МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC=6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y-6-x|+|y-6+x|=12,\\(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

разобьем 700 на простые множители.

700	2·5
70	2·5
7	7
1	1

$700 = 2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7\cdot1.$

в виде цифр есть 2 вида представления $4\cdot5\cdot5\cdot7$ или $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$.

Очевидно, что остальные цифры кроме (4 или 5) данных равны 1, иначе в произведении не будет 700.

$N = N_4 + N_5$

N_4 – количество 8-зн чисел, содержащих $4\cdot5\cdot5\cdot7$ и 4 единицы в цифрах

N_5 – количество 8-зн чисел, содержащих 2; 2; 5; 5; 7 и 3 ед. в цифрах.

Найдем N_4

из комбинаторики известно

$P\ N_4 = \frac{8!}{4!}$, однако пятерки две => мы получаем в два раза больше вар. $\Rightarrow N_4 = \frac{8!}{4!\cdot2}$

Найдем N_5

$P = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!}$; но встречаются дважды 2 и 5

$N_5 = \frac{8!}{2\cdot2\cdot3!} = \frac{8!}{4!}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$N = N_4 + N_5 = 1{,}5\,\frac{8!}{4!} = \frac{3}{\cancel{2}} \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}^{3} \cdot 5 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 =$

$= 2520$

Ответ: $N = 2520$ чисел.

№2

сумма геом прогрессии.

$$S = \frac{b_0(1-q^{12})}{1-q}.$$

Заметим, что сумма членов номера которых кратных 3, тоже сумма геом прогрессия, где $q'_q = q^3$; $b_0' = b_0 q^2$ количество

Сумма членов номера :3 $S_3 = \frac{b_0 q^2 (1-q^{3 \cdot 1000})}{1-q^3}$

где $S = \frac{b_0(1-q^{3000})}{1-q}$.

т.к. один раз она уже есть в S.

из условия $10S = 49S_3 + S$ (1)

$9S = 49S_3$

Также сумма всех членов с четными номерами ~~четных чл~~ – сумма геом прог. $S_2 = \frac{b_0 q(1-q^{2 \cdot 1500})}{1-q^2}$.

$xS = S_2 + S$ т.к. один раз она есть в S.

$$x = \frac{S_2}{S} + 1 = \frac{\cancel{b_0}\, q\, \cancel{(1-q^{3000})}(1-q)}{(1-q^2)\,\cancel{b_0}\,\cancel{(1-q^{3000})}} + 1 = \frac{\cancel{(1-q)}\,q}{\cancel{(1-q)}(1+q)} + 1$$

$= \frac{q}{1+q} + 1$.

из (1) Найдем $\frac{q}{1+q}$; $\frac{9}{49} = \frac{b_0 q^2 \cancel{(1-q^{3000})}(1-q)}{(1-q^3)\cancel{(1-q^{3000})}\,b_0}$

$= \frac{q^2 \cancel{(1-q)}}{\cancel{(1-q)}(1+q+q^2)} = \frac{9}{49}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9+9g+9g^2=49g^2$$

$$40g^2-9g-9=0$$

$$D=81+9\cdot 40\cdot 4=9(9+160)=9\cdot 169$$

$$g=\frac{9\pm 3\cdot 13}{80}=\left[\begin{array}{l}-\frac{30}{80}\\ \frac{48}{80}\end{array}\right.$$

$-\frac{30}{80}$ ← нет, т.к. все положительные.

$$g=\frac{48}{80}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}.$$

$$x=\frac{\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}+1=\frac{3}{8}+1=\frac{11}{8}$$

Ответ: в $\frac{11}{8}$ раз увеличится.

№3.

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24.$$

$$\cancel{\frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}+1=(x+5)^2.}$$

~~очевидно, что при $x<-6$ нет решений~~

$$x^3-4x+80\geq 0.$$

Для решения рассмотрим.

$$(U+V)^3=U^3+3U^2V+3V^2U+V^3$$

$$(U+V)^3-3UV(U+V)=U^3+V^3.$$

Пусть $x=U+V$ $\qquad x^3-3UV\cdot x=U^3+V^3.$

в нашем случае

$3VU = 4 \qquad V = \frac{4}{3U}$

$V^3 + U^3 = -80$

$\left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{U^3} + U^3 = -80 \quad \Big| \cdot U^3$

$\left(\frac{4}{3}\right)^3 + U^6 + 80U^3 = 0$

$D = 40^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^3 = 4^2\left(10^2 - \frac{4}{27}\right).$

$U^3 = \frac{-40 \pm \sqrt{D}}{1} = -40 \pm 4\sqrt{100 - \frac{4}{27}}$

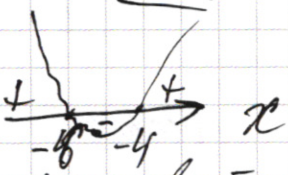
$x = \sqrt[3]{-40 \pm 4\sqrt{100 - \frac{4}{27}}} + \sqrt[3]{-40 \pm 4\sqrt{100 - \frac{4}{27}}}$

существует ~~3~~ корня: один $x - 9$. $\Rightarrow x \in [-9; \infty)$. ~~второй~~ ≈ 0 ~~третий~~

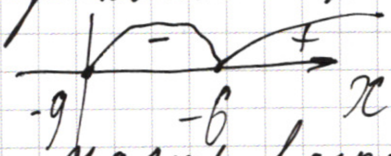
еще у левой части есть корень ~~второй~~ -6. второго и 3 нет.

Найдем корни правой части.

$D_1 = 25 - 24 = 1; \quad x = \frac{-5 \pm 1}{1} = \left[\begin{array}{l} -4 \\ -6. \end{array}\right.$



Найдем промежутки знакопостоянства левой части.



очевидно, что левая часть возрастает быстрее правой т.к. у нее основная степень $\approx 2{,}5$, а справа 2. $2{,}5 > 2$.

и т.к. правая часть начинает возрастать лишь с -6, то при $x > 6$ корней быть не может левая часть растет быстрее

$x = -6$ является корнем (найдено по сути подбором)

при $x < -6$ корней нет т.к. левая часть меньше 0, а правая больше.

Ответ: $x \in \{-6\}$

□ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

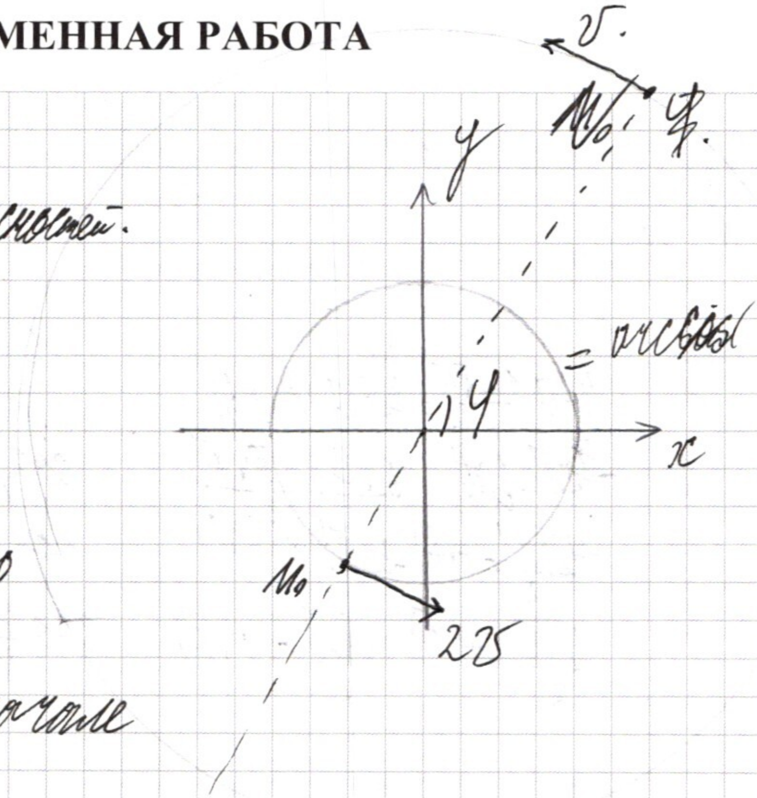
Найдем радиусы окружностей.

$R_n = 2\sqrt{1+7} = 4\sqrt{2}$.

$R_m = 5\sqrt{1+7} = 10\sqrt{2}$.

т.к. $tg \frac{x_m}{y}$

$\frac{y_m}{x_m} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7} = \frac{y_n}{x_n}$, то угловое расстояние между ними в начале $= \pi$.



Найдем относительную угловую скорость.

$\omega_n = \frac{v}{10\sqrt{2}}$ *, $\omega_m = \frac{2v}{4\sqrt{2}}$; $\omega_{отн} = -\frac{v}{10\sqrt{2}} + \frac{2v}{4\sqrt{2}} =$

$= \frac{5v - v}{10\sqrt{2}} = \frac{4v}{10\sqrt{2}} = \frac{2v}{5\sqrt{2}}$.

Тогда, в первый раз расстояние между ними будет минимально (расстояние минимально, когда оба лежат на прямой соединяющей центр и положение каждого, так, что они в 1 четверти пространства). через π:

$T_1 = \frac{\pi \cdot 5\sqrt{2}}{2v}$ и это положение повторяется ~~и~~ через 2π пройденные, а значит положение жука:

$x = R_n\cos(\varphi + T_1 \cdot \omega_n)$; $y = R_n\sin(\varphi + T_1 \cdot \omega_n)$

$$\boxed{T_n = \frac{(2n-1)\cdot\pi\cdot 5\sqrt{2}}{2v}}$$

$$x = R_2\left(\cos\varphi \cdot \cos\left(\frac{T n \cdot v}{10\sqrt{2}}\right) - \sin\varphi \cdot \sin\left(\frac{T n \cdot v}{10\sqrt{2}}\right)\right)$$

из начального положения жука:

$$\cos\varphi = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}; \quad \sin\varphi = \frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}.$$

$$y = R_2\left(\cos\varphi \cdot \sin\left(\frac{T n \cdot v}{10\sqrt{2}}\right) + \sin\varphi \cdot \cos\left(\frac{T n \cdot v}{10\sqrt{2}}\right)\right)$$

Найдем все координаты: $\frac{T n \cdot v}{10\sqrt{2}} = \frac{\pi(2n-1)}{4}$.

n	x	y	$\cos\left(\frac{Tn\cdot v}{10\sqrt{2}}\right)$	$\sin\frac{Tn\cdot v}{10\sqrt{2}}$
1	$5\sqrt{2}\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)$	$5\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{7}+1}{2}\right)$	$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
2	$-\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}$	$\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}$	$\cos\frac{3}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin\frac{3}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$
3	$\frac{5\sqrt{2}}{2}(-1+\sqrt{7})$	$-\frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7})$	$\cos\frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin\frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
4	$\frac{5\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7})$	$\frac{5\sqrt{2}}{2}(-1+\sqrt{7})$	$\cos\frac{7}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin\frac{7}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Далее будут повторения т.к. период sin и cos – 2π; ~~а следующая~~ а значит при $n \geq 5$ начинаются повторения; ведь: $\frac{9}{4}\pi = \left(\frac{1}{4}\pi - 2\pi\right)$ и т.д.

Ответ: координаты могут быть такими:

$$x = \frac{5\sqrt{2}}{2}\left(\pm 1 \mp \sqrt{7}\right); \quad y = \frac{5\sqrt{2}}{2}\left(\pm\sqrt{7} \pm 1\right)$$

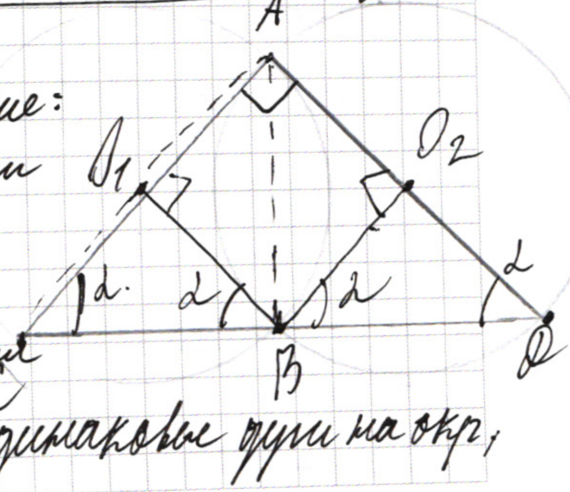
более подробно они изображены в таблице.

№6

Дано:
$R = 5$
$C \in \omega_1$
$D \in \omega_2$
$B \in CD$
$\angle CAD = 90^\circ$
$BF \perp CD$
$BF = BD$

Решение:

а) Так как окружности равны, то $\angle ADB = \angle ACB$ т.к. опираются на ~~дугу, отсе~~ хорду, которая отсекает одинаковые дуги на окр.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ведь их радиусы равны.

$\Rightarrow \triangle ACD$ - р/б, а углы $\angle ACD = \angle ADC = \frac{90°}{2} = 45°$

значит центральные углы $\angle AO_1B = \angle AO_2B = \overset{2 \cdot 45°}{\cancel{90}} = 90°$,

отсюда и из равенства сторон следует, что AO_2BO_1 - квадрат со стороной $a = R = 5$.

рассм. $\triangle O_2BD$ $O_2B = O_2D$ как радиусы. $\Rightarrow \angle O_2BD = \angle O_2DB = 45°$

аналогично для $\triangle O_1CB$.

$\angle O_1BC = 45° = \angle O_2BD$.

~~Допустим~~ Докажем, что $AB \perp CD$. AB - диагональ квадрата делит $\angle O_1BO_2$ пополам $\Rightarrow \angle ABO_2 = 45°$

$\angle ABD = \angle ABO_2 + \angle O_2BD = 90° \Rightarrow$ это перп.

отсюда. CA проходит через центр O_1, а AD через O_2 иначе $\angle ABD \neq 90°$; $\angle ABC \neq 90°$.

$CB = 2R \cdot \cos 45° = \frac{10}{\sqrt{2}} = BD$.

$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = 10\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \underline{10\ ед}$

Ответ: $CF = 10$

б) $BC = 6 = BD = BF = \cancel{A}$, $\Rightarrow$ ~~радиус окружности~~ $\cancel{R = \frac{CB}{2\cos 45°} =}$ ~~$= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$~~ ведь $\triangle ABD$ р/б.

т.к. $ABF = BD$, то $AB = FB \Rightarrow F = A$. (по условию в 1 сторону)

$S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot AB = \frac{36}{2} = 18\ ед^2$

Ответ: $S_{\triangle ACB} = 18\ ед^2$.

№7 $\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a. \end{cases}$

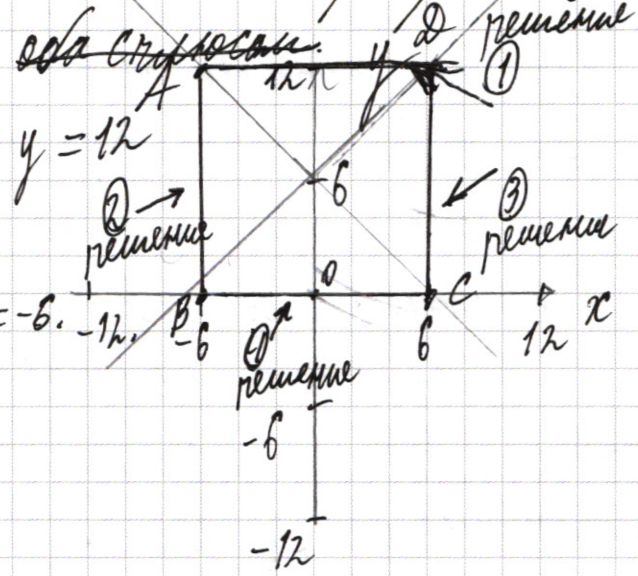
Изобразим первое уравнение на графике

① $\begin{cases} y-6-x\geq 0 \\ y-6+x\geq 0. \\ 2y-12=12. \end{cases}$ $\Rightarrow$ ~~оба слагаем~~ $y=12$

② $\begin{cases} y-6-x\geq 0 \\ y-6+x\leq 0. \\ -6-x+6-x=12. \end{cases}$ $x=-6.$

③ $\begin{cases} y-6-x\leq 0 \\ y-6+x\geq 0 \\ 2x=12 \quad x=6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y-6-x\leq 0 \\ y-6+x\leq 0 \\ -2y+12=12. \end{cases}$ $y=0.$



Получаем квадрат со стороной 12.

2-е уравнение ~~это~~ ~~обрезанная~~ окружность, она которая отзеркалена ~~обрезана. Ox и Oy и существует только в 1 и 1 четвертях.~~ ~~$\sqrt{a}$~~ — её радиус

Она отзеркалена во все четверти по подобию с 1.

$\sqrt{a}$ — её радиус.

Я вижу 2 случая, когда всего 2 решения.

① Если окружность касается стороны DC то это происходит в 1 и 2 четвертях $(6;6)$ и $(-6;6)$ из симметрии. $r=O_1D=8-6=2.$

O_1, O_2, O_3, O_4 — центра соотв. четвертям окр.
$(8;6)$ $(-8;6)$ $(-8;-6)$ $(8;-6)$

$r=2 \Rightarrow \sqrt{a}=2.$

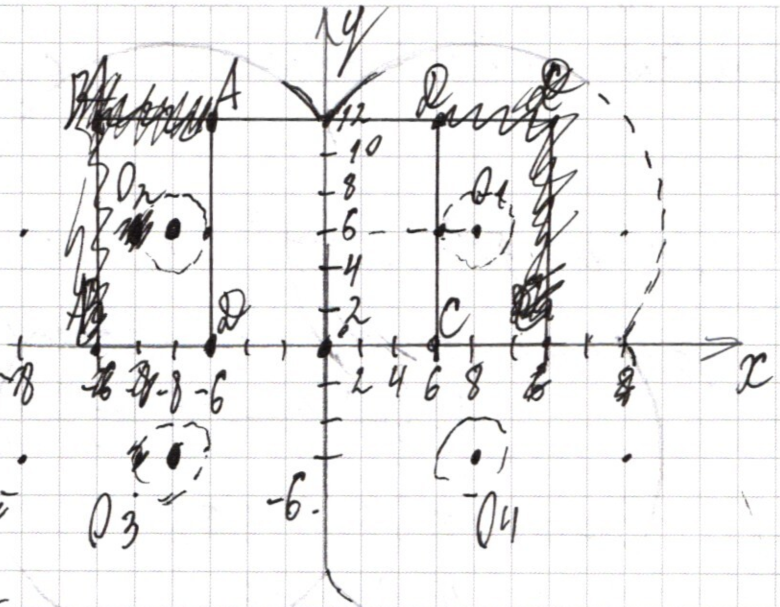
$\underline{\underline{a=4}}$

② ~~Ото~~ ~~Несколько~~ ~~случаев~~ случай пересечения всех окружностей с квадратом в 2 симметричных точках. (сер BAD и сер BC) точки $(0;0)$ и $(0;12)$

2 решения.

$R = \sqrt{6^2+8^2} = 10$

$\sqrt{a} = 10 \Rightarrow \underline{a = 100}$



(3)

при $a > 100$ нет решений совсем. при $a \in (4;100)$ число решений − 4 (~~легко проверить меняя длину~~

при $0 \le a < 4$ нет решений при $a < 0$ никак не может найтись решение т.к. сумма квадратов неотриц.

Ответ: $a \in \{4; 100\}$

№3

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \ge 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \ge 0 \\ x \ge 2. \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \ge 0. \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) $2x^4 + 7x^2 + 4 \ge 3x^3 + 4x \qquad x \ge 2$

подставим $x = 2$.

$16\cdot 2 + 7\cdot 4 + 4 \ge 8\cdot 3 + 8.$ $\qquad 2 \ge 1$

$4(8\cdot 2 + 7 + 1) \ge 8\cdot 4$ $\qquad$ ~~$4\cdot 8\cdot 2 \ge 8\cdot 4$~~

так как обе части возрастают на $x \in [2;\infty)$, а левая имеет 4 степень, когда правая только 3, то левая часть растет быстрее правой. а так как и при $x=2$.

Левая часть больше, то левая часть > правой на всей области $x \in [2;\infty)$.

(2)

$2x^4 \cancel{+} -5x^2 + 3x^3 - 4x + 4 \geq 0 \qquad x < 2.$

Заметим, что $x=1$ — корень

	2	3	-5	-4	4
1	2	5	0	-4	0.

$(x-1)(2x^3+5x^2-4) \geq 0.$; заметим, что $x=-2$ — корень

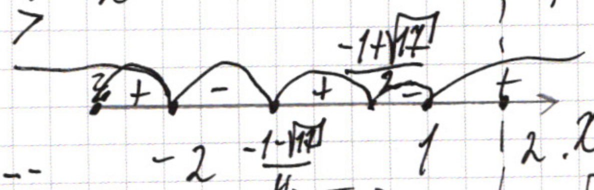
	2	5	0	-4
-2	2	1	-2	0.

$(x+2)(x-1)(2x^2+x-2) \geq 0$

$D = 1+16$; $x = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$ проверим. > -2. $\sqrt{17} < 7$, очевидно что так.

методом интервалов Найдем решение неравенства



$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$

Ответ: $x \in [\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; \infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

700	2
350	5
70	2
35	5
7	7
1	1

_ _ _ _ _ _ _ _ 8 мест.

5 2 5 2 7 1.

или

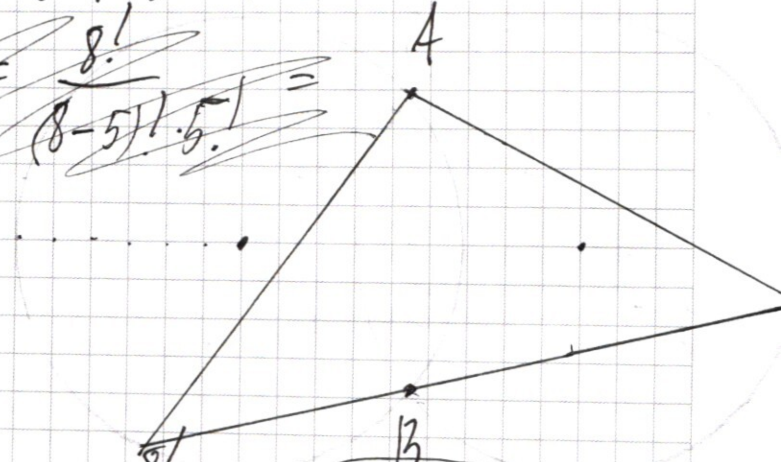
4 5 5 7

$\cancel{C_8}$

$\cancel{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 5!}$

$$\frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{4} = \cancel{C_n^k = \frac{8!}{(8-5)!\cdot5!} =}$$

$$= \frac{8!}{4!}$$



$$N = \frac{8!}{4!} + \frac{8!}{2\cdot4!} = 1{,}5\,\frac{8!}{4!} = \boxed{3\cdot8\cdot7\cdot5}$$

2.

$b_1 = b_0$

$b_2 = bq$

$b_n = b_0 q^{n-1}.$

$b_3 = b_0 q^2.$

$b_9 = b_0 q^8.$

$b_6 = b_0 q^5$

$S_{1000}\cdot q^2$

$q^3.$

$$S_3 = b_0\,\frac{(1-q^{1000\cdot3})}{1-q^3}.$$

$$S = b_0\,\frac{(1-q^{3000})}{1-q}.$$

$S + S_3\cdot49 = 10S$

$9S = S_3\cdot49.$

$S_2 = b_0\cdot$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___
(Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}^{\,1+1} = x^2+10x+24+1-1.$

$\frac{x+6}{\sqrt{2}}$ $\quad 8\cdot\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{2}} = 4+20+24.$

$(x+5)^2 = \frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3}$

$81=9^2=3^4.$

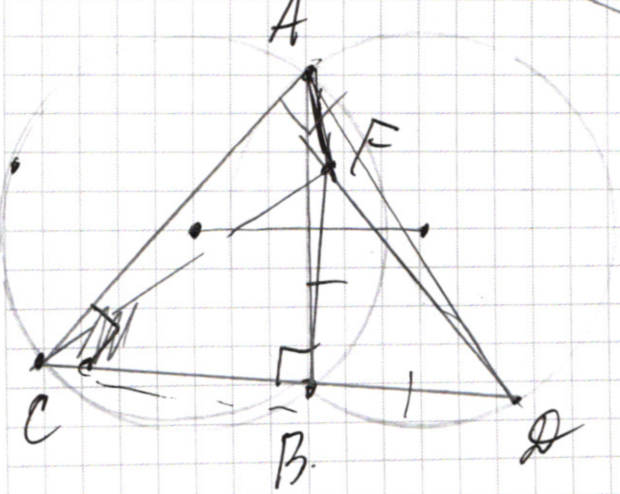
$x^3-4x+80\geq 0.$

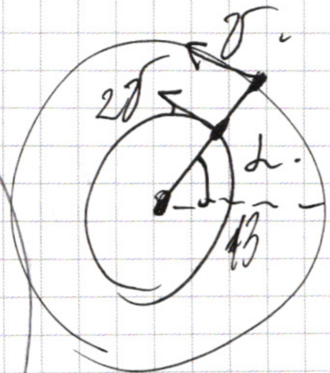
$42\cdot 7=280$

$280 \cdot 9 = 2520$

$5\cdot 5\sqrt{8} = 10\sqrt{2}$

$R_1 = 4\sqrt{2}.$ $\quad \frac{R_2}{R_1}=\frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 2{,}5$





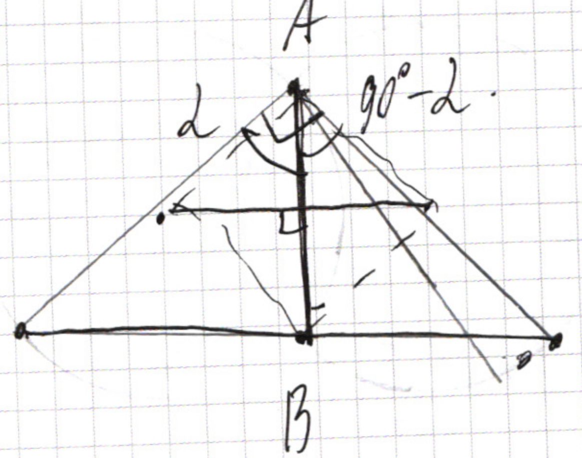
ис. 7

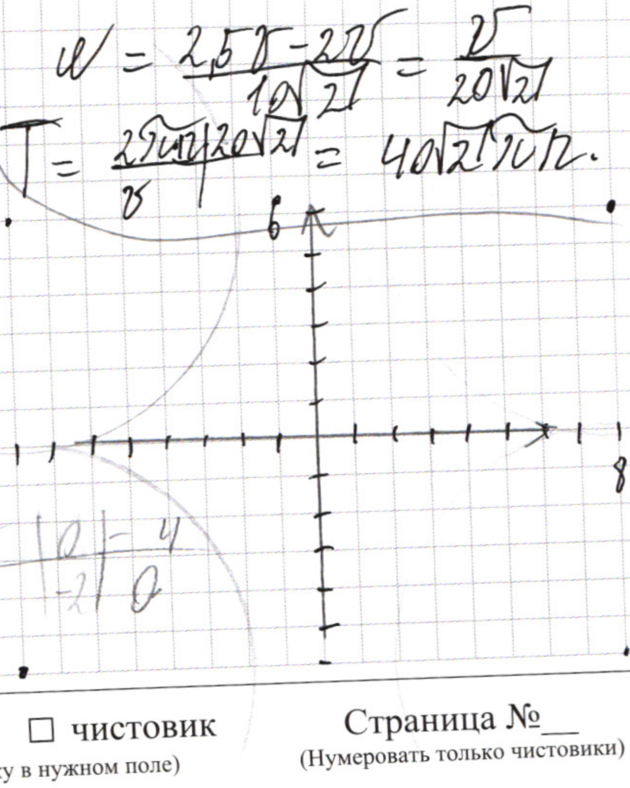
280 · 9 = 2520

$\omega_1=\frac{2v}{R_1}=\frac{2v}{4\sqrt{2}}$; $\omega_2=\frac{v}{R_2}=\frac{v}{10\sqrt{2}}$

$\omega=\frac{2{,}5v-2v}{10\sqrt{2}}=\frac{v}{20\sqrt{2}}$

$T=\frac{2\pi R\cdot 20\sqrt{2}}{v}=40\sqrt{2}\pi R.$





-4					
2	-2	$2/2$	$5/1$	$10/-2$	$-4/0$