

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1. очевидно, что ни одна цифра не 0, иначе произв цифр = 0.

Пусть наше число: $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

Тогда $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

Заметим, что в нашем числе обязательно присутствовать 2 цифр 5, т.к. 5-единственная ^{крае 0} цифра, которая делится на 5. Аналогично должна присутствовать цифра 7.

Значит, произведение оставшихся ^{любо} чисел равно 2^2

Заметим, что это означает, что ^{любо} среди них есть одна 4 и все остальные 4 цифр являются 1.

Любо есть две 2 и все остальные 3 цифр это 1.

Тогда: 3 варианта. цифр: 5, 5, 7, 4, 1, 1, 1, 1. Всего различных чисел может быть: $\frac{8!}{2! \cdot 4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 840$, т.к. всего чисел

$8!$, но мы можем поменять местами без изменения две 5 и четыре 1. Поэтому делим на $2! \cdot 4!$

2 вариант: цифр: 5, 5, 7, 2, 2, 1, 1, 1. Всего различных чисел (аналогично 1 варианту) $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 1680$

и всего возможных чисел: $840 + 1680 = 2520$

Ответ: 2520.

~3.

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24. \text{ ОДЗ: } (x^3-4x+80) \geq 0$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4)$$

Заметим, что $x \neq -6$, т.к. при $x = -6$: $x^3-4x+80 = -6^3+104 = -112 < 0$
т.е. выражение под корнем не существует - не ур.

тогда можно поделить на $x+6$.

$$\sqrt{x^3-4x+80} = \sqrt{2}(x+4) \text{ т.к. обе части полож. возведем в кв-т.}$$

$$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48 = 0$$

$$(x-4)(x^2+2x-12) = 0$$

$$(x-4)(x+1+\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13}) = 0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x+1+\sqrt{13} \\ x+1-\sqrt{13} \end{cases}$$

Теперь мы должны проверить, что при каждом корне: $x^3-4x+80 \geq 0$

$$1) x=4 \quad x^3-4x+80 = 64-16+80 > 0$$

$$2) x = -1-\sqrt{13} \quad x^3-4x+80 = (-1-\sqrt{13})^3 + 4 + 4\sqrt{13} + 80 = -1-13\sqrt{13}-39-3\sqrt{13}+4\sqrt{13}+80 = 40-12\sqrt{13} = 4(11-3\sqrt{13}) > 0, \text{ т.к. } 11 > 3\sqrt{13}$$

$$(11^2 = 121; (3\sqrt{13})^2 = 117)$$

$$3) x = -1+\sqrt{13} \quad x^3-4x+80 = (\sqrt{13}-1)^3 + 4 - 4\sqrt{13} + 80 = 13\sqrt{13} - 39 + 3\sqrt{13} - 1 + 4 - 4\sqrt{13} + 80 = 12\sqrt{13} + 44 > 0.$$

Значит, все корни подходят. Ответ: $\begin{cases} x=4 \\ x=-1-\sqrt{13} \\ x=-1+\sqrt{13} \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 2

Везде пусть q - частное прогрессии.

т.е. $b_2 = qb_1, \dots, b_i = b_1 \cdot q^{i-1}, \dots, b_{3000} = b_1 \cdot q^{2999}$

Тогда, по условию:

$$10(b_1 + q b_1 + q^2 b_1 + \dots + q^{2999} b_1) = b_1 + q b_1 + 50 q^2 b_1 + \dots + 50 \cdot q^{3000} b_1 + \dots + 50 \cdot q^{2999} b_1$$

т.к. $b_1 \neq 0$, поделим на b_1

$$10(1 + q + \dots + q^{2999}) = 1 + q + 50q^2 + q^3 + \dots + 50q^{2999}$$

$$9 + 9q + 9q^3 + 9q^4 + 9q^6 + \dots + 9q^{2997} + 9q^{2998} = 40q^2 + 40q^5 + \dots + 40q^{2999}$$

$$\frac{9}{40} (1 + q + q^3 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2997} + q^{2998}) = 40(q^2 + q^5 + \dots + q^{2999})$$

$$(40q^2 - 9 - 9q) + q^3(40q^2 - 9 - 9q) + \dots + q^{2997}(40q^2 - 9 - 9q) = 0$$

$$(40q^2 - 9q - 9)(1 + q^3 + q^6 + q^9 + \dots + q^{2997}) = 0$$

т.к. все числа прогрессии > 0 ; $q > 0$ значит, $1 + q^3 + \dots + q^{2997} > 0$

значит, $40q^2 - 9q - 9 = 0 \quad q = \frac{9 \pm 39}{80} = \frac{3}{5}$

Пусть $X(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}) = q b_1 + 2q^2 b_1 + q^3 b_1 + 2q^4 b_1 + \dots$
 $= b_1 + 2q b_1 + b_1 \cdot q^2 + \dots + 2 \cdot q^{2999} b_1$

$$X(1 + q + \dots + q^{2999}) = 1 + 2q + q^2 + 2q^3 + \dots + 2q^{2999} = 5 + q + q^3 + \dots + q^{2999}$$

$$+ q^{2999} = X5 \quad (X-1) = q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999}$$

$$\frac{1}{X-1} = \frac{1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}}{q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999}} = 1 + \frac{1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998}}{q(1 + q^2 + \dots + q^{2998})} = 1 + \frac{1}{q}, \text{ т.к.}$$

$$1 + q^2 + \dots + q^{2998} \neq 0$$

$$1 + \frac{1}{x-1} = 1 + \frac{1}{9} = 1\frac{5}{9} = 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

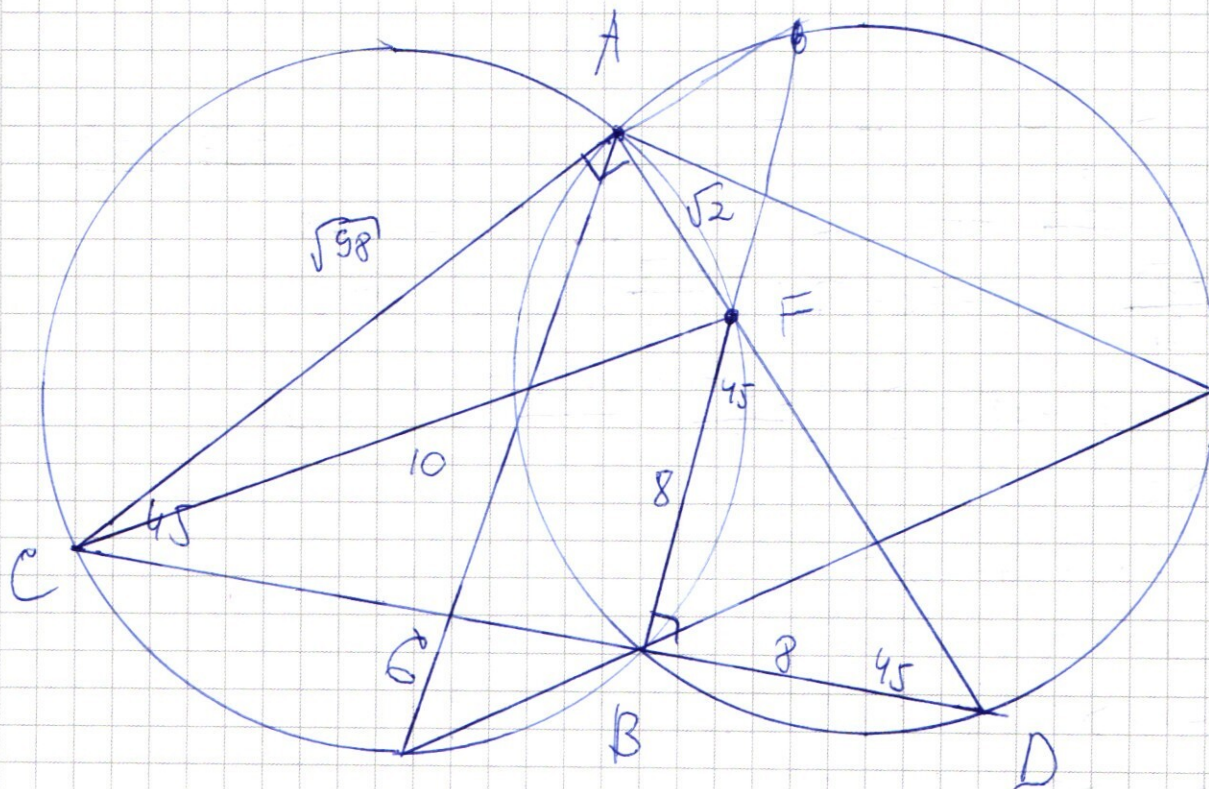
$$x-1 = \frac{3}{8}$$

$$x = 1\frac{3}{8}$$

Значит, увеличит ся в $1\frac{3}{8}$ раза.

Ответ: увелич в $1\frac{3}{8}$ раза.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2a^2 = 196$$

$$a^2 = 98$$

$$\sqrt{196} = 14 \quad \text{or} \quad 7$$

н4.

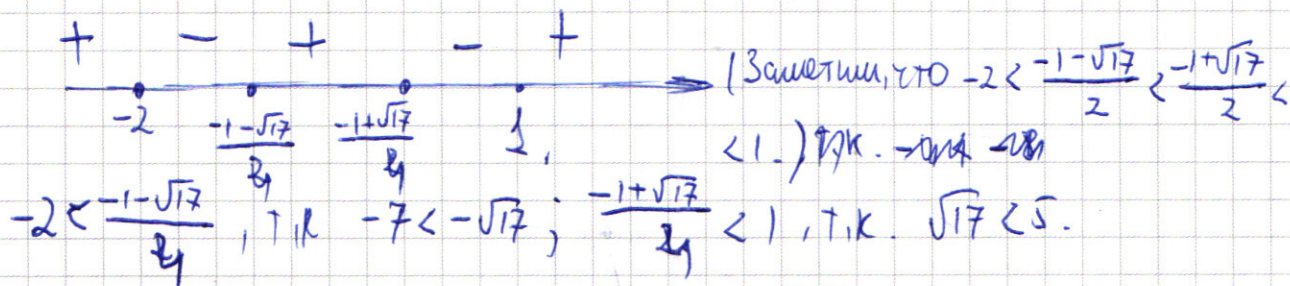
$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \mid x-2 \mid 4 \geq 0$$

1 сл. $x \leq 2$.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$



$$\text{Значит, } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2].$$

2 сл. $x \geq 2$.

$$y = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\text{Заметим, что } 2x^4 - 3x^2 \geq 0, \text{ т.к. } x^2(2x-3) \geq 0, \text{ т.к. } 2x \geq 3.$$

$$7x^2 - 4x \geq 0, \text{ т.к. } x(7x-4) \geq 0, \text{ т.к. } 7x \geq 4$$

Значит $y \geq 0$ при $x \geq 2$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x-8|)^2 + (|y-6|)^2 = a \end{cases}$$

Вс

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 1$$

$$|y-x-6| + |y+x-6|$$

$$a=36$$

одно и то же

$$(x_1, y_1), (-x_1, y_1), (x_1, -y_1), (-x_1, -y_1)$$

$$x \neq 0$$

$$x \left(\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{5}\right)^{2999} \right) = 1 + 2 \cdot \frac{3}{5}$$

$$\frac{q + q^2 + q^3 + \dots + q^{2999}}{1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{2999}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

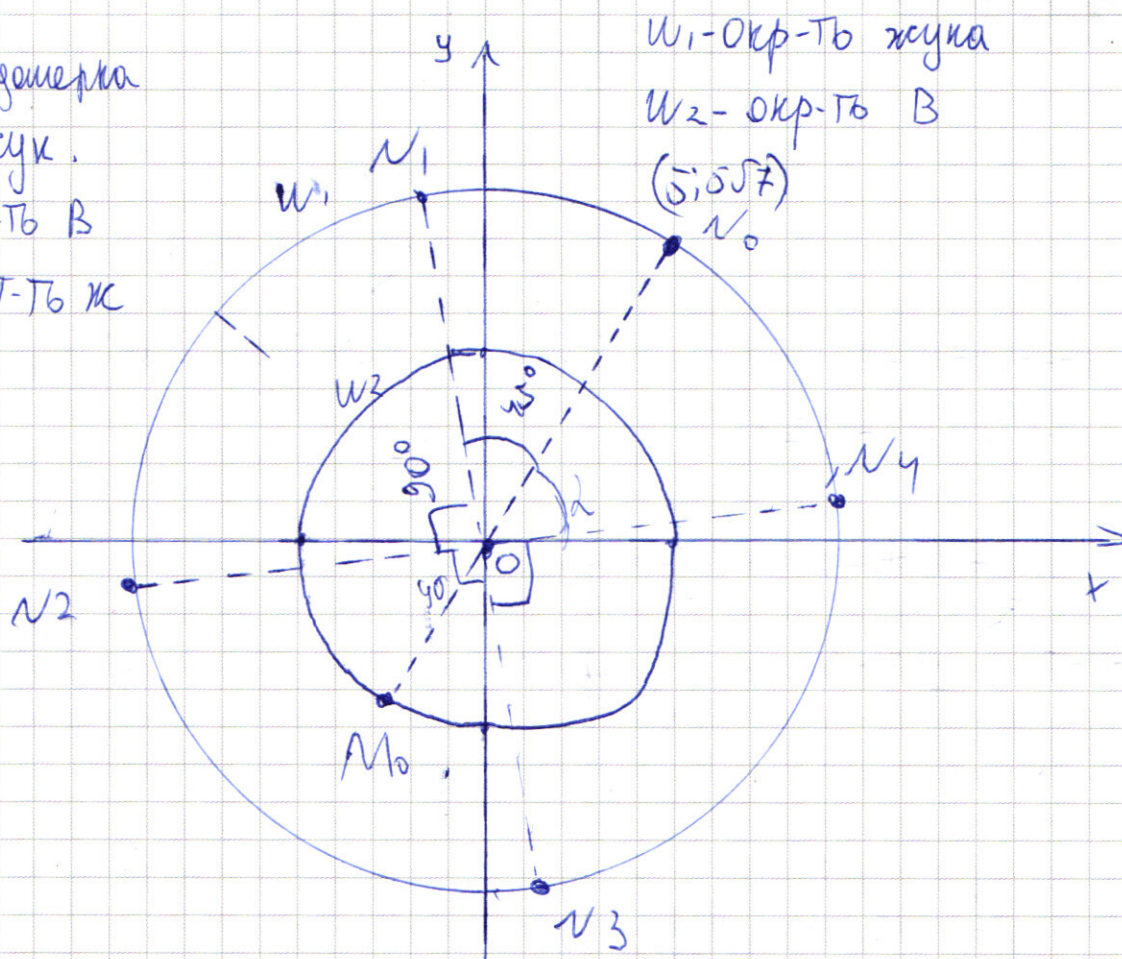
NS.

B - водометка

жс - жука

V_B - ск-ть B

$V_{жс}$ - ск-ть жс



Заметим, что изначально B и жс сидят на прямой проходящей через $(0;0)$ и $(1;1)$ $y = \sqrt{7} \cdot x$ Так, что $(0,0)$ лежит на отрезке M_0M_1 .

r_1 - радиус U_1 , r_2 - радиус U_2 . $r_1 = \sqrt{25+25.7} = 10\sqrt{2}$.

$$r_2 = \sqrt{4+28} = 4\sqrt{2}.$$

Посмотрим на угловую ск-ть жука и B.

мы знаем, что $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = k$

так же знаем, что $v = k \cdot r$, где v - обводная ск-ть тогда $k_{жс} = \frac{v_{жс}}{r_1}$; $k_B = \frac{v_B}{r_2}$ Тогда $\frac{k_B}{k_{жс}} = 5$.

То есть, пока жс совершит один оборот по U_1 , B совершит 5 оборотов по U_2 . Заметим, что наименьшее расстояние достигается, когда $\angle M_0ON = 0$ где M - положение B, N - положение жс.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

то продолжение.

Это очевидный факт, который доказывается неравенством $\Delta \cos$.

Сейчас $\angle NOM = 180^\circ$ Значит, если мы смотрим систему отсчёта относительно π , B движется со ϵ углов. ск-тью равной 4π и B пройдёт угол 180° . Значит π за это время пройдёт в обратную сторону угол (т.к. он движется со ϵ угловой ск-ю 4π) т.е. пройдёт угол 45° . ~~и его координата~~

будет: $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$, где 2 - начальный угол π у Ox и Oy .

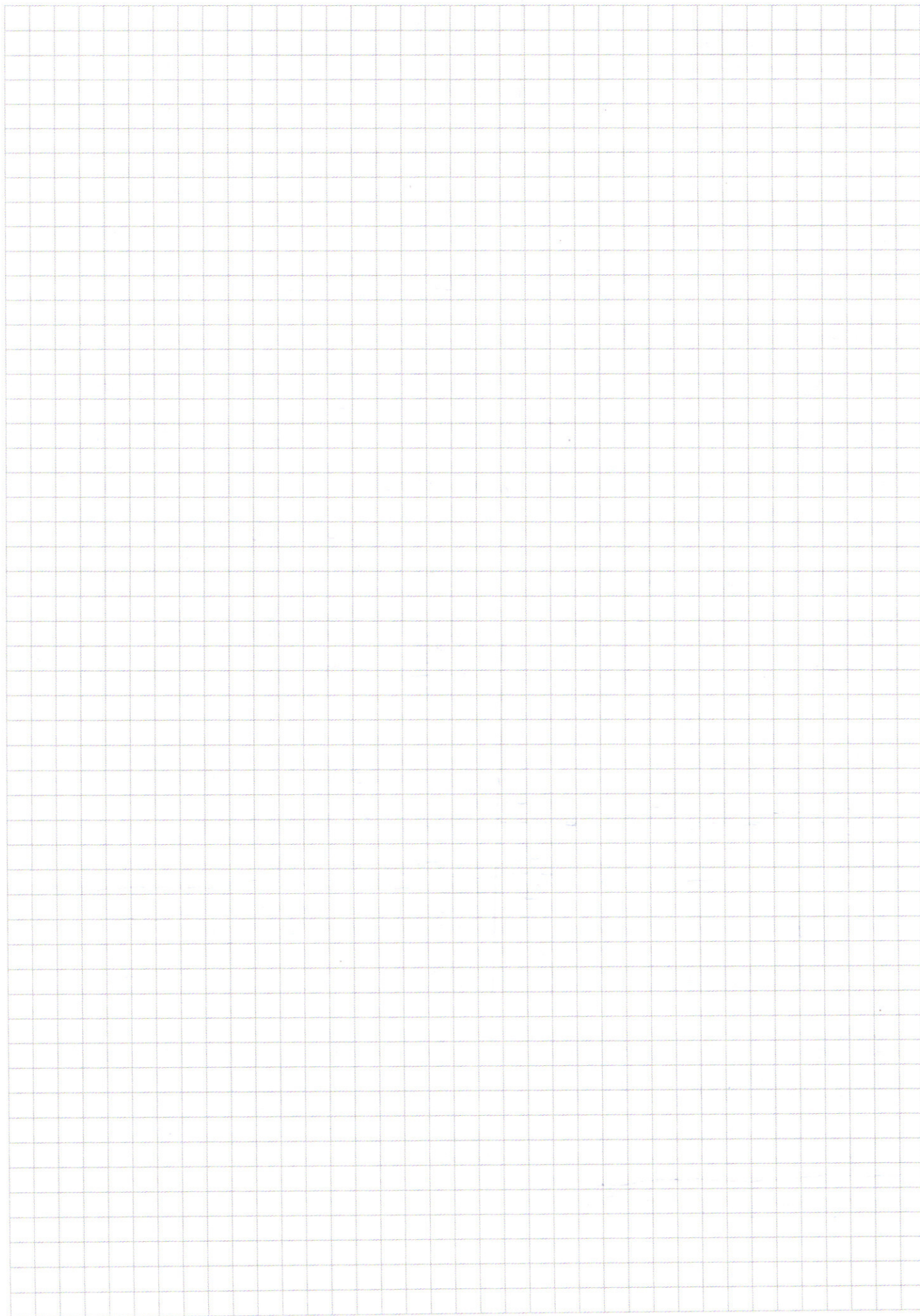
мы к α прибавим 45° теперь $\sin(\alpha + 45^\circ) = \sin \alpha \cos 45^\circ + \cos \alpha \sin 45^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{8} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{7}+4}{8}$, Значит координата oy

равна $r_1 \cdot \frac{\sqrt{7}+4}{8} = 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{7}+4}{8} = \frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2}$
координата x равна $\sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (\frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2})^2} = \sqrt{200 - \frac{63 \cdot 25}{2}}$

т.е. координата π : $(\sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (\frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2})^2}, \frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2})$

Теперь π и π и π угол, теперь B нужно пройти угол 360° относительно π . Аналогично π пройдёт угол 90° Значит, его координата будет: $(\frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2},$

$\sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (\frac{5}{4} \cdot \sqrt{14} - 5\sqrt{2})^2})$

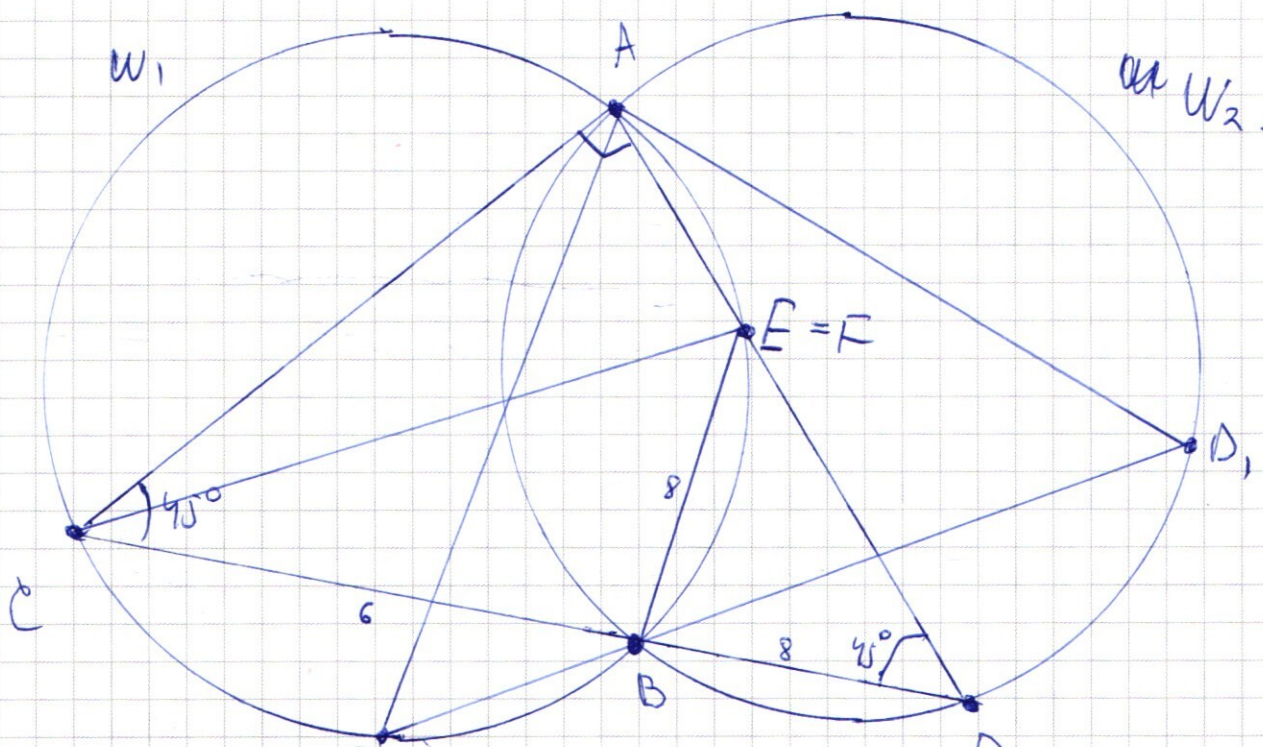


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



1. Задача о велосипедистах. Докажем, что для любых точек C и D обладающих данным св-м: $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ подобны. Отметим точки C, D , обладающие данным св-м. Тогда $\angle ACB = \angle ADB$, т.к. они опираются

на общую дугу в равных окр-тах. Тогда $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$. Пусть E - пересечение AC и BD . Тогда $\angle BED = \angle ACB = 45^\circ$.

Т.к. C, A, E, B лежат на ω_1 . Значит, $\angle BED = \angle BDE \Rightarrow BE = BD$

Значит E - это F . $\angle (CA, EA) = \angle (CA, DA) = 90^\circ$

Значит, CE - диаметр $\Rightarrow CE = 2 \cdot 5 = 10$. а) Ответ: 10.

нб продолжение

Если $BC=6$ то $BE=BF=\sqrt{CF^2-BC^2}=8=BD$

Тогда, т.к. $AC=AD$: $2AC^2=CD^2=196$

$$AC=\sqrt{98}$$

$$S_{\triangle ACF}=AF=\sqrt{CF^2-AC^2}=\sqrt{100-98}=\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ACF}=AC \cdot AF \cdot \frac{1}{2}=\sqrt{98 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2}=7$$

б) Ответ: 7

н5 (продолжение 2)

Далее аналогично π нужно пройти 90°
и ее координата станет: $(-\sqrt{(10\sqrt{2})^2-(\frac{5}{4}\sqrt{4}-5\sqrt{2})^2}, -\frac{5}{4}\sqrt{4}+$
 $+5\sqrt{2})$

и еще раз π нужно пройти 90° и ее
координата станет: $(-\frac{5}{4}\sqrt{4}+5\sqrt{2}, -\sqrt{(10\sqrt{2})^2-(\frac{5}{4}\sqrt{4}-5\sqrt{2})^2})$

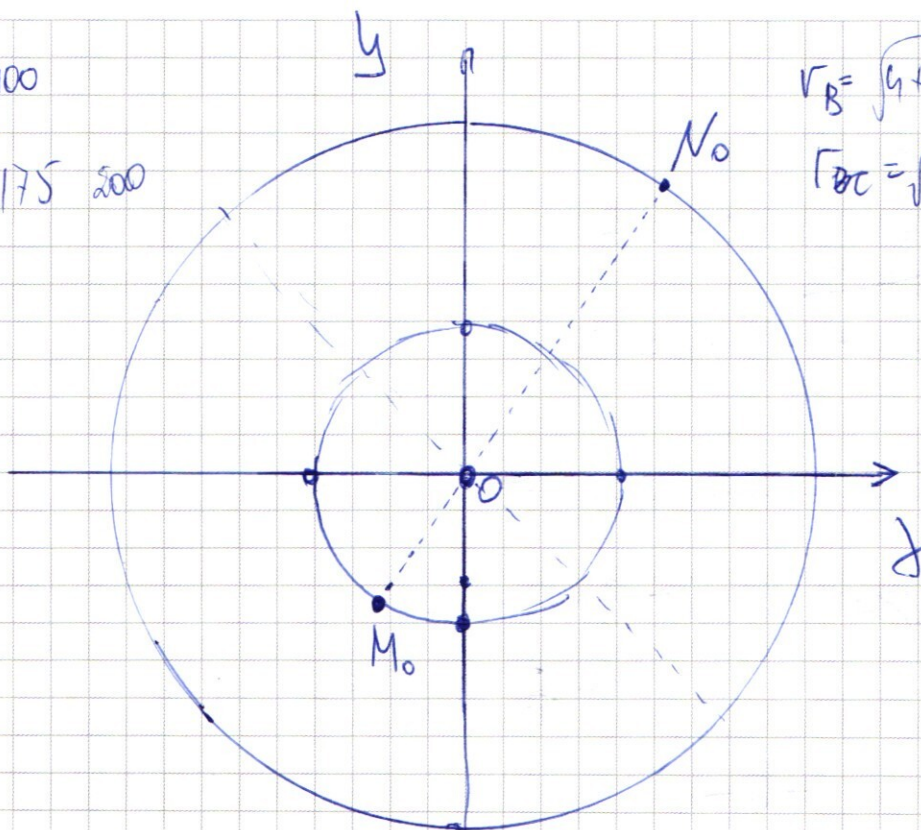
А после этого π пройдет 1 круг и при этом
В все тоже вернется в исходное положение, значит
все будет аналогично.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$25 - 4 = 100$$

$$25 - 32$$

$$175 \quad 200$$



$$r_B = \sqrt{4 + 28} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$r_{BC} = \sqrt{25 + 25 - 7} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$y \geq \sqrt{2} x$$

$$V = WR$$

$$W = \frac{V}{R}$$

3 раза

φ

3φ

$$2\varphi = 180$$

$$\varphi = 90$$

$$2\varphi = 360$$

φ

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x-8|)^2 + (|y-8|)^2 = a \end{cases}$$

$$x=0$$

$$|y-6| + |y-6| = 12$$

$$|y-6| = 6$$

$$y=12, a=36$$

$$\cancel{y=0}$$

$$y=0 \quad |-6-x| + |-6+x| = 12$$



$$x > 6: \quad x-6+6+x=12$$

$$x=6, a=4$$

$$\begin{aligned} -6 < x < 6 & \quad \xrightarrow{-6} \quad 6+x+6-x=12, \quad a \in [4; 64] \\ x < & \quad x = -6 \end{aligned}$$

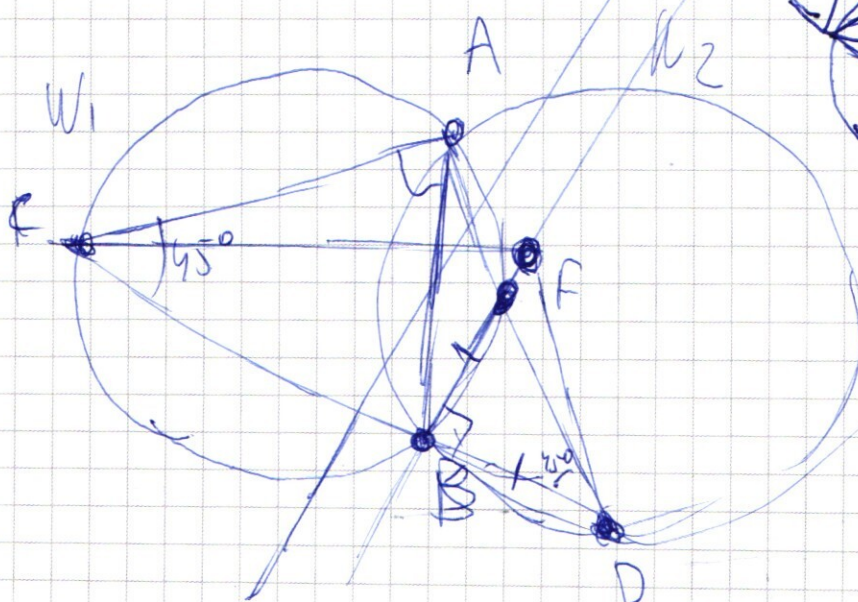
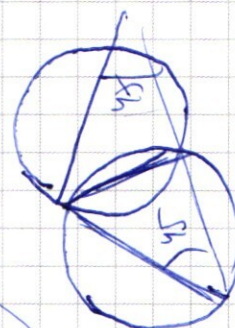
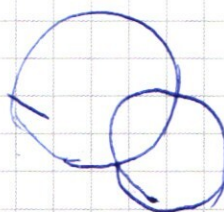
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

u) $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

7 2 2 5 5 1 1 1

7 4 5 5 1 1 1 1

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} + \frac{8!}{2! \cdot 4!}$$



$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$x = \frac{x^3 - 4x + 80}{x + 4}$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{(x^3 - 4x + 80)} = x^2 (x+6)(x+4)$$

$$x = -6 - \text{не подходит}$$

$\frac{-4}{125}$ $44 \cdot 44 \sqrt{12 \cdot 12 \cdot 13}$
 $6 \cdot 4 = 114 - 7$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(x^3 - 4x + 80)} = x + 4$$

$$\frac{1}{2} (x^3 - 4x + 80) = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - 4x + 80 - 2x^2 - 16x - 32 = 0$$

$$x^3 - 20x - 2x^2 + 48 = 0$$

$$x = 4$$

$$2716 \quad 8 \cdot 10 \cdot 8$$

$$4 \quad 64 - 80 - 32 + 48$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 20x - 2x^2 + 48 \quad | x - 4 \\ x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \\ \hline 2x^2 - 20x \\ -2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \end{array}$$

$$x^3 - 20x - 2x^2 + 48 = (x - 4)(x^2 + 2x - 12)$$

$$D = 4 + 48 = 52$$

$$x = \frac{-2 - \sqrt{52}}{2} = -1 - \sqrt{13}$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{52}}{2} = -1 + \sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 + 4 \geq 0$$

$$1 \quad (x \leq 2) \quad -3x^2(2-x)$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 & x-1 \\ \hline 2x^4 - 2x^3 & \\ \hline -5x^3 - 5x^2 & \\ \hline -5x^3 - 5x^2 & \\ \hline -4x + 4 & \end{array} \quad \begin{array}{c} x=1 \\ x=2 \end{array}$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) = (x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2)$$

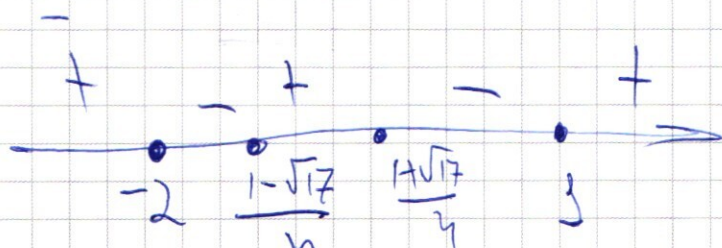
$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 5x^2 - 4 & x+2 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 & \\ \hline x^2 - 4 & \\ \hline x^2 - 2x & \\ \hline -2x - 4 & \end{array} \quad 2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad \text{не целое}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad \text{не целое}$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}\right) \geq 0$$



$$x \geq 2 \quad -3x^2(x-2)$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 7x^2 - 3x^3 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \\ \hline 2x^4 - 3x^3 \\ \hline 7x^2 - 4x + 4 \end{array} \quad x \geq 2$$

$$2x^4 - 3x^3$$

$$10(b_1 + qb_1 + q^2b_1 + \dots + q^{2999}b_1) = b_1 + qb_1 + q^2b_1 \cdot 50 + \dots + q^{3i-1} \cdot b_1 \cdot 50 + \dots + q^{2999}b_1 \cdot 50$$

$$10 + 10q + 10q^2 + \dots + 10q^{2999} = 1 + q + 50q^2 + \dots + 50q^{2999}$$

$$9(1 + q + q^3 + q^4 + \dots + q^{2997} + q^{2998}) = 40q^2 + 40q^5 + \dots + 40q^{2999}$$

$$\frac{q^3 + q^4}{40q^5} = \frac{1+q}{q^2} \quad 40q^2 - 9 - 9q^3$$

$$1000 \frac{1+q}{q^2} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{1+q}{q^2} = \frac{1}{(1+q) \cdot 225} = q^2$$

$$q^2 - 225q^{-225} = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 216 \\ - 104 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$X(1 + q + \dots + q^{2999}) = 1 + 2q + q^2 + 2q^3 + \dots + 2q^{2999}$$

$$(x-1)(1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998}) = (2-x)(1 + q^3 + \dots + q^{2999})$$

$$\frac{(x-1)}{(2-x)} = 1500q$$

$$(1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997})(40q^2 - 9 - 9q^3) = 0$$

$$0 = 9 \cdot 81 + 9 \cdot 9 + 9 \cdot 160 =$$

$$= 169 \cdot 9 = (39)^2 \quad \frac{9 \pm 39}{80}$$