

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

No 1

$$1) \quad 700 = 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

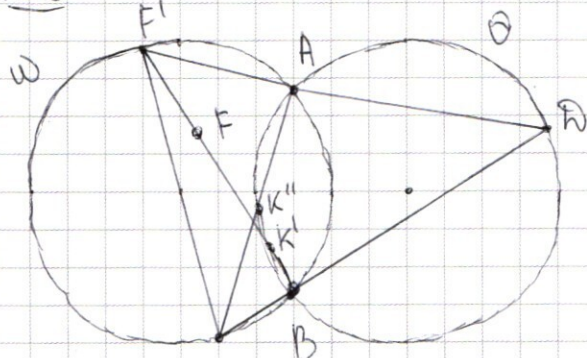
Заметим, что наше 8-значное число должно состоять обязательно из чисел 7, 5, 5, 2, 2 и 1, 1, 1 (двух не может быть, иначе произведение будет больше 700). Тогда мы должны найти число вариантов поставить 8-значное число из 7, двух 5, двух 2 и трех 1

$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$ ← мож не разнигам перестановку единиц
 ↑ ↑ мож не разнигам перестановку двоек.
 мож не разнигам перестановку пятерок

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 40 \cdot 42 = 1680$$

Ombem 1680 zuca

Nº6

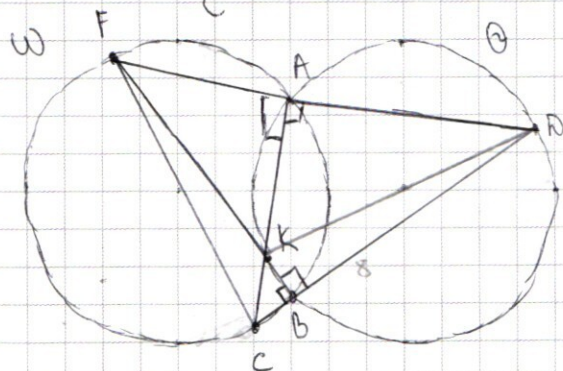


1) Рассмотрим обозначим окружности за ω и Θ .
Пусть:

$AC \cap O = K''$, $\angle CAO = \angle K''AO = 90^\circ$, $K''A$ - диаметр
 $BF \cap O = K'$, $\angle FBO = \angle K'BO = 90^\circ$, $K'B$ - диаметр

$$K'' = K' (=) BF \cap AC = K'$$

Обозначим ~~элементы~~ далее K'' и K' за K .



2) Проверка $BA \cap \omega = F'$

$\angle F_1AC = 180^\circ - \angle DAC = 90^\circ \Rightarrow F_1C$ - диаметр ω
Заметим, что (BF) не может пересекать ω
в другой точке, отличной от F , иначе
существовали бы 2 диаметрально
противоположные точки для C .

Wenn $F' = F \Rightarrow CF = 10$

$\triangle ABC = \triangle BAK$ по катету и гипотенузе
 $\triangle BFC = \triangle BAK$ по катету и гипотенузе (диаметр в
 равнобедренном $\triangle ABC$)

Ombem $CF = 10$

$$BF = BD$$

5) $BC=6$; найдем: $S(ACF)$ - ?

$$\begin{matrix} BC=6 \\ FC=10 \end{matrix} \Rightarrow FB=8 \quad (\triangle AFC - \text{прямоугольный})$$

$$FB=BD \Rightarrow BD=8; \triangle FBD - \text{прямоуг.} \Rightarrow FD=8\sqrt{2}$$

$$FB, AC - \text{высоты } \triangle FCD \Rightarrow S(FBD) = \frac{CA \cdot FD}{2} = \frac{FB \cdot DC}{2}$$

$$CA = \frac{FB \cdot (BD + DC)}{FD} = \frac{8(8+6)}{8\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$$

$\triangle FAC - \text{прямоугольный} \Rightarrow$

$$FA = \sqrt{FC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}$$

$$S(ACF) = \frac{FA \cdot AC}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 7$$

Ответ. а) ~~FC=10~~

б) $S(ACF) = 7$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad | \sqrt{2}$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6) \cdot \sqrt{2}$$

можем сократить на $x+6$, при этом $x = -6$
не является корнем, т.к. $f(x) = x^3 - 4x + 80$ при $x = -6 < 0$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)\sqrt{2}$$

Заметим, что $\sqrt{x^3 - 4x + 80} \geq 0 \Rightarrow (x+4)\sqrt{2} \geq 0$
 $x \geq -4$

Тогда при $x \in [-4; +\infty)$:

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \quad (\text{подставивший чисел, найдем корень } x = 4)$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$1) x = 4$$

$$2) x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = (2\sqrt{13})^2$$

$$\frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

Заметим, что $-1 - \sqrt{13} < -4 \Rightarrow$ не подходит, а $-1 + \sqrt{13} > -4 \Rightarrow$ подходит

Ответ: $x \in \{4; -1 + \sqrt{13}\}$

№4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq 2:$$

$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2(x-2) \geq 0$$

$$2x^4 + (3x^2(x-2)) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$$

Рассм. $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$

Заметим, что $D = -39$, коэфф. при $x^2 > 0 \Rightarrow$ график $f(x)$ - парабола
ветвями вверх выше Ox , но е. при $\forall x \geq 2 \quad f(x) > 0$

тогда $\left. \begin{array}{l} x^2 \cdot f(x) \geq 0 \text{ при } x \geq 2 \\ (x-2)^2 \geq 0 \text{ при } x \geq 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{при } \forall x \geq 2: x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$

$$2) x < -2: 2x^4 + (x-2)^2 + 3x^2(x-2) \geq 0$$

Пусть $x^2 = a$; $(x-2) = b$, тогда:

$$2a^2 + b^2 + 3ab \geq 0$$

$$(2a+b)(a+b) \geq 0$$

$$(2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$$

Разложим $2x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2$ на множители

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 16 = (\sqrt{17})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

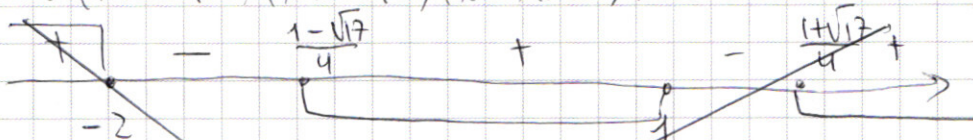
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x-1)(x+2) = 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 2\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$$

$$(2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$2\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)(x-1)(x+2) \geq 0$$

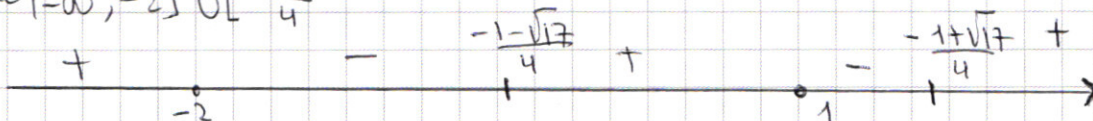


$$-\frac{1-\sqrt{17}}{4} \approx -\frac{1-4}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{1-\sqrt{17}}{4} \in (-2, 1)$$

$$-2 < \frac{1+\sqrt{17}}{4} \approx 1 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{17}}{4} \in (-2, 1)$$

методом интервалов найдем, что при $x \in (-\infty; 2)$:

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 1\right]$$



$$-2 < \frac{1-\sqrt{17}}{4} < -1, \text{ т.к. } -\frac{1-\sqrt{17}}{4} < -\frac{1-\sqrt{17}}{4} < -\frac{1-3}{4} \Rightarrow -\frac{1-\sqrt{17}}{4} \in (-2; -1)$$

$$-1 < \frac{1+\sqrt{17}}{4} < 2, \text{ т.к. } -\frac{1+\sqrt{17}}{4} > -\frac{1+3}{4} \Rightarrow -\frac{1+\sqrt{17}}{4} \in (-1; +\infty)$$

методом интервалов получим, что $2\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)(x-1)(x+2) \geq 0$ при $x \in (-\infty; 2]$ на:

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 1\right] \cup \left[-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; 2\right]$$

объединяя оба случая, получим, что $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 1\right] \cup \left[-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 1\right] \cup \left[-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Пусть b_1 - 1-й член прогрессии, a - знаменатель

$$1) \quad b_1 + ab_1 + \dots + a^{2999} b_1 = S$$

$$b_1 + ab_1 + 50 \cdot a^2 b_1 + \dots + 50 \cdot a^{2999} b_1 = 10S$$

$$\Rightarrow 19(a^2 b_1 + \dots + a^{2999} b_1) = 9S$$

$$X = a^2 b_1 + \dots + a^{2999} b_1 = \frac{9}{49} S$$

Заметим, что $b_1 + a^3 b_1 + \dots + a^{2997} b_1 = \frac{X}{a^2} = \frac{9}{49} S \cdot \frac{1}{a^2} = Y$

Аналогично, $ab_1 + a^4 b_1 + \dots + a^{2998} b_1 = \frac{X}{a} = \frac{9}{49} S \cdot \frac{1}{a} = Z$

$$X + Y + Z = S (=) \frac{9}{49} S + \frac{1}{a} \cdot \frac{9}{49} S + \frac{1}{a^2} \cdot \frac{9}{49} S = S$$

$$1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = \frac{49}{9}$$

$$\frac{a^2 + a + 1}{a^2} = \frac{49}{9} \quad (=) \quad 9a^2 + 9a + 9 = 49a^2$$

$$40a^2 - 9a - 9 = 0$$

$$a = \frac{9 \pm 39}{80} = 1) 0,6$$

2) $-3/8$ не подходит по условию

$$2) \quad b_1, ab_1, a^2 b_1, \dots, a^{2999} b_1 \quad \left| \begin{array}{l} \Sigma = S \\ \Sigma = m \cdot S \end{array} \right.$$

$$b_1, 2ab_1, a^2 b_1, 2a^3 b_1, \dots, 2a^{2999} b_1 \quad \left| \begin{array}{l} \Sigma = S \\ \Sigma = m \cdot S \end{array} \right.$$

$$(m-1)S + \frac{(m-1)S}{a} = S$$

$$(m-1) \left(1 + \frac{1}{a} \right) = 1$$

$$(m-1) \left(\frac{a+1}{a} \right) = 1$$

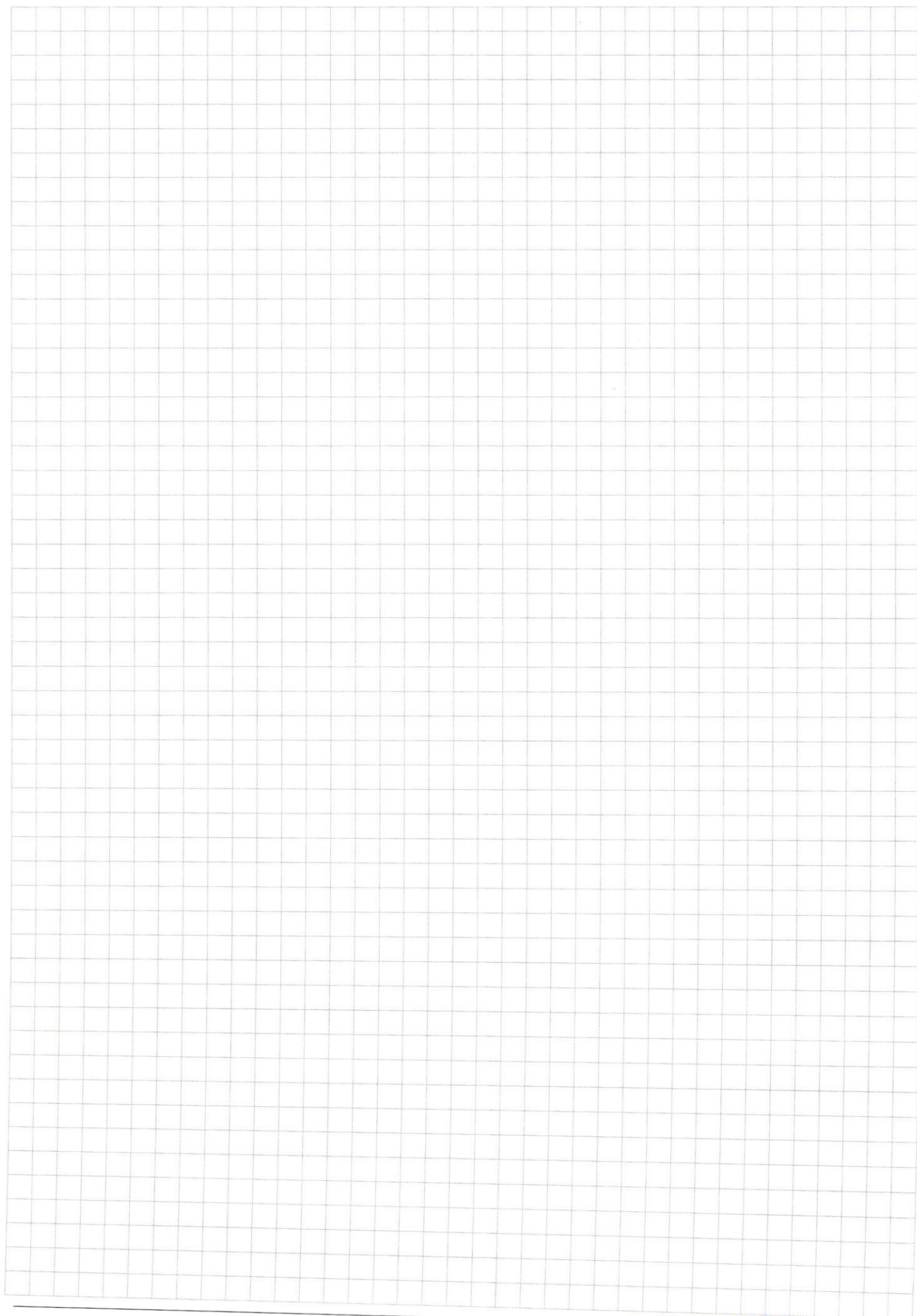
$$m-1 = \frac{a}{a+1}$$

$$m = \frac{a+a+1}{a+1} = \frac{2a+1}{a+1}$$

$$1) a = 0,6 \Rightarrow m = \frac{2 \cdot 0,6 + 1}{0,6 + 1} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{11}{8}$$

$$2) a = -3/8 \Rightarrow m = \frac{2 \cdot (-3/8) + 1}{-3/8 + 1} = \frac{-3/4 + 1}{5/8} = \frac{1/4}{5/8} = \frac{2}{5}$$

Ответ увеличится в $11/8$ раз (в $1,375$ раз)



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 - 3x^2(x-2) > 0$$

$$1) x \geq 2: 2x^4 - 3x^2(x-2) + (x-2)^2 = x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2$$

при $x \geq 2: x^2 > 0; 2x^2 - 3x + 6 > 0$, т.к. $\Delta < 0 \Rightarrow$ это парабола ветвями вверх, не пересекает Ox ; $(x-2)^2 > 0 \Rightarrow x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 > 0$ при $\forall x \geq 2$

$$2) x \leq 2: 2x^4 + 3x^2(x-2) + (x-2)^2 = x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 = x^2 \left[\left(x\sqrt{2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \right)^2 - 6 - \frac{9}{8} \right] + (x-2)^2$$

$$1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = \frac{49}{9} \Leftrightarrow 9 + \frac{9}{a^2} + \frac{9}{a} = 49$$

$$9a^2 + 9a + 9 = 49a^2$$

$$40a^2 - 9a - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 81 + 1440$$

$$\begin{array}{r} 1440 \\ + 81 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$36 \cdot 4 = 120 + 24 = 144$$

$$\frac{a^2 + a + 1}{a^2} = \frac{49}{9}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 1521 \end{array} \quad (40-1)(40-1) = 1600 - 40 - 40 + 1 = 1521$$

$$\frac{11}{8} = 1 \frac{3}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

№2

Пусть a — знаменатель геометрической прогрессии.

$$b_1, ab_1, a^2b_1, \dots, a^n b_1$$

$$S = \frac{a(b_n - 1)}{b_1 - 1} = \frac{a(a^{2999}b_1 - 1)}{b_1 - 1}$$

1) После увеличения в 50 раз членов, номера которых кратны 3:

$$b_1, ab_1, 50a^2b_1, \dots, 50a^{2999}b_1$$

Представим ~~два~~ сумму этой прогрессии, или сумму трех прогрессий:

S_1 — сумма членов, номера которых имеют остаток 1 по модулю 3

S_2 — сумма членов, номера k -ых имеют ост. 2 по модулю 3

S_3 — сумма членов, номера k -ых кратны 3

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = b_1 + a^3b_1 + a^6b_1 + \dots + a^{2997}b_1 \\ S_2 = ab_1 + a^4b_1 + \dots + a^{2998}b_1 \\ S_3 = 50(a^2b_1 + \dots + a^{2999}b_1) \end{array} \right\} 40S$$

$$S_1 = \frac{a^3(a^{2999}b_1 - 1)}{b_1 - 1}, S_2 = \frac{a^3(a^{2999}b_1 - 1)}{ab_1 - 1}, S_3 = 50 \cdot \frac{a^3(a^{2999}b_1 - 1)}{a^2b_1 - 1}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 505$$

$$a^3 \left(\frac{a^{2997} b_1 - 1}{b_1 - 1} + \frac{a^{2998} b_1 - 1}{ab_1 - 1} + 50 \cdot \frac{a^{2999} b_1 - 1}{a^2 b_1 - 1} \right) = 10 \cdot \frac{a^{2999} b_1 - 1}{b_1 - 1}$$

Рассмотрим, как изменится S , если увеличить в 2 раза все члены n -той строки на тех же местах:

$$b_1, ab_1 \cdot 2, a^2 b_1, a^3 b_1 \cdot 2, \dots, a^{2999} b_1 \cdot 2$$

Разделим сумму на сумму 2^x последовательностей по двум разным остаткам по модулю 2:

$$\begin{aligned} S' &= b_1 + a^2 b_1 + a^4 b_1 + \dots + a^{2998} b_1 = \frac{a^2 (a^{2998} b_1 - 1)}{b_1 - 1} \\ S'' &= 2(ab_1 + a^3 b_1 + \dots + a^{2999} b_1) = \frac{2a^2 (a^{2999} b_1 - 1)}{b_1 - 1} \end{aligned} \quad \left[= \frac{a^2}{b_1 - 1} (a^{2998} b_1 - 1 + 2(a^{2999} b_1 - 1)) \right]$$

$$a^2 \left(\frac{a^{2997} b_1 - 1}{b_1 - 1} + \frac{a^{2998} b_1 - 1}{ab_1 - 1} + 50 \cdot \frac{a^{2999} b_1 - 1}{a^2 b_1 - 1} \right) = 10 \cdot \frac{a^{2999} b_1 - 1}{b_1 - 1}$$

$$\frac{a^2}{b_1 - 1} (a^{2998} b_1 - 1 + 2 \cdot a^{2999} b_1 - 2)$$

$$7 \cdot 7 \cdot 2 = 49$$

$$100 - 49 \cdot 2$$

$$(x-2)[x-2+3x] = (x-2)$$

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(при x = -5 \quad x^3 - 4x + 80 < 0 \Rightarrow x > -5)$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4) \sqrt{2}$$

$$(x+6)[(x+4)\sqrt{2} - \sqrt{x^3 - 4x + 80}] = 0$$

$$1) x = -6$$

$$2) (x+4)\sqrt{2} = \sqrt{x^3 - 4x + 80}$$

$$2(x+4)^2 = x^3 - 4x + 80$$

$$a) 2(x+4)^2 = x^3 - 4x + 80$$

$$2x^2 + 16x + 32 = x^3 - 4x + 80$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = 4;$$

$$D = 4 + 48 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$-2 \pm \sqrt{52} = -2 \pm 2\sqrt{13}$$

$$-2 - \sqrt{13} \text{ не логично, т.к. } < -5$$

$$-2 + \sqrt{13}, 4$$

$$b) 2(x+4)^2 = -(x^3 - 4x + 80)$$

$$2x^2 + 16x + 32 = -x^3 + 4x - 80$$

$$x^3 + 2x^2 + 12x + 112 = 0$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 12x + 112$$

$$f(-5) = -125 + 50 - 60 + 112 = -23$$

$$f(-4) = -64 + 32 - 48 + 112 = 32$$

$f(x)$ непрерывна $\Rightarrow$ на $(-5; -4)$ есть корни

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Вариант

1. $700 = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$

$2x^4 + 3x^2(x-2)$

2. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 8} = (x+5)^2 - 1$

$2x^2 + 3x - 6 =$

$(x+6) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 8} = (x+5-1)(x+5+1) \cdot \sqrt{2}$

$4 = 9$

$x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 = 0$

$(x+6) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 8} = (x+6)(x+4)\sqrt{2}$

$(x+6)[(x+4)\sqrt{2} - \sqrt{x^3 - 4x + 8}] = 0$

$x+6=0$

~~xxxx~~

$2x^2 - 3x + 6 =$

$2x^4 + (x-2)^2 + 3x^2(x-2) =$

$-2x^4 + (x-2)(x-2+3x^2) =$

$= 2x^4 + (x-2)(3x^2+x-2)$

1) $x^3 - 4x + 8 > 0$

$(-6)^3 + 6 \cdot 4 + 8 = 0$

-256

2) $(x+4)\sqrt{2} - \sqrt{x^3 - 4x + 8} = 0$

$2(x+4)^2 = |x^3 - 4x + 8|$

$2x^2 + 16x + 32 = |x^3 - 4x + 8|$

a) > 0 :

$2x^2 + 16x + 32 = x^3 - 4x + 8$

$x^3 - 12x - 24 = 0$

$3x^2 + x - 2 =$

$3x^2 + x - 2 = 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 265 = 5^2$

$-1 \pm 5 = -1, 2/3$

6

$(3x-2)(x+1)$

2. $b_1, b_2, \dots, b_{5000}$

$b_1, kb_1, k^2b_1, \dots, k^{2999}b_1$

$b_1 + kb_1 + \dots + k^n b_1$

$(1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64)$

$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2(x-2) + 4 > 0$

$2x^4 + x^2 - 4x + x^2(x-2) + 4 > 0$

1) $x > 2$: $2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2(x-2) + 4 > 0$

$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 > 0$

$2x^4 + 3x^3$

~~(xxxx)~~

$2x^2 + 8 + 4x + x =$

$2 \cdot 16 + 8 + 20$

$2x(x^3 - 2) + x^2(x-2) + x^2 + 4$

$2x(x-2)(x^2 + 4 + 2x) + x^2(x-2) + x^2 + 4$

$x(x-2)[2x(x^2 + 4 + 2x) + x^2]$

$3 = 2\sqrt{2} \cdot x \cdot (x-1) = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

$2x^2 - 3x + 6 = \left(x\sqrt{2} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 + 6 - 9/8$

$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2(x-2) > 0$

~~$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2(x-2)$~~

$\frac{9}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}$

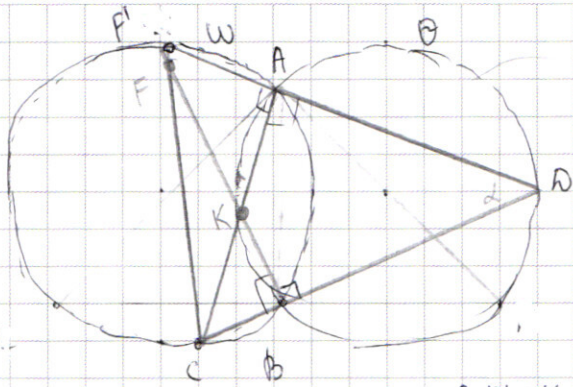
$\frac{3}{2 \cdot 4}$

$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2(x-2) > 0$

$x^2(2x^2 - 3(x-2)) + (x-2)^2 > 0$

$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 > 0$

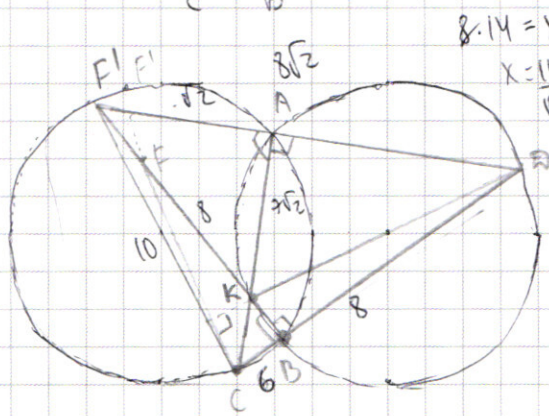
~~$2x^2 - 3x + 6$~~ > 0 при $x > 2$



1) KD -диаметр = 10

XYU : $AD \cap CF = F$; $AK \perp CF$

$CF \cap W = F'$: CF' -диаметр



$$8 \cdot 14 = x \cdot 8\sqrt{2}$$

$x = 14 \cdot \frac{14\sqrt{2}}{8} = 24.5\sqrt{2}$ $BF \cap \theta = K' \Leftrightarrow \angle K'BD = 90^\circ \Rightarrow K'D$ -диаметр $K' = K''$
 $AC \cap \theta = K'' \Leftrightarrow K''D$ -диаметр

2) $F'C$ -диаметр

XYU : $F' = F \Leftrightarrow F'B = B'D$

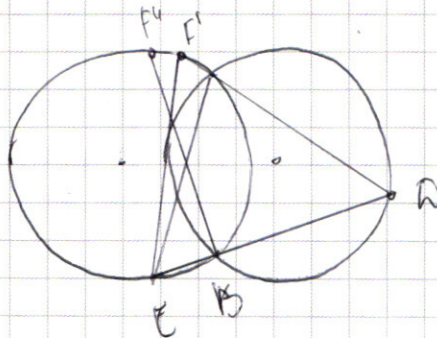
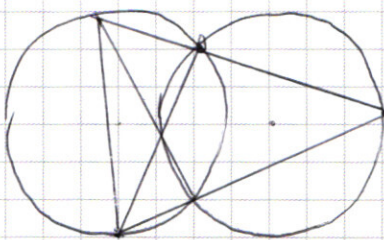
3) DK $\sqrt{100 - 49 \cdot 2} = \sqrt{2}$

$FB \perp$

А-30 XYU : $F'BC = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр

$FB \perp CD$ $\Rightarrow$ 2 перпенд. из 10^{ти} точек $\Rightarrow F = F' \Rightarrow CF = 10$!

XYU : $BF' = B'D$



$$BF^2 = FC^2 - BC^2$$

$$BD^2 = BF^2 - FD^2 = FC^2 - BC^2 - FD^2$$

10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b, kb, k^2b, \dots, k^nb$$

$$\frac{K(b_{n-1})}{b_{n-1}} = 5$$

2 4 8 16 32

$$\underline{2(32-1)} = 62$$

$$7 \quad 96 = 16 \cdot 6 = 60 + 36$$

a^2

$$4^3 - 2 \cdot 4^2 - 20 \cdot 4 + 48 = 64 - 32 - 80 + 48$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x - 4 \\ \underline{x^3 - 4x^2} & \\ 2x^2 - 20x & \\ \underline{2x^2 - 8x} & \\ -16x + 48 & \end{array}$$

$$\sqrt{13} < \sqrt{16}$$

$$-3,5 \quad \text{80} \quad 80 + 0,1x > x^2$$

$$-64 + 32 - 48 + 112$$

$$\begin{aligned} (x+4)\sqrt{2} &= \sqrt{x^3-4x+80} \\ 2(x+4)^2 &= x^3-4x+80 \\ 2(x+4)^2 &= x(4-x^2) + 80 \end{aligned}$$

$$2(x^2 + 8x + 16) = -x^3 + 4x - 80$$

$$x^3 + 2x^2 + 12x + 112 = 0$$

$$\begin{array}{r} -256 + 2 \cdot 36 - 12 \cdot 6 + 112 \\ 256 + 72 \quad 2 \cdot 36 + 112 \\ \quad \quad \quad \vee \quad \quad \quad \wedge \\ \quad \quad \quad 300 \quad \quad \quad 100 \end{array}$$

$$2 \quad -125 + 20 + 80$$

$$-125 + 50 + (-60) + 112 = -10 - 1$$

$$0 - (-64 + 16 + 80) =$$

$$4^3 - 16 + 80 = 64 -$$

$$64 - 32 - 80 + 48$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 - 20x + 48 & x - 4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & \\ \hline 20x - 48 & \\ 20x - 80 & \\ \hline -32 & \end{array}$$

$$2 \cdot (\sqrt{2})^2 =$$

$$f(-1) = 0 - 64 + 16 + 80 = 32$$

03 $\Rightarrow$ $140 \text{ parts} = 5 \rightarrow 4$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 80} = (x + 4)\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (x+y)\sqrt{2} &> 0 \\ x+y &> 0 \\ x-y &> 0 \end{aligned}$$

$$2(x+1)^2 = -(x^3 - 11x + 80)$$

$2 \cdot 2$

$$(-4.4 - 4.2\sqrt{2} + 16\sqrt{2} + 80)$$

$\sqrt{a}$

2

-12802

$$b_1, ab_1, a^2b_1, \dots, a^{2009}b_1$$

$$1) b_1 + ab_1 + \dots + a^{2009}b_1 = 5$$

$$b_1 + ab_1 + 50a^2b_1 + \dots + 50a^{2009}b_1 = 105$$

$$\begin{aligned} 49(a^2b_1 + \dots + a^{2009}b_1) &= 95 \\ a^2b_1 + \dots + a^{2009}b_1 &= \frac{95}{49} \end{aligned}$$

$$2) b_1 + ab_1 + a^2b_1 + \dots + a^{2009}b_1 = 5$$

$$b_1 + 2ab_1 + a^2b_1 + \dots + a^{2009}b_1 = x$$

$$ab_1 + \dots + a^{2009}b_1 = (x-1)5$$

$$2a^2 + b^2 + 3ab \geq 0$$

$$2a^2 + 3ab + b^2 \geq 0$$

$$(2a+b)(a+b) =$$

$$= 2a^2 + 2ab + ab + b^2$$

$$3) ab_1 + a^2b_1 + \dots + a^{2009}b_1 = (x-1)5$$

$$b_1 + \dots + a^{2008}b_1 = \frac{(x-1)5}{a} = a$$

$$4) \underline{2x^2 + 3x - 6}$$

$$D = 9 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 9 + 48 = 57 = 3 \cdot 19$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$a \left(x + \frac{3 - \sqrt{57}}{4} \right) \left(x + \frac{3 + \sqrt{57}}{4} \right)$$

$$2x^2 + x - 17$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$1 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 17$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 17$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

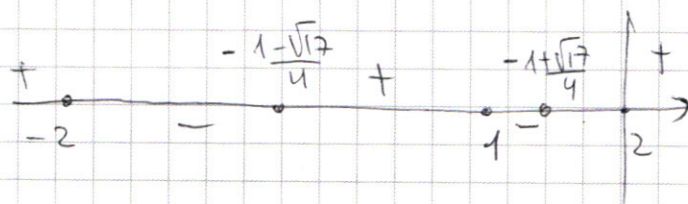
$$a \left(x + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4} \right) \left(x + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4} \right)$$

$$\left(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \right) \left(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right) (x+1)(x+2)$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$\frac{-1 \pm 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$



$$\frac{1 + \sqrt{17}}{4} = \frac{1 + 4}{4} = 5$$

$$\frac{1 - 4}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\left(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right) \left(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \right)$$

$$\frac{(1 - \sqrt{17})}{(1 + \sqrt{17})} =$$

$$= \frac{1 - 17}{4} = -4$$

$$x^2 + x \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{4} + \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right) + \frac{(1 - \sqrt{17})(1 + \sqrt{17})}{4} =$$

$$\begin{aligned} x^2 + 0.5x - 4 \\ 2x^2 + x - 8 \end{aligned}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 17$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x - \left(\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \right) = x + \frac{1 \mp \sqrt{17}}{4} = \left(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \right) \left(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right)$$

$$x^2 + x/2$$