

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Пусть q — ~~значение~~ знаменатель ~~по~~ данной геометрической прогрессии.

$$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q}$$

$$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{b_1 \cdot q(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{b_1 \cdot q^2(1-q^{3000})}{1-q^3}, \text{ т.к.}$$

из чисел, каждая из которых ^{использовано} размещается на 3 можно составить геометрическую прогрессию со знаменателем q^3 . $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Можно составить 3 такие прогрессии; в каждой по 1000 чисел:

$$b_1, b_4, b_7, \dots, b_{3000-2}$$

$$b_2, b_5, b_8, \dots, b_{3000-1}$$

$$b_3, b_6, b_9, \dots, b_{3000}$$

Посчитаем сумму каждой из трёх, и сложив, получив сумму данной геометрической прогрессии.

По условию:

$$5S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{b_1 \cdot q(1-q^{3000})}{1-q^3} + \frac{40b_1 \cdot q^2(1-q^{3000})}{1-q^3}$$

$$\frac{5b_1(1-q^{3000})}{1-q} = \frac{b_1(1-q^{3000})(40q^2+q+1)}{1-q^3}$$

$$\frac{5}{1-q} = \frac{40q^2+q+1}{1-q^3}$$

$$5q^2+5q+5=40q^2+q+1$$

$$35q-4q-4=0$$

$$\frac{D}{4} = 4+4 \cdot 35 = 4+140+20=164$$

~~$q_1 = 4$~~ $q_1 = \frac{2-12}{35}$, не подходит, т.к. по условию все члены прогрессии > 0 .

$$q_2 = \frac{2+12}{35} = \frac{14}{35}$$

Пусть X — ~~количество~~ — во сколько раз увеличивается S , если все её члены, стоящие на чётных местах, увеличатся в 3 раза.

Тогда:

$$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^2} + \frac{b_1 \cdot q(1-q^{3000})}{1-q^2}, \text{ т.к. асимптотически}$$

две геом. прогрессии со знаменателями q^2 до 2000 или в наихудшем:

$$1) b_1, b_3, b_5, \dots, b_{3000-1}$$

$$2) b_2, b_4, b_6, \dots, b_{3000}$$

Посчитаем их суммы, и сложим их, получим сумму изначальной прогрессии:

По условию:

$$\frac{b_1(1-q^{3000})(1+3q)}{1-q^2} = \frac{x \cdot b_1(1-q^{3000})}{1-q} \quad (\text{В преобразованном виде}).$$

$$\frac{1+3q}{1-q^2} = \frac{x}{1-q}$$

$$1+3q = x(1+q)$$

$$q = \frac{14}{35}$$

$$1 + \frac{3 \cdot 14}{35} = x + \frac{14x}{35}$$

$$35 + 3 \cdot 14 = 35x + 14x$$

$$77 = 49x$$

$$x = \frac{77}{49} = \frac{11}{7}$$

Ответ: ~~что~~ увеличивается в $\frac{11}{7}$ раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{(x+10)\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x^2 + 6x - 40 = x^2 + 10x - 4x - 40 = x(x+10) - 4(x+10) = (x-4)(x+10)$$

$$\frac{(x+10)\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = (x-4)(x+10)$$

1) $x = -10$

Проверка: $x^3 - 64x + 200 > 0$

$x = -10$

$-1000 + 640 + 200 < 0$

$840 - 1000 < 0, \Rightarrow x = -10$ не является корнем.

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4, \quad x \geq 4 \quad (\text{т.к. } \frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} \geq 0)$$

Возведем в квадраты

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 8x^2 + 200 - 128 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \quad \left(\begin{array}{r} x^3 - 8x^2 + 0x + 72 \\ \underline{-8x^2 + 64x} \\ 72x + 72 \\ \underline{-72x + 576} \\ 648 \end{array} \right)$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

2) $x_1 = 6$. Проверка: $x^3 - 64x + 200 > 0$ $\Rightarrow 216 - 64 \cdot 6 + 200 = 416 - 384 > 0$

3) $x^2 - 2x - 12 = 0$

$D = 4 + 48 = 52$

$x_2 = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13} < 4 \Rightarrow$ не являются корнями.

$x_3 = \frac{2 + \sqrt{52}}{2} = 1 + \sqrt{13}$

Сравним:

$$1 + \sqrt{13} \text{ и } 4$$

~~4 < 4~~

$$\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} > \frac{3}{\sqrt{9}} \Rightarrow 1 + \sqrt{13} > 4. \Rightarrow x_2 = 1 + \sqrt{13}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} (1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 &= (1 + \sqrt{13})((1 + \sqrt{13})^2 - 64) + 200 = \\ &= (1 + \sqrt{13})(1 + 2\sqrt{13} + 13 - 64) + 200 = (1 + \sqrt{13})(2\sqrt{13} - 50) + 200 = \\ &= 2(1 + \sqrt{13})(\sqrt{13} - 25) + 200 = 2(\sqrt{13} + 13 - 25 - 25\sqrt{13}) + 200 = \\ &= 2(-24\sqrt{13} - 12) + 200 = -48\sqrt{13} - 24 + 200 = -48\sqrt{13} + 176 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cancel{3,7,3,7} = 13,69 &\Rightarrow \cancel{3,7} > \sqrt{13}, \\ -48 \cdot \cancel{3,7} + \cancel{176} &= \end{aligned}$$

Сравним:

$$48\sqrt{13} \text{ и } 176$$

$$24\sqrt{13} < 87$$

Возведем в куб.

$$\begin{array}{r} \times 87 \\ 87 \\ \hline 609 \\ 696 \\ \hline 7569 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \cdot 24 = 576 \\ \times 576 \\ 13 \\ \hline 1328 \\ 576 \\ \hline 7488 \end{array}$$

$$7568 < 7569 \Rightarrow 176 - 48\sqrt{13} > 0. \Rightarrow x = 1 + \sqrt{13}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 6; x_2 = 1 + \sqrt{13}$$

Итого.

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

Т.е. есть два набора ~~чисел~~ цифр взаимно простых:

$$1) 7 \ 7 \ 2 \ 5 \ 2 \ 5 \ 1 \ 1$$

$$2) 7 \ 7 \ 4 \ 5 \ 5 \ 1 \ 1 \ 1$$

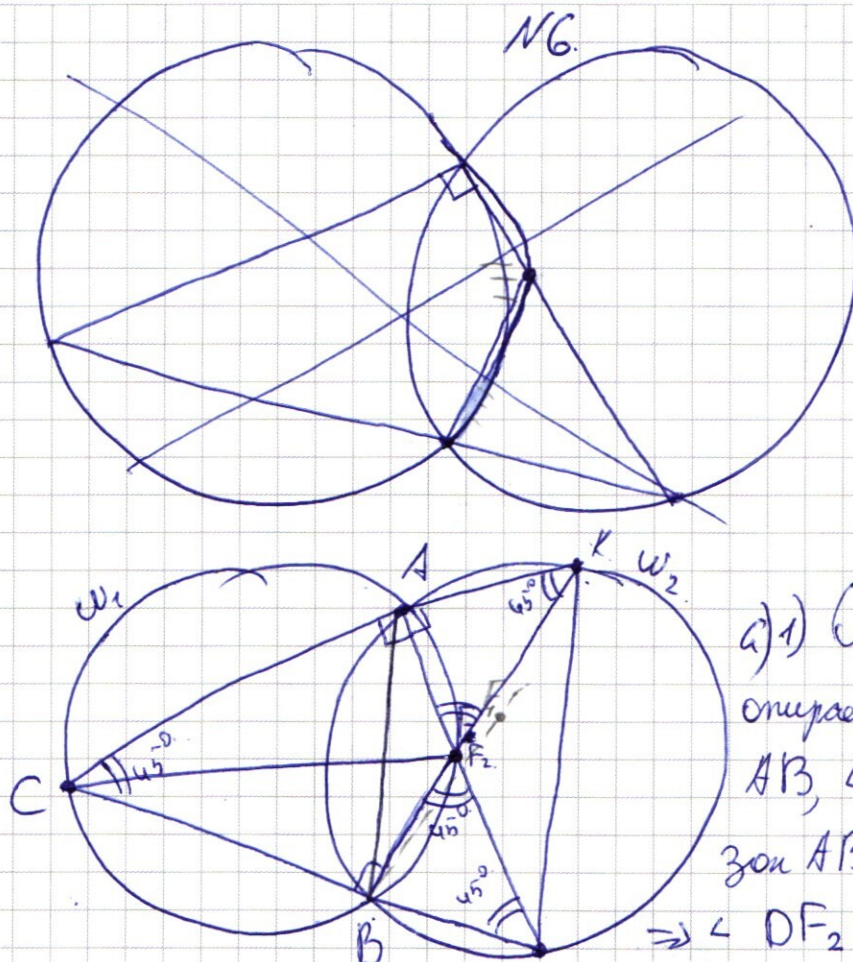
$$1) \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 2520$$

$$2) \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 1680$$

$$2520 + 1680 = 4200$$

$$\text{Ответ: } 4200$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) 1) Окружности равны, $\angle ACB$ опирается на дугу AB отрезок AB , $\angle APB$ опирается на отрезок $AB \Rightarrow \angle ACB = \angle APC = 45^\circ \Rightarrow \angle DF_2B = 45^\circ$. Т.к. $DB = BF \Rightarrow D \Rightarrow F$ совпадает с F_2 .

2) $\angle CAF_2 = 90^\circ$; $\angle CBF_2 = 90^\circ \Rightarrow$ четырех. $CA BF_2$ вписанный, т.к. около $\triangle ACB$ можно описать только одну окружность $\Rightarrow$ четырех. $CA BF_2$ вписанный в одну из данных окружностей. В окружность ω_1 (одна из данных окружностей) $\Rightarrow$ т. F лежит на дуге AB окружности $\omega_1 \Rightarrow CF$ - диаметр (т.к. $CBF = 90^\circ$) $\Rightarrow CF = 13 \cdot 2 = 26$.

б) 3) Продолжим BF до пересечения с окружностью ω_2 . Назовем т. пересечения K .

4) $\angle AKB = 45^\circ$ (СК не обязательно прямая), т.к. ОК опущена на дугу $\widehat{AB}$, $\Rightarrow$

$\angle AFK = 45^\circ$ (т.к. $\angle BFD = 45^\circ$) $\Rightarrow \angle FAK = 90^\circ \Rightarrow$ СК-прямая

5) В треуго. $\triangle BCK$ (равнобедр. и прямая): $CB = 10 \Rightarrow CK = 10\sqrt{2} = CA + AK$.

6) $\triangle PAK \Rightarrow \triangle CAF$ ($AC = AD$ в треуго. $\triangle CAD$; $CF = KD = R$) $\Rightarrow AK = AF \Rightarrow CA + AF = 10\sqrt{2}$

7) По т. Пифагора в треуго. $\triangle CAF$: $AC^2 + AF^2 = CF^2 = 169$; $(AC + AF)^2 - AC \cdot AF \cdot 2 = 169$ (т.к. $AC + AF = 10\sqrt{2}$) $\Rightarrow 200 - 2 \cdot AC \cdot AF = 169 \Rightarrow AC \cdot AF = 15,5$.

8) $S_{\triangle CAF} = \frac{1}{2} AC \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot 15,5 = 7,75$.

Ответ: 7,75.

N4.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \mid x+2 \mid 4 \geq 0.$$

$$1) x \geq -2.$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^2(x+1)(x-1) - 5x^2(x+1) + 4(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(4x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 4) \geq 0.$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0.$$

$$(x-2)(x+1)\left(x - \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\right)\left(x - \left(\frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)\right) \geq 0$$

$$\frac{6}{8} < \frac{1+\sqrt{33}}{8} < \frac{7}{8}$$

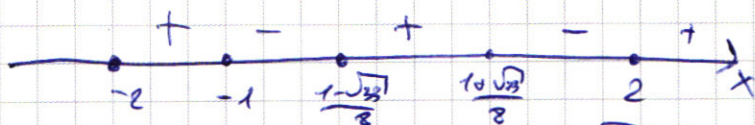
$$-\frac{1}{2} < \frac{1-\sqrt{33}}{8} < -\frac{5}{8}$$

$$4x^2 - x - 2 = 0.$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 33$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{33}}{8}$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{33}}{8}$$



$$x \in [-2, -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2, +\infty)$$

$$2) x < -2. \Rightarrow -x > 2. \text{ Пусть } x = -y \Rightarrow y > 2.$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4y^4 - 5y^3 + 11y^2 - 4y + 4 \geq 0.$$

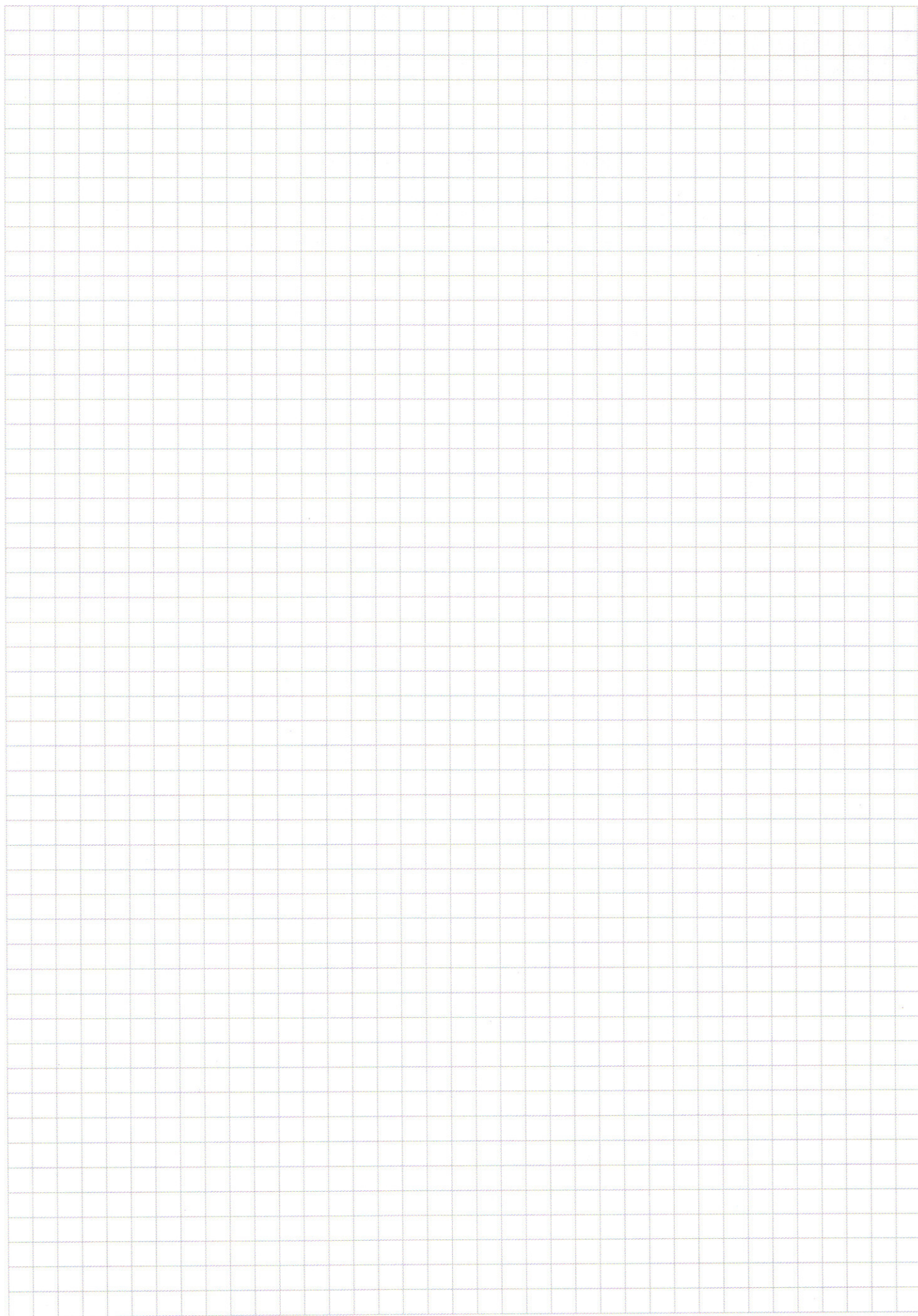
$$y^3(4y-5) + y(11y-4) + 4 \geq 0, \text{ т.к. } y \geq 2 \Rightarrow y^3 \geq 0, 4y-5 \geq 0, y \geq 0, 11y-4 \geq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ При $x < -2$ неравенство всегда выполняется.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

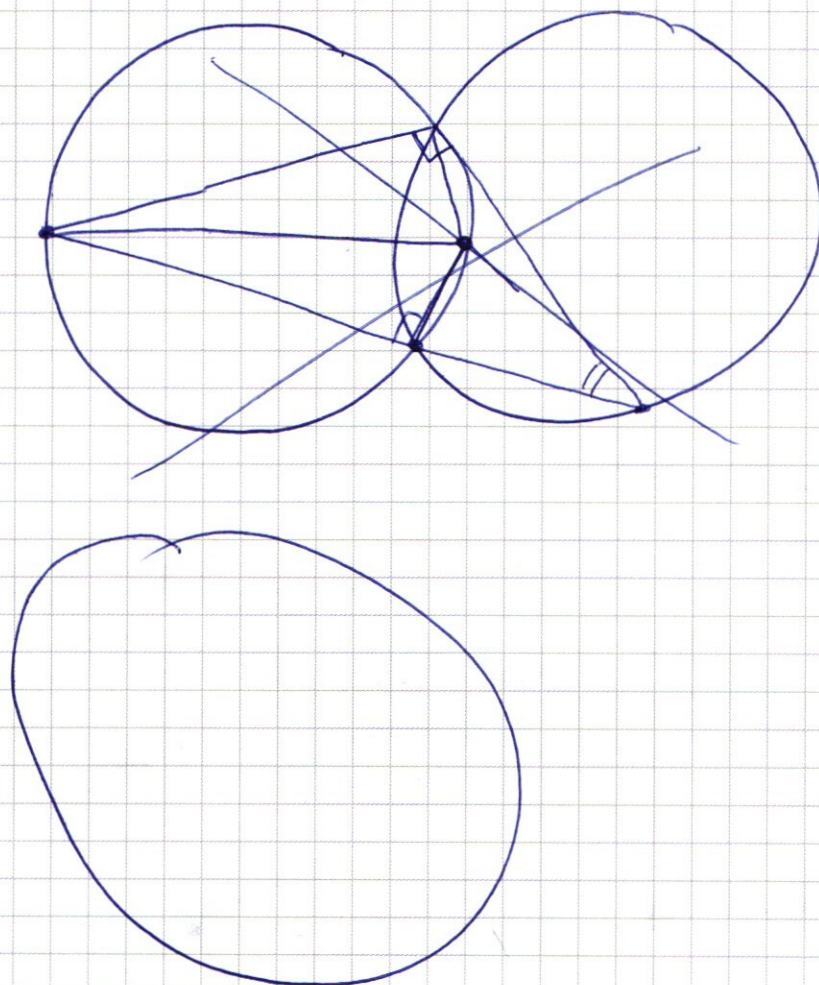
Ответ: $(-\infty; -1] \cup [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 4x^3 + x^3 + 4x^2 + 4x^2 + x^2 + x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$1 \cdot x^3(4x+1) + x^2(4x+1)$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x < -2 \Rightarrow x = -y \Rightarrow y$$

$$x < -2 \quad y > 2$$

$$-x > 2$$

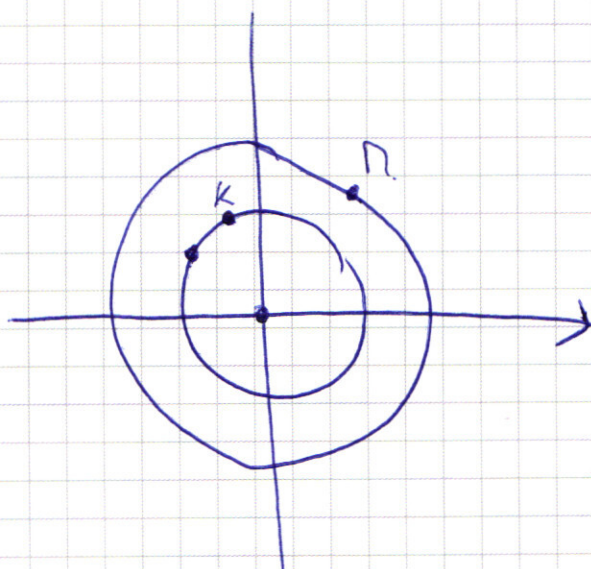
$$4y^4 - 5y^3 + 11y^2 - 4y + 4 \geq 0$$

$$4y^3/y$$

$$y^3/y$$

$$y^3(4y-5) + y(11y-4) + 4 \geq 0$$

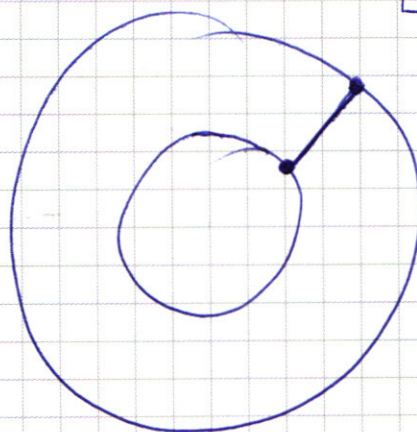
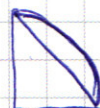
$$y^3(4y-5) + y(11y-4) + 4 \geq 0$$



$$\text{Кор. } x_1 = -1, y_1 = 2\sqrt{2} \quad \text{Кор.}$$

$$\text{Кор. } x_2 = 2, y_2 = -4\sqrt{2} \quad \text{Реш.}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 2,5 \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\sqrt{100+100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$200 - 2A \dots$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$4 \cdot 2^4 + 5 \cdot 2^3 + 11 \cdot 2^2 + 8 + 4 = 0$$

$$2^4 + 5 \cdot 2 + 11 + 2 + 1 = 0$$

$$16 + 10 + 11 + 3 = 0 \quad 4 \cdot 2^4 - 5 \cdot 2^3 + 11 \cdot 2^2 - 8 + 4 = 0$$

$$16 + 14 + 10 = 0 \quad 2^4 - 5 \cdot 2 + 11 - 2 + 1 = 0$$

$$40 \quad 16 - 10 + 11 - 2 + 1 = 0$$

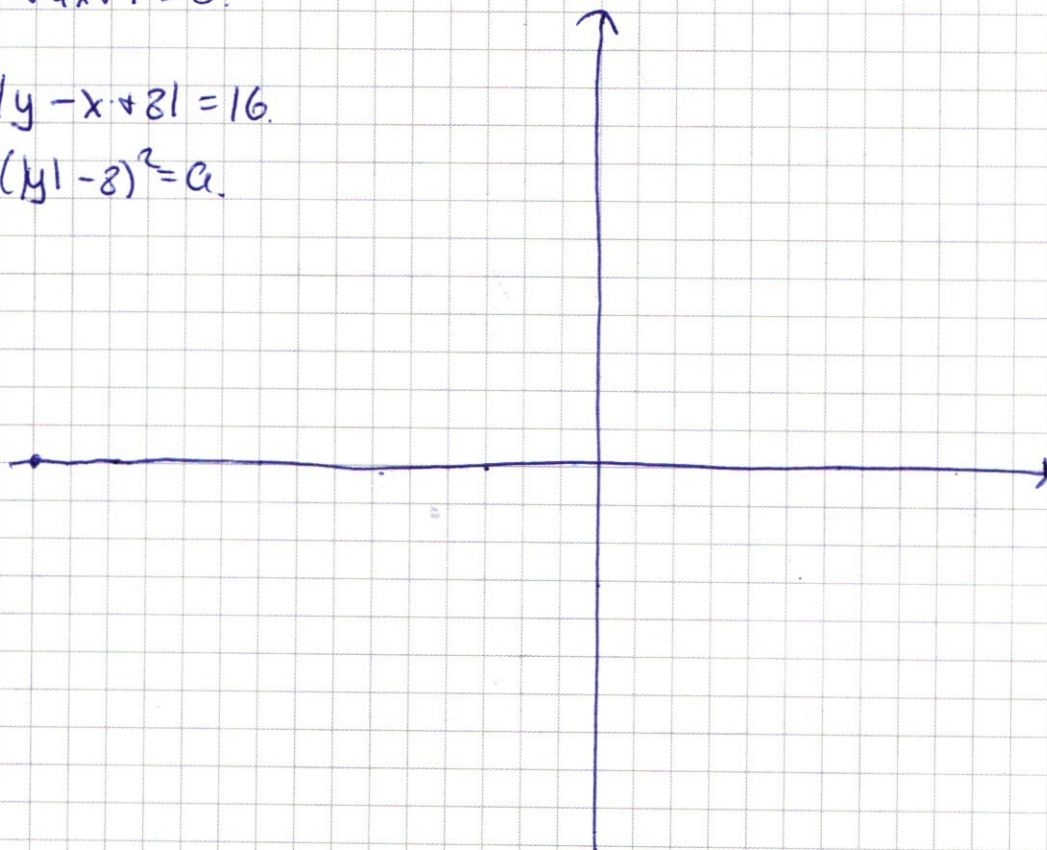
$$4 \cdot 3^4 - 5 \cdot 3^3 + 11 \cdot 3^2 - 12 + 4 = 0$$

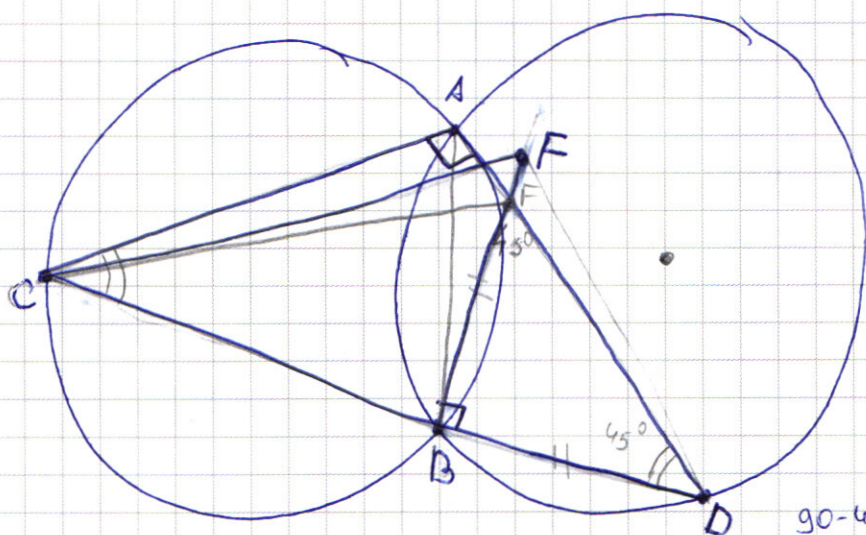
$$3^3(12 - 5) + 11 \cdot 3^2 - 8 = 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$|y + x + 8| + |y - x + 8| = 16$$

$$(|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a$$

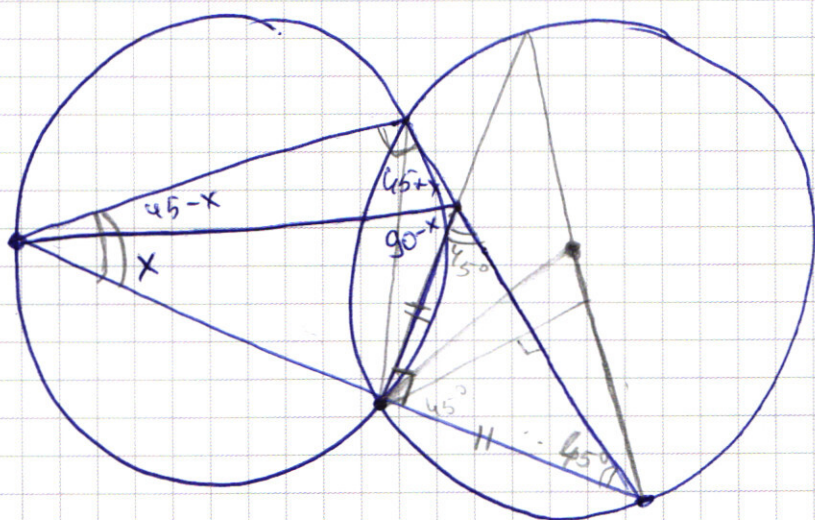


$R = 13$ 

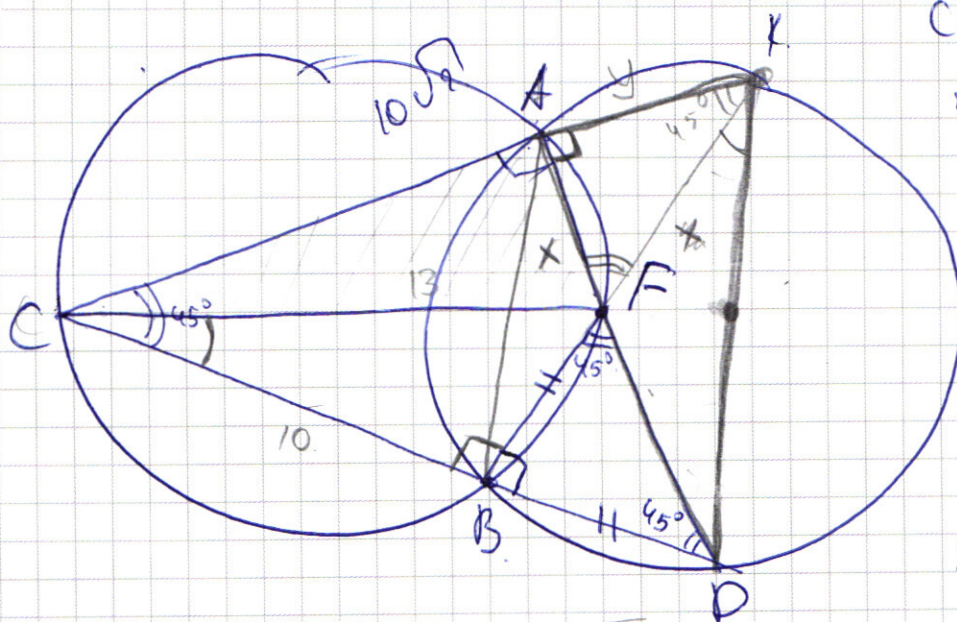
$$\begin{array}{r} 155 \mid 2 \\ 14 \overline{) 275} \\ \underline{95} \end{array}$$

$$90 - 45 + x = 45 + x$$

Ad



$$\frac{1}{2} \text{ACAF} = \frac{155}{2} =$$



$$CL = 10\sqrt{9}$$

$$AC + AF = 10\sqrt{2}$$

$$CF = 13$$

~~$AC^2 + AF^2 = 10\sqrt{2}$~~

$$AC^2 + AF^2 = 169$$

$$(AC + AF)^2 - 2ACAF = 169$$

$$100 \cdot 2 - 2ACAF = 169$$

$$200 - 2ACAF = 169$$

$$2ACAF = 31.$$

$$ACAF = 15,5.$$

$$\boxed{169 - 100 = 69}$$

$$\sqrt{69} = \sqrt{3 \cdot 23}$$

$$\sqrt{692} \approx 26.3$$

$$\sqrt{269}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$1) \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{x+10}{2\sqrt{2}}$$

$$2) x^3 - 64x + 200 = x^3 - 4x - 60x + 200 =$$

$$8 - 64 \cdot 2 + 200 = 208 - 128 = 180$$

$$9 - 64 \cdot 3 + 200 = 200 - 192 = 8$$

$$25 - 64 \cdot 3 + 200 = 200 - 192 = 8$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200 = 200 - 192 = 8$$

$$125 - 64 \cdot 5 + 200 = 200 - 192 = 8$$

$$216 - 64 \cdot 6 + 200 = 200 - 192 = 8$$

$$3) x^2 + 6x - 40 = x^2 + 10x - 4x - 40 = x(x+10) - 4(x+10) = (x-4)(x+10)$$

$$\frac{(x+10)^2 (x^3 - 64x + 200)}{8}$$

$$\frac{(x+10) \sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = (x-4)(x+10)$$

$$x_1 = -10$$

$$\sqrt{\frac{x^3 - 64x + 200}{2\sqrt{2}}} = (x-4) ; x \geq 4$$

$$\frac{x^3 - 64x + 200}{8} = (x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 200 - 128 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$8 - 8 \cdot 4 + 72 = 0$$

$$3^3 - 8 \cdot 3^2 + 72 = 0$$

$$4^3 - 8 \cdot 4^2 + 72 = 0$$

$$16 - 8 \cdot 2 + 72 = 0$$

$$36 - 8 \cdot 3 + 72 = 0$$

$$64 - 8 \cdot 4 + 72 = 0$$

$$128 - 8 \cdot 5 + 72 = 0$$

$$216 - 8 \cdot 6 + 72 = 0$$

$$36 \cdot 6 - 8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 0$$

$$64 = 16 \cdot 4 = 32 \cdot 2$$

$$-1000 + 640 + 200 > 0$$

$$840 - 1000 > 0$$

$$216 - 64 \cdot 6 + 200 = -416 - 384$$

$$\frac{x^3 - 8x^2 + 0x + 72}{x^3 - 6x^2} = \frac{x-6}{x^2 - 2x + 12}$$

$$57 = 3 \cdot 26 = 4 \cdot 13$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x^2 + 6x = 12$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$p = 4 + 12 \cdot 4 = 48 + 4 = 52$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{13}}{2} = 1 + \sqrt{13}$$

$$x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{13}}{2} = 1 - \sqrt{13}$$

$$\sqrt{13} < \sqrt{10}$$

$$1 + \sqrt{13} > 4$$

$$1 - \sqrt{13} > \sqrt{16}$$

$$1 > 16 - 2\sqrt{16 \cdot 13} + 13$$

$$1 > 29 - 2\sqrt{16 \cdot 13}$$

$$-28 > -2\sqrt{16 \cdot 13}$$

$$14 < \sqrt{16 \cdot 13}$$

$$196 < 208$$

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$\times \frac{36}{7} \cdot \frac{1}{252}$$

$$36 \cdot 7 = 210 + 42 = 252$$

$$7 \quad 7 \quad 2 \quad 5 \quad 2 \quad 5 \quad 1 \quad 1$$

$$7 \quad 7 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 10 = 36 \cdot 7 \cdot 10 = 2520$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2}{3! \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 40}{3! \cdot 2 \cdot 2} = \frac{42 \cdot 40}{3! \cdot 2 \cdot 2} = 10(160 + 8) = 1680$$

$$2520 + 1680 = 3600 + 600 = 4200$$

$$S = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_1, b_1 \cdot q, b_1 \cdot q^2, b_1 \cdot q^3, b_1 \cdot q^4, b_1 \cdot q^5$$

$$S \cdot q = b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^n$$

$$S - S \cdot q = b_1 - b_1 \cdot q^n$$

$$S(1 - q) = b_1(1 - q^n)$$

$$S = S_1 = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q}$$

$$S = \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q} = k + \frac{b_1 \cdot q^2(1 - q^{3000})}{1 - q^3} = S' =$$

$$= \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q^3} + \frac{b_1 \cdot q(1 - q^{3000})}{1 - q^3} + \frac{b_1 \cdot q^2(1 - q^{3000})}{1 - q^3}$$

$$\frac{5b_1(1 - q^{3000})}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q^3} + \frac{b_1 \cdot q(1 - q^{3000})}{1 - q^3} + \frac{b_1 \cdot q^2(1 - q^{3000})}{1 - q^3} =$$

$$= \frac{b_1(1 - q^{3000})(10q^2 + q + 1)}{1 - q^3}$$

$$S = \frac{b_1 \cdot q^2(1 - q^{3000})}{1 - q^2}$$

$$S = \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q^2} + \frac{b_1 \cdot q(1 - q^{3000})}{1 - q^2} =$$

$$= \frac{b_1(1 - q^{3000})(1 + q)}{1 - q^2} = \frac{b_1(1 - q^{3000})}{1 - q}$$

$$4x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 5x - 5x + 4$$

$$x^2(4x - 5) - x(4x - 5) -$$

$$4 \cdot 9 - 9 \cdot 4$$

$$4(x^3 + 1) - 9x^2$$

$$4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 =$$

$$= 4 \cdot 9 - 9 \cdot 4 =$$

$$= 32 - 36 + 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 2(1 + \sqrt{13})(\sqrt{13} - 25) + 200 = 2(\sqrt{13} + 13 - 25 - 25\sqrt{13}) + 200 =$$

$$= 2(-49\sqrt{13} - 12) + 200 = -98\sqrt{13} - 24 + 200 = -98\sqrt{13} + 176$$

$$= 2(-24\sqrt{13} - 12) + 200 = -48\sqrt{13} - 24 + 200 = -48\sqrt{13} + 176$$

$$48 \cdot 4 = 160 + 24 = 184$$

$$1.7 + 5 = 22.5 \cdot 33$$

$$2.3 = 24$$

$$4.3 = 2 = 14$$

$$154$$

$$87$$

$$7569$$

$$48\sqrt{13}$$

$$24\sqrt{13}$$

$$7982$$

$$\frac{174}{16} \cdot \frac{2}{187}$$

$$87 \cdot 7 =$$

$$= 560 + 49 =$$

$$= 609$$

$$87 \cdot 3 =$$

$$= 660 + 56 =$$

$$= 696$$

$$\frac{87}{87} \cdot \frac{609}{5569}$$

$$24$$

$$24 \cdot 1586$$

$$+ 96$$

$$586$$

$$586 \cdot 3 =$$

$$= 1500 + 210 +$$

$$+ 18 =$$

$$= 1728$$

$$+ 586$$

$$= 2482$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})(40q^2+q+1)}{1-q^3} = \frac{5b_1(1-q^{3000})}{1-q}$$

$$\frac{40q^2+q+1}{1-q^3} = \frac{5}{1-q}$$

$$40q^2+q+1 = 5(1+q+q^2)$$

$$40q^2+q+1 = 5q^2+5q+5$$

$$35q^2-4q-4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 164$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 4 \cdot 35 = 4 + 120 + 20 = 144$$

$$q_1 = \frac{4 + \sqrt{144}}{2 \cdot 35} = \frac{2 + 12}{35} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{1+3q}{1-q^2} = \frac{x}{1-q}$$

$$1+3q = x(1+q)$$

$$1+3q = x+xq$$

$$1 + \frac{3 \cdot 14}{35} = x + \frac{14x}{35}$$

$$35 + 3 \cdot 14 = 35x + 14x$$

$$35 + 30 + 12 = 49x$$

$$65 + 12 = 77 = 49x$$

$$x = \frac{77}{49} = \frac{11}{7}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 4x^2 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^2(x^2 - 1) - 5x^2(x + 1) + 4(x + 1) \geq 0$$

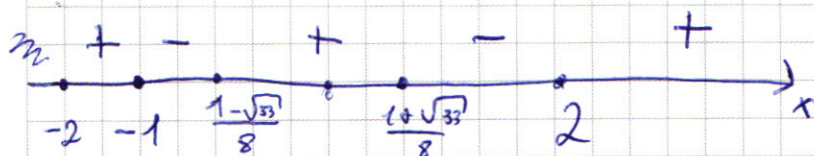
$$4x^2(x + 1)(x - 1) - 5x^2(x + 1) + 4(x + 1) \geq 0$$

$$(x + 1)(4x^3 - 4x^2 - 5x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x + 1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

(



$$[-2, -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2, +\infty)$$

$$2) x \leq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 0x + 4 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \\ -x^2 + 0x \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 33$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{8}$$

$$5 < \sqrt{25} < \sqrt{33} < \sqrt{36} = 6$$

$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} < \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{8} < \frac{1 + \sqrt{33}}{8} < \frac{7}{8}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1 - \sqrt{33}}{8} < -\frac{5}{8}$$