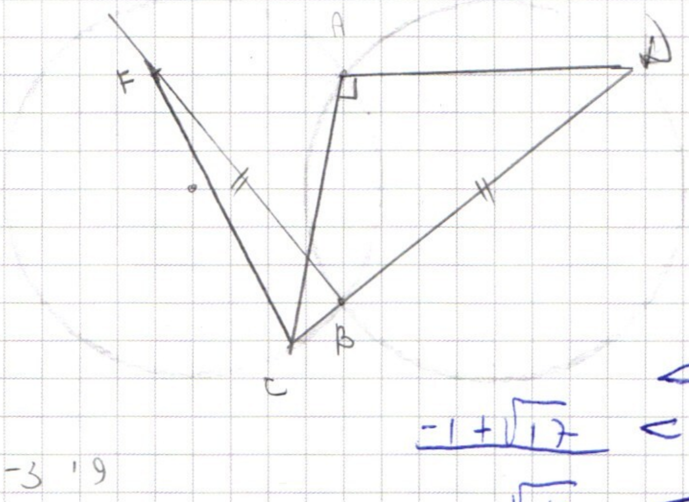
$a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_8 = 700$

№6.

$r = 5$.



Найти: CF – ?



< 1

$-1+\sqrt{17} < 4$

$\sqrt{17} < 5$

$+1+8|\cdot 2 -3 \cdot 9$

$12 > -1 + \sqrt{17}$

$13 > \sqrt{16}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№5.

$$\frac{9^2}{9^2+9+1}=\frac{0,6^2}{0,36+0,6+1}$$

$$\frac{0,36}{1,96}\neq\frac{11}{9}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

$$x^2+10x+24=0=(x+4)(x+6)$$

$80+16$

$$D=100-24\cdot4=4$$

$$x=\frac{-10\pm2}{2}=\left[\begin{array}{l}-4\\-6\end{array}\right.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+4)(x+6)$$

$$x+6=0$$

$$x=-6$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}=x+4$$

$$\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+4)$$

$$\begin{cases}x\geq-4\\x^3-4x+80=2(x^2+16+8x)\end{cases}$$

$$x^3-2x^2-20x-32+80=0$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$x=4:\ 64-32-40+48\neq0$ (32, -72)

$x=-4:\ -64-32+40+48\neq0$

$x=2:\ 8-8+40+48=0$

$x=-2\ \ -8-8.$

$$\frac{x^3}{2}-2x+40=x^2+8x+16$$

$$\frac{x^3}{2}-x^2-10x+24=0$$

$$x\left(\frac{x^2}{2}-10\right)-x^2+24=0$$

$x=-4:\ -4(8-10)-16+24=0$

$+8-16+24\neq0$

$x=-2:\ -2(2-10)-4+24=$

$16-4+24\neq0$

$x=2\ \ 2(2-10)-4+24=-20+24\neq0$

$x=4\ \ 4(8-10)-16+24=-8-16+24=$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cancel{x+6})\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24=(\cancel{x+6})(x+4)$$

$$x^3-4x+80=2(x^2+8x+16)$$

$$x^3-2x^2-4x+80-16x-32=0$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$x=-4:\ -4^3-4^2+80+48=0$ (64, 16)

$x=2:\ 2^3-2\cdot2^2-20\cdot2+48=$ (8, 8)

$$3x^2-4x-20=0$$

$$D=16+240=256=16^2$$

$$x=\frac{4\pm16}{6}=\left[\begin{array}{l}\frac{20}{6}\\-2\end{array}\right.$$

$x^3-2x^2-20x+48\ |\ x-4$

x^3-4x^2 ; x^2-10x

$-10x^2-20x$

$-10x^2-40x$

$x^3-2x^2-20x+48\ |\ x-4$

x^3-4x^2 ; $x^2+2x-12$

$2x^2-20x$

$2x^2-8x$

$-12x+48$

$$(x^2+2x-12)(x-4)=0$$

$$D=4+48=52=4\cdot13$$

$$x=\frac{-2\pm2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$700 = 2\cdot 5\cdot 2\cdot 5\cdot 7$

$700 = 2\cdot 5\cdot 2\cdot 5\cdot 7$

$C_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$

$C_2^1 = \frac{2!}{1!} = 2$

перемножаются

$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4$

$C_8^2 = \frac{8!}{6!\,2!} = \frac{8\cdot 7}{2} = 28$ вариант расставить 2

$C_6^2 = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$ вариантов расставить 5

$C_4^1 = \frac{4!}{1!\,3!} = 4$ варианта расставить 7

$28\cdot 15\cdot 4 = 7\cdot 2^2\cdot 5\cdot 3\cdot 2^2 = 35\cdot 2^4\cdot 3 = 70\cdot 2^3\cdot 3 =$

$210\cdot 8 = 1600+80 = 1680$

$40q^3 - 49q^2 + 9q^0 - 9 \mid q-1$

$40q^3 - 40q^2 \quad | \; 40q^2 - 9q - 9$

$-9q^2 + 0$

$-9q^2 + 9q$

№2.

$b_1\ b_2 \dots\ b_{3000}$

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | n

$b \mid bq \mid bq^2 \mid bq^3 \dots bq^{n-1}$

$\cancel{50}S = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} + \frac{b_1 q^2 (q^{\frac{n}{3}}-1)\cdot 49}{q^3-1}$

$10S = \frac{b(q^n-1)}{q-1} + \frac{bq^2(q^n-1)\cdot 49}{q^3-1}$

1000 членов - с номерами $\vdots 3$

$10S = \frac{b(q^n-1)}{q-1} + \frac{bq^2(q^n-1)\cdot 49}{q^3-1}$

$S = \frac{b(q^n-1)}{q-1}$

$KS = \frac{b(q^n-1)}{q-1}$

$$\begin{cases} S = \frac{b(q^n-1)}{q-1} \Rightarrow b = \frac{S(q-1)}{q^n-1} \\ 9S = \frac{bq^2(q^n-1)\cdot 49}{q^3-1} \end{cases}$$

$9 \neq \frac{(q-1)(q^n-1)}{(q^n-1)(q^3-1)} = \frac{q-1}{q^3-1}$

$q \neq 1$

$9q^3 - 1 = q - 1$

Если $q = 0$ - ~~сумма~~ член $= 0$ - неположительная

$\Rightarrow q = \frac{1}{3}$ ($-\frac{1}{3}$ - некоторые члены отриц-ст)

$S = S + \frac{bq(q^{\frac{n}{2}}-1)}{q^2-1} = \frac{bq(q^n-1)}{q^2-1}$

$\frac{bq(q^n-1)}{(q^2-1)}\cdot\frac{(q-1)}{b(q^n-1)} = \frac{q}{q+1} = \frac{1/3}{4/3} = \frac{1}{4}$

$S = S + \frac{1}{4}S = \frac{5}{4}S$ в $\frac{5}{4}$ раз

$q(3q+1)(3q-1) = q(9q^2-1) = 9q^3 - q = 0 \Rightarrow q = \pm\frac{1}{3};\ 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)