

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1)

$400 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4$, значит, существуют два набора чисел, это

1) $7, 5, 5, 4, 1, 1, 1$ — к-во перестановок: $n_1 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

2) $7, 5, 5, 2, 2, 1, 1$ — к-во перестановок: $n_2 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

$N = n_1 + n_2 = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$

Ответ: 2520

№2] Пусть $S_1 = b_1 + b_4 + b_7 + \dots + b_{2998}$

$S_2 = b_2 + b_5 + b_8 + \dots + b_{2999}$, это тоже ариф. прогрессия

$S_3 = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}$

прогрессия с знаменателем q^3 , где q — знаменатель ариф. прогрессии

$$S_1 = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = \frac{q b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_3 = \frac{q^2 b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

по условию $S_1 + S_2 + 50 S_3 = 10 \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$ (сумма изобразилась прогрессии)

$$\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{q b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + 50 \cdot \frac{q^2 b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \cdot 10$$

$$\frac{1}{q^2 + q + 1} + \frac{q}{q^2 + q + 1} + \frac{50 q^2}{q^2 + q + 1} = 10$$

$$10 q^2 + 10 q + 10 = 50 q^2 + q + 1$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0$$

$$D = 9^2 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 9(9 + 160) = 9 \cdot 169 \quad 9592 = \frac{9 \pm 39}{2} = \frac{48}{80} = 0,6$$

$\frac{30}{10}$ — не пох. по условию > 0

мисль Ручка $S_4 = 1 + b_3 + \dots + b_{999} = \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$
 $S_5 = b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} = \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

Ручка $S_K = S_4 + 2S_5 = \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} (1 + 2q)$

$$\frac{S_K}{5} = \frac{\frac{b_3(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)} (1+2q)}{\frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q-1}} = \frac{1+2q}{1+q} = \frac{1+2,2}{1,6} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{22}{16} = \frac{11}{8}$$

Ответ: увеличился в $\frac{11}{8}$ раз

у3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 8} = x^2 + 10x + 24 \quad | : \sqrt{2}$$

$$(x+6)(\sqrt{x^2 - 4x + 8} - \sqrt{2}(x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \Leftrightarrow \text{нет корней} \\ x^2 - 4x + 8 \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 4x + 8} = \sqrt{2}(x+4) \quad (x) \end{cases}$$

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}(x+4) \geq 0 \\ x^2 - 4x + 8 = 2(x^2 + 8x + 16) \end{cases} \begin{cases} x \geq -4 \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 + \sqrt{13} \\ x = -5 - \sqrt{13} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -5 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

Заметим, что $x=4$ - корень, поделим на $(x-4)$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \quad | : x-4 \\ \underline{x^3 - 4x^2} \\ 2x^2 - 20x \\ \underline{2x^2 - 8x} \\ -12x + 48 \\ \underline{-12x + 48} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2x - 12 = 0 \end{cases}$$

$$D = 4 + 2/4 = 5 + 12 = 17, x_1 x_2 = -5 \pm \sqrt{17}$$

Ответ: 4, $\sqrt{13} - 5$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5) найдем радиусы окружностей

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$R_{\text{вн}} = 10\sqrt{2}$$

$$R_{\text{вл}} = 4\sqrt{2}$$

вычислим угловую скорость точки и плануса

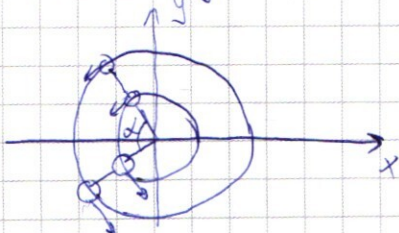
$$\omega_{\text{пл}} = \frac{\dot{\phi}_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}}} = \frac{\dot{\phi}_{\text{пл}}}{10\sqrt{2}}$$

$$\omega_{\text{пл}} = \frac{2\dot{\phi}_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}}} = \frac{\dot{\phi}_{\text{пл}}}{2\sqrt{2}}$$

, Заметим, что $\omega_{\text{пл}} = 5 \text{ рад/с}$

Кратчайшим расстоянием между ними будет являться разность радиусов $R_{\text{вн}} - R_{\text{вл}}$ и будет достигаться, когда прямая, соединяющая их будет проходить через центр окружности, т.е. через $(0;0)$

Пусть они находятся в каком-то положении:



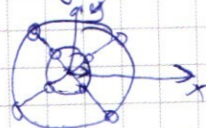
рассчитаем, какой угол пройдет луч за следующий виток

т.к. $\omega_{\text{пл}} = 5 \text{ рад/с}$, то если луч прошел λ , то планусу 5λ ,

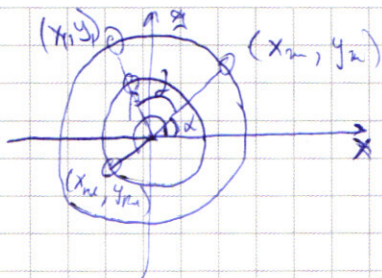
в какой-то момент ~~луч~~ планусу прошел $2\pi + 2 \Rightarrow 5\lambda = 2\pi + 2$

$\lambda = \frac{2\pi}{5}$, получается, что луч пройдет $\frac{2\pi}{5}$ рад или 72° , значит

т.к. $\frac{360}{72} = 5$ - целое число, то будет 5 точек возврата, и дальше все пойдет по циклу, эти точки будут выглядеть так:



Зная угол от одной точки возврата, можно найти все остальные. Поэтом первая точка возврата



Заметим, что $\cos \alpha = \frac{x_1}{R_m} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, а $\cos \beta = \frac{x_2}{R_m} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$
 $\sin \alpha = \frac{y_1}{R_m} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

т.е. $\cos \alpha = -\cos \beta$, то $\gamma = \pi - \alpha$, значит в координатной системе
 между α и β между ними было 180°

Найдём откл. z точки от центра первой точки мин. расстоянием.
 а именно $\pi/4$. $\alpha + \pi = 5\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

~~то~~ $x_1 = R_m \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + 2) = 10\sqrt{2} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2) = \frac{5(1-\sqrt{2})}{2\sqrt{2}}$

$y_1 = R_m \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 2) = 10\sqrt{2} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2) = \frac{5(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$

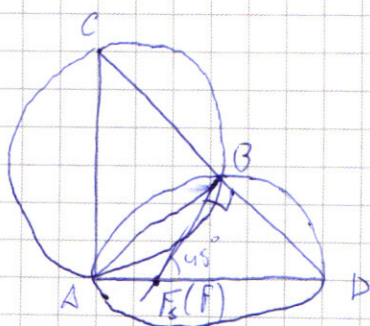
это координаты первой точки, коорд.

2 точка есть $x_2 = R_m \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{4} + 2)) = -R_m \sin(\frac{\pi}{4} + 2) = \frac{-5(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$

$y_2 = R_m \sin(\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{4} + 2)) = R_m \cos(\frac{\pi}{4} + 2) = \frac{5(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$

3 точка: $x_3 = \frac{-5(1+\sqrt{2})}{2}$ и 4 точка: $x_4 = \frac{5(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$
 $y_3 = \frac{-5(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$ $y_4 = \frac{-5(1-\sqrt{2})}{2}$

и б



Решение

а) по т. синусов

$\frac{AB}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot R = 10$

$\frac{AB}{\sin \angle ABC} = 2 \cdot R = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AB}{\sin \angle ADC} = \frac{AB}{\sin \angle ACD} \Rightarrow \sin \angle ADC = \sin \angle ACD,$

то $\angle ADC = 90^\circ - \angle ACD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$

Значит треугольник ACD - равнобедренный и $BF \perp AD$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.к. $\angle FBD = 90^\circ$ по условию и $\angle BDF_1 = 45^\circ$ то $\angle BF_1D = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle BDF_1$ - равнобедренный и $BF_1 = BD$, по условию $BP = BF \Rightarrow$
 точки F и F_1 совпадают.

т.к. $\angle CAF_1 + \angle CBF_1 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, то AF_1CE - вписанная
 и т.к. $\triangle ACB$ вписан в окружность радиуса 5, то и F_1 лежит
 на этой окружности т.к. $\angle CAF = 90^\circ$ то CF - диаметр
 и $CF = 2 \cdot 5 = 10$ Ответ: 10

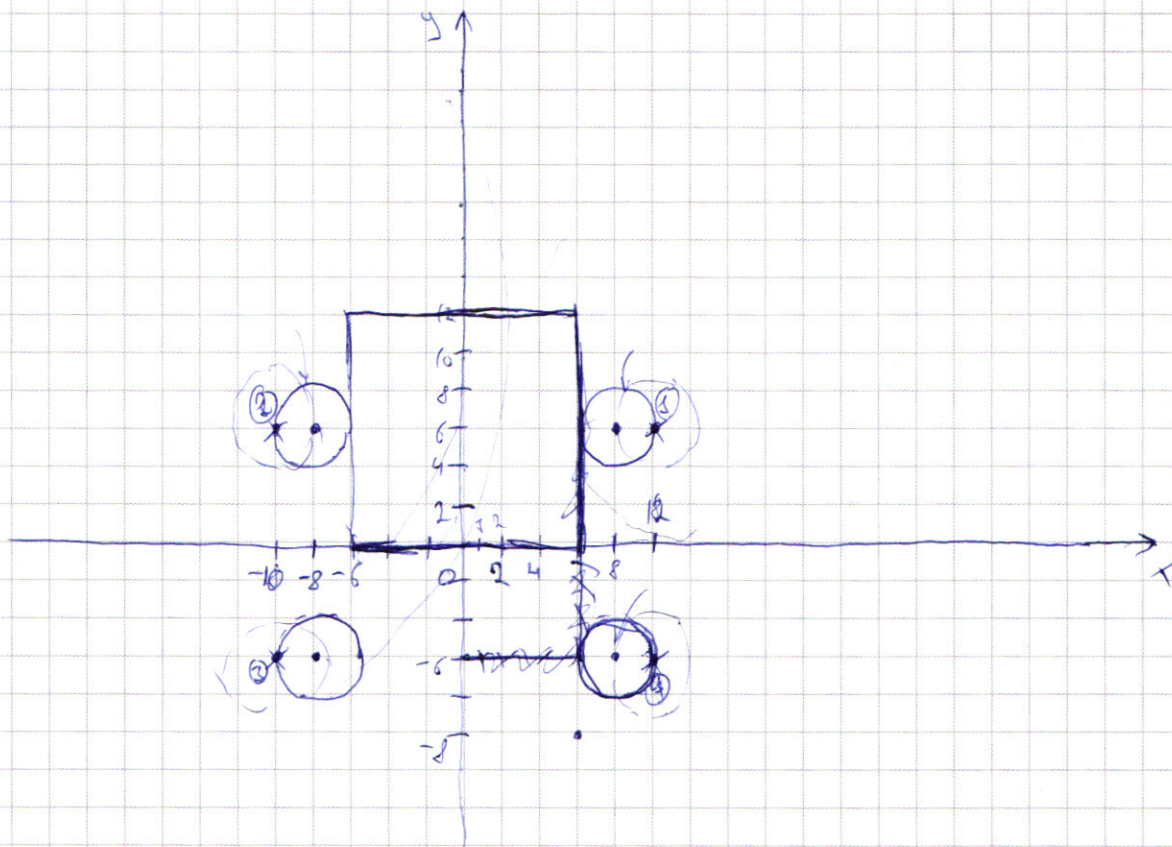
д) $BC = 6$, из $\triangle CFB$ $BF = \sqrt{100 - 36} = 8 \Rightarrow CF = BD = 8 \Rightarrow$
 $CD = 6 + 8 = 14$, $CA = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$, $\triangle CAF$ - прямоугольный $\angle A = 90^\circ$
 $\Rightarrow AF = \sqrt{CF^2 - CA^2} = \sqrt{100 - 98} = \sqrt{2}$, ~~тогда~~
 $S_{\triangle CAF} = \frac{CA \cdot AF}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 7$, Ответ: 7

н)
$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12 \\ (|x| - 8)^2 + (y - 6)^2 = 64 \end{cases}$$

Графиком первого уравнения является квадрат с вершинами
 в точках $(0; -6)$ и $(12; 6)$, в этих точках
 убедитесь раскрыв модуль по определению

Графиком второго уравнения являются 4 окружности радиуса 8, центры
 существуют только в своих окрестностях центров, а именно

- 1) с центром $(8; 6)$ в I кв.
- 2) с центром $(-8; 6)$ в II кв.
- 3) с центром $(8; -6)$ в IV кв.
- 4) с центром $(-8; -6)$ в III кв.



1) первый круг Σ пересекает два других круга, когда (3) и (2) окружности движутся соотв. правой и левой стороны. В этот момент $R_0^+ = 4$
 $\Rightarrow a = 4$, при $R < R_0^+$ не будет пересечения.

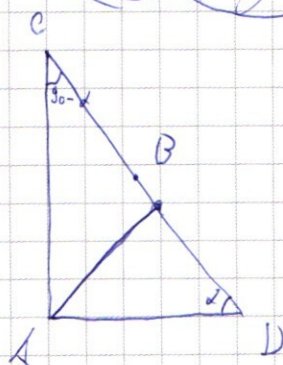
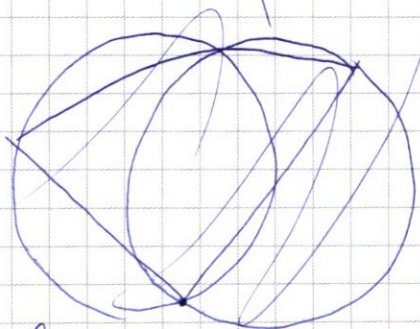
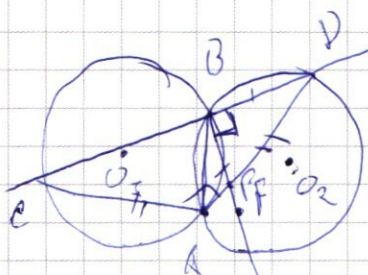
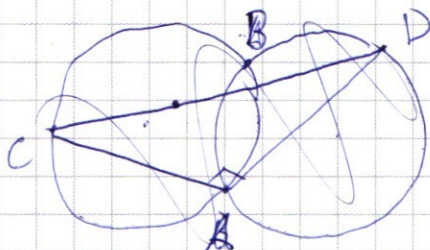
2) Пришло 2 круга это при $R_0' = 10$, тогда дуги 2 окружностей $(0; 0)$ и $(0; 12)$ при $R > R_0'$ не будут пересекаться вообще.
 $a = R_0^2 = 100$

3) при $R_0^+ < R < R_0'$ всегда будет ≥ 4 или ≤ 100 дуга из них не пересекается, это не ОХ

а дуга в левом или в верхнем или в нижнем квадранте (где $R \geq 2.50$)
 Ответ: $a = 4$, $a = 100$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

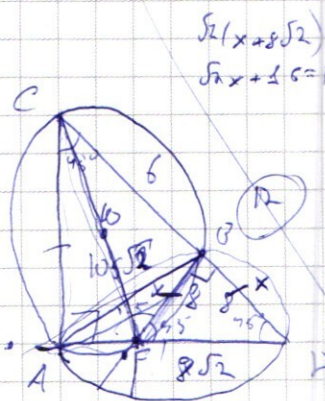
№5



$$\frac{AB}{\sin 2} = \frac{AB}{\sin(90-2)} = 10$$

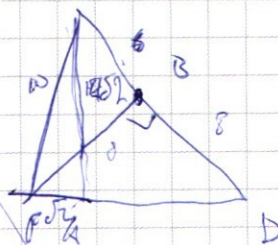
$$\sin(90-2) = \sin 2 \quad AB = 10 \cdot \frac{\sin 2}{\sin 2} = 10$$

$$\cos 2 = \sin 2$$



$$\frac{AB}{\sin 45} = 10 \Rightarrow \frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10$$

$$AB = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

4

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases} \quad y(x)$$

$$y-6-x-y-6+x=12$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

$$-y+6+x-y+6-x=y=6+x$$

$$y=0$$

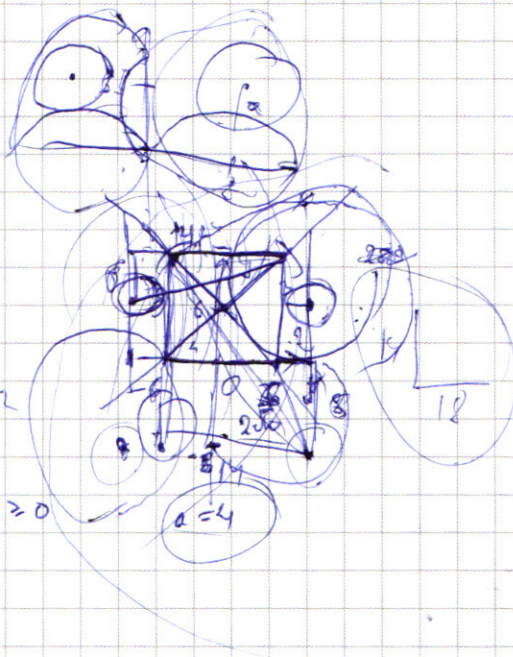
$$y=6-x$$

$$y-6-x-y+6-x=12$$

$$x=-6$$

$$x \geq 0$$

$$x$$



$$2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{40}$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$-64 - 82 \quad 80 + 48$$

$$64 + 48 - 2 \cdot 16 - 80$$

$$-1 - \sqrt{3} \leftarrow -4$$

$$-\sqrt{3} \leftarrow -3$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12)$$

$$x \geq -4$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 1 & -2 & -20 & 48 \\ & 1 & 2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 4 \cdot 13 = (2\sqrt{13})^2$$

$$x_{5,6} = -2 \pm 2$$

$$D/4 = 1 + 12 = 13$$

$$x_{5,6} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$-1 + \sqrt{13}$$

$$-1 - \sqrt{13} \leftarrow -4$$

$$-\sqrt{13} \leftarrow -3$$

$$-\sqrt{3} \quad -\sqrt{3}$$

$$S_0 = 2\sqrt{2}$$

$$\cos x = \frac{-2}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$4 + 28 = 32 = 16 \cdot 2 = 4\sqrt{2}$$

$$25 + 25 \cdot 2 = 25 \cdot 8 = 6\sqrt{2}$$

$$25 \cdot 4 \cdot 2$$

$$a_{m1} = \frac{5}{10\sqrt{2}}$$

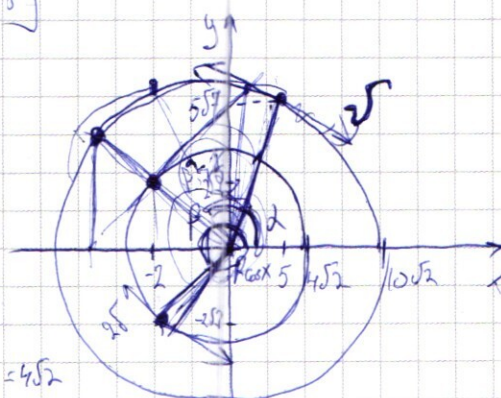
$$a_{n2} = \frac{25}{4\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$

$$y \text{ вверх} \quad x^2 + y^2 = 4\sqrt{2}$$

$$y \text{ вниз} \quad x^2 + y^2 = 6\sqrt{2}$$

$$a_{n1} = 5a_{m1}$$

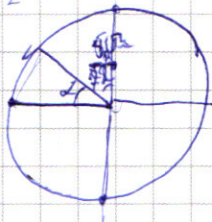
$$a_{n2} = 4a_{m2}$$



$$R_1 - R_2 \leftarrow R_1^2 - R_2^2$$



$$2 \cdot \frac{360}{15} = 48$$



$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 52 \\ \beta &= 42 \\ \alpha &= \end{aligned}$$

$$2 \cos 52 \cos x = 8$$

$$\cos x = \frac{1}{2 \cos 52}$$

$$52 = 52 + 2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$72 + 58 = 130$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 4 \\ 32 \\ 82 \\ 0 \end{array}$$

$$\alpha + \beta = 52$$

$$42 = \beta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} 2\pi - (\beta - \alpha) &= 2\pi + \alpha - \beta \\ \alpha + \beta &= \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha - \beta}{4} \right) + \alpha \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{2}} \right) = \frac{1 - \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$$

Первая точка из 4:

$$x_1 = \arccos \frac{1 - \sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{2}$$

$$y_1 = \frac{5\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{2}$$

Вторая точка симметрично первой.

$$x_2 = -\frac{5\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{2}$$

$$y_2 = -\frac{5\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) &= \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) &= -\sin x \end{aligned}$$

третья.

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{\cos \sqrt{2} \cdot (1 + \sqrt{3})}{2} \\ y_3 &= \frac{5\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{2} \end{aligned}$$

$$\text{четвертая } (-x_3; -y_3)$$

мык.

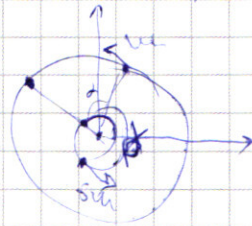
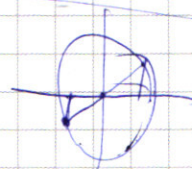
$$\cos x = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{5\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

мы.

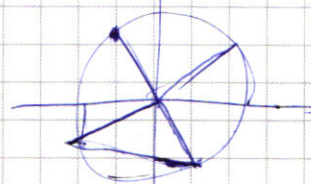
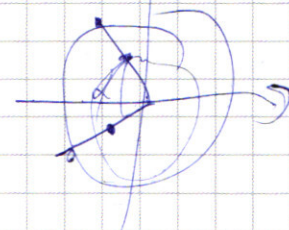
$$\cos x = \frac{-2}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{-2 \cdot \sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$



$$2\pi + 2 = 52$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1)

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$$

$$700 = 7 \cdot 100 = 4 \cdot 4 \cdot 25 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

получим 8 чисел 2 пятерки и еще 4 множителя, далее

максимальный набор: $7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ $P_{\max} = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 5} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4$

или минимальный: $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ $n_2 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4$

$$N = 3 \cdot \left(\frac{70}{100} \cdot (5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4) \right) = 2520$$

$$8 \cdot C_7^2 \cdot 5 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 8 \cdot 15 \cdot 5 = 600$$

~2)

$$S_{3000} = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} \quad b_1 (q^{3000} - 1)$$

$$10 S_{3000} = b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots$$

$$b_1 + 9b_1 + 9^2b_1 + 9^3b_1 + 9^4b_1 + 9^5b_1 + \dots$$

$$S_1 = b_1 + b_4 + b_7 + \dots + b_{2998} =$$

$$S_2 = b_2 + b_5 + b_8 + \dots + b_{2999}$$

$$S_3 = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000}$$

$$\begin{cases} S_1 + S_2 + S_3 = S \\ S_1 + S_2 + 50S_3 = 60S \end{cases}$$

$$S_1 = b_1 + 9^3b_1 + 9^6b_1 + \dots + 9^{2997}b_1 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = \frac{9b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_3 = \frac{9^2b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{b_5(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{q b_5(q^{3000}-1)}{q^3-1} + 50 \frac{q^2 b_5(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{10 b_5(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{b_5}{q^3-1} + \frac{q b_5}{q^3-1} + \frac{50 q^2 b_5}{q^3-1} = \frac{10 b_5}{q-1}$$

$$\frac{144}{121} = \frac{16}{11}$$

$$\frac{q+1}{q^3-1} + \frac{50 q^2}{q^3-1} = \frac{10}{q-1} \quad | \cdot q-1$$

$$\frac{q+1}{q^2+q+1} + \frac{50 q^2}{q^2+q+1} = 10$$

$$181$$

$$S_4 = b_5 + b_5 \dots = \frac{b_5(q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$q+1+50q^2=10q^2+10q+10$$

$$S_5 = \frac{q b_5(q^{3000}-1)}{(q^2-1)}$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 9^2 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 9^2(9 + 4 \cdot 40) = 9 \cdot 169 = (9 \cdot 13)^2 = 25^2$$

$$S_K = S_4 + 2S_5 = \frac{b_5(q^{3000}-1)}{q^2-1} + 2 \cdot \frac{q b_5(q^{3000}-1)}{q^2-1} =$$

$$9 \cdot 92 = \frac{9 \cdot 26}{1} = 234$$

$$= \frac{b_5(q^{3000}-1)}{(q^2-1)(q+1)} (1+2q)$$

$$\frac{48}{80} = \frac{4 \cdot 12}{4 \cdot 20} = \frac{3}{5}$$

$$S = \frac{b_5(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$K' = \frac{S_K}{S} = \frac{1+2q}{q+1} = \frac{1 + \frac{4}{9}}{\frac{1}{9} + 1} = \frac{18+14}{1+9} = \frac{32}{10} = \frac{16}{5} = 3.2$$

$$\frac{18+14}{1+9} = \frac{32}{10} = \frac{16}{5} = 3.2$$

3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24 = (x+4)(x+6)$$

$$(x+6) \cdot \sqrt{x^3-4x+80} = \sqrt{2}(x+4)(x+6)$$

$$(x+6)(\sqrt{x^3-4x+80} - \sqrt{2}(x+4)) = 0$$

$$4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12 = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9$$

$$x^2 - 6x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ \sqrt{x^3-4x+80} = \sqrt{2}(x+4) \end{cases}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}(x+4) \geq 0 & x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16) \end{cases}$$

$$x^3 + 64 = 2x(x+16)$$

$$(x+4)(x^2-4x+16) = 2x(x+16)$$

$$12 \cdot 48 = 16 \cdot 16$$

$$52 \cdot 48 = 16 \cdot 18 \cdot 3$$