

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

abcdefgh - восьмизначное число

a.b.c.d.e.f.g.h - число

Найти количество таких чисел

Решение:

Разложим 9900 на простые множители

$$9900 = 70^2 = 35^2 \cdot 2^2 = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 2^2$$

$$a.b.c.d.e.f.g.h = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2$$

Теперь рассмотрим 2 случая

1) Среди множителей 2 двойки, т.е.

2 множителя - двойки, 2 множителя - 5, 2 множителя - 7, и останется 2 множителя - 1.

Таким образом, число, состоящее из

таких цифр можно записать $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$ различными

способами

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 12 \cdot 30 \cdot 7 = 12 \cdot 210 = 2520 \text{ вариантов}$$

2) Среди множителей 1 четверка, т.е.

1 множитель - четверка, 2 множителя - 5, 2

множителя - 7 и останется 3 множителя -

1. Число, состоящее из таких цифр

можно записать $\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!}$ способами

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 42 = 1680 \quad \text{ВАРИАНТОВ}$$

$$3 \text{ (ЕЩЕ)} \quad \text{ВАРИАНТОВ} \quad 2520 + 1680 = 4200$$

ОТВЕТ: 4200

N 2 (X)

$(b_n): b_1, b_2, b_3, \dots, b_{3000} \quad b_i > 0$, СУММА = S

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

• ЕСЛИ КАЖДОМУ ТРЕТЬЕМУ ЧЛЕНУ

$$S = b_1 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q}$$

УВЕЛИЧИТЬ В ЧО РАЗ, ТО

МЫ ПОЛУЧИМ $\{b_1, b_2, b_3 + 3b_3, \dots\}$

Т.Е. ИХ СУММА БУДЕТ РАВНА $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{3000} +$

$$+ 3b_3 + 3b_6 + 3b_9 + \dots + 3b_{3000} = S + 3b_1 \cdot q^2 \left(\frac{1-(q^3)^{1000}}{1-q} \right) = S + 3b_1 \cdot q^2 \left(\frac{1-q^{3000}}{1-q} \right)$$

• ЕСЛИ ВСЕ ЧЛЕНЫ, СТОЯЩИЕ НА ЧЕТНЫХ

МЕСТАХ УВЕЛИЧИТЬ В 2 РАЗА, ТО МЫ ПОЛУЧИМ

$\{b_1, b_2 + 2b_2, b_3, b_4 + 2b_4, \dots\}$ Т.Е. ИХ СУММА

БУДЕТ РАВНА $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{3000} + 2(b_2 + b_6 + b_{10} + \dots + b_{3000}) =$

$$= S + 2b_1 \cdot q \left(\frac{1-(q^2)^{1500}}{1-q} \right) = S + 2b_1 \cdot q \left(\frac{1-q^{3000}}{1-q} \right)$$

• ПОЛУЧАЕМ СИСТЕМУ

$$\begin{cases} S = b_1 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q} \\ 5S = S + 3b_1 \cdot q^2 \left(\frac{1-q^{3000}}{1-q} \right) \\ S_2 = S + 2b_1 \cdot q \left(\frac{1-q^{3000}}{1-q} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-q^{3000}}{1-q} = \frac{S}{b_1} \\ 5S = S + 3b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{S}{b_1} \\ S_2 = S + 2b_1 \cdot q \cdot \frac{S}{b_1} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 4S = 39 \cdot q^2 \cdot S \\ S_2 = S + 29S \end{cases}$$

ТАК

КАК

ВСЕ

ЧЛЕНЫ

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ

ЗНАЧИТ

$S \neq 0$

$$\begin{cases} 4 = 39 \cdot q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_2 = S(1 + 29) \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = \pm \frac{2}{\sqrt{39}} \quad (q \text{ НЕ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ, +, К ВСЕ ЧЛЕНЫ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ}) \\ S_2 = S \left(1 + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{39}} \right) = S \left(1 + \frac{4\sqrt{39}}{39} \right) = S \left(\frac{39 + 4\sqrt{39}}{39} \right) \end{cases}$$

ОТВЕТ: УВЕЛИЧИТСЯ В $\frac{39 + 4\sqrt{39}}{39}$

N3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x\sqrt{2}}{4} + \frac{10\sqrt{2}}{4} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x + 10)(x - 4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} (x + 10) \sqrt{x^3 - 64x + 200} - (x + 10)(x - 4) = 0$$

$$(x + 10) \left(\frac{\sqrt{2x^3 - 128x + 400}}{4} - x + 4 \right) = 0$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ \frac{\sqrt{2x^3 - 128x + 400}}{4} - x + 4 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^3 - 128x + 400} &= 4x - 16 & 4x - 16 &\geq 0 & 4x &\geq 16 & x &\geq 4 \\ 2x^3 - 128x + 400 &= 16x^2 - 128x + 16 \cdot 16 \end{aligned}$$

$$\cancel{x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 32x + \cancel{128}}$$

$$\cancel{x^3 - 8x^2 - 32x + 72 = 0}$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ \underline{x^3 - 6x^2} & x^2 - 2x - 12 \\ -2x^2 + 10x & \\ \underline{-2x^2 + 12x} & \\ -12x + 72 & \\ \underline{-12x + 72} & \\ 0 & \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 12 = (x - (1 + \sqrt{13}))(x - (1 - \sqrt{13}))$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 12 = 13$$

$$x = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = (x-6)(x^2 - 2x - 12) = (x-6)(x - (1 + \sqrt{13}))(x - (1 - \sqrt{13}))$$

$$\begin{cases} x=6 \\ x=1+\sqrt{13} \\ x=1-\sqrt{13} \end{cases} \text{ - НЕ ПОДКОЗИТ}$$

$$\begin{array}{l} 1+\sqrt{13} \checkmark 4 \\ \sqrt{13} \checkmark 3 \\ 13 > 9 \end{array}$$

$$\sqrt{13} \approx 3,6$$

ПРОВЕРКА КОРНЕЙ

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$x = -10$$

$-1000 + 640 + 200 \geq 0$ - НЕ ВЕРНО, ЗНАЧИТ -10 НЕ ЯВЛЯЕТСЯ КОРНЕМ

$$x = 6$$

$$36 \cdot 6 - 64 \cdot 6 + 200 \geq 0$$

$$36 \cdot 3 - 64 \cdot 3 + 100 \geq 0$$

$$3(36 - 64) + 100 \geq 0$$

$$-3 \cdot 28 + 100 \geq 0 \text{ - ВЕРНО, ЗНАЧИТ } 6 \text{ ПОДКОЗИТ}$$

$$x = 1 + \sqrt{13}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 \geq 0$$

$$1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$40 + 39\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 \geq 0$$

$$240 - 64 + (39 - 64)\sqrt{13} \geq 0$$

$$176 - 25\sqrt{13} \geq 0$$

$$176 \geq 25\sqrt{13}$$

$$30976 \geq 8125 \quad - \text{ВЕРНО}, \quad \text{значит} \quad 1 + \sqrt{13} - \text{корень}$$

ОТВЕТ: $6; 1 + \sqrt{13}$

NY

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

~~XXXX~~

1) $x \geq -2 \quad |x+2| = x+2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad |x+2 \\ - 4x^4 + 4x^3 \\ \hline -5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$-5x^3 - 9x^2$$

$$-5x^3 - 9x^2$$

$$0 + 4x + 4$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad |x-2 \\ - 4x^3 + 8x^2 \\ \hline -x^2 + 4x + 4 \\ - -x^2 + 2x \\ \hline -2x + 4 \\ - -2x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

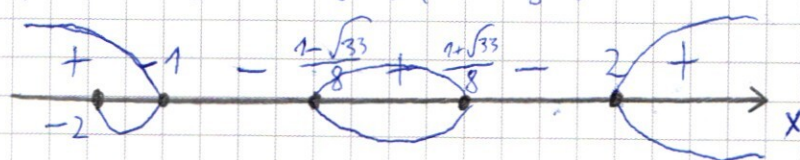
$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0$$

$$4x^2 - x - 2 = 4\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$



$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

$$2) x < -2 \quad |x+2| = -(x+2)$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\# \text{ пусть } x = -n \quad n \in (2; +\infty)$$

$$(*) \quad 4n^4 + 5n^3 + 11n^2 - 4n + 4 \geq 0$$

$$4n^4 + 11n^2 + 4 \geq 5n^3 + 4n$$

$$4n^4 + 11n^2 - 4n + 4 \geq 5n^3$$

$$4n^4 + \frac{80}{22} \geq 5n^3$$

$$4n^4 \geq 5n^3$$

$$4n^4 - 5n^3 \geq 0$$

$$n^3(4n - 5) \geq 0$$

$$4n - 5 \geq 0$$

$$n \geq \frac{5}{4}$$

чтобы неравенство не выполнялось, надо

чтобы $n \in (-\infty; \frac{5}{4}]$, но $n \in (2; +\infty)$, значит

(*) все $n \in \mathbb{R}$ выполняются, т.е. $x \in \mathbb{R} \setminus \{x < -2\} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$

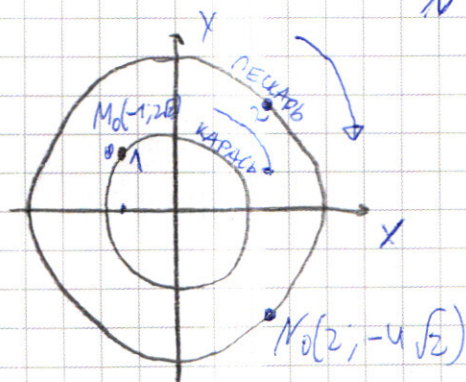
$$\text{ОТВЕТ: } (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

№5 (1 часть)

$$\bigcup_{\text{КАРКА}} = 2,5 \bigcup_{\text{ПЕСКАР}}$$

Найти: (x, y) ПЕСКАР при которых

$D(\text{ПЕСКАР}; \text{КАРКА}) = \text{минимум}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

РАССЧУТАРИМ

РА РАЧУСЫ

ОКРУЖНОСТИ

$$r_{\text{кар.}} = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{1+8} = 3$$

$$r_{\text{пес.}} = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4+32} = 6$$

$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 3^2 \\ x_2^2 + y_2^2 = 6^2 \\ y_1 = ax_1 \\ y_2 = ax_2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 3^2 \\ x_2^2 + a^2 x_2^2 = 6^2 \\ y_1 = ax_1 \\ y_2 = ax_2 \end{cases}$$

$$\frac{y_1}{x_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

РАССМОТРИМ

СЛУЧАИ

$$x_1 = x_2 = 0$$

$$U = W \cdot V$$

$$U_{\text{кар.}} = W_1 \cdot 3 = 2,5 \cdot W_2 \cdot 6$$

$$3W_1 = 15W_2$$

$$x_2^2 + y_2^2 = 6^2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = 5$$

$$U = W \cdot V$$

$$U_{\text{кар.}} = W_1 \cdot 3 = 2,5 W_2 \cdot 6$$

$$\frac{W_{\text{кар.}}}{W_{\text{пес.}}} = 5$$

$$W_{\text{кар.}} = 5W_{\text{пес.}}$$

$$r_{\text{кар.}}(t) = -\arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \pi + \omega_{\text{кар.}} \cdot t$$

$$r_{\text{пес.}}(t) = -\arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \omega_{\text{пес.}} \cdot t$$

$$\pi + \omega_{\text{кар.}} \cdot t_1 = \omega_{\text{пес.}} \cdot t_2$$

$$t_2 = \frac{\pi + \omega_{\text{кар.}} \cdot t_1}{\omega_{\text{пес.}}} = \frac{\pi + 5\omega_{\text{пес.}} \cdot t_1}{\omega_{\text{пес.}}} = \frac{\pi}{\omega_{\text{пес.}}} + 5t_1$$

$$r_{\text{кар.}} = -\arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \pi + \omega_{\text{кар.}} \cdot t$$

$$x_{\text{нар}} = -1 - 3\cos(t)$$

$$y_{\text{нар}} = 2\sqrt{2} - 3\sin(t)$$

$$x_{\text{нел}} = 2 - 6\cos(t)$$

$$y_{\text{нел}} = -4\sqrt{2} - 6\sin(t)$$

№6 (1 чактб)

Решено:

$$R=13$$

$$\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$$

$$C \in \omega_1$$

$$D \in \omega_2$$

$$B \in CE$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

~~Аналогично~~

$$BC=10$$

$$BF=BD$$

$$|AF| (F?)$$

$$S_{\text{АЧ}}=?$$

Решение:

а) ① чтобы было

возможно, что

$$\angle CAD = 90^\circ, \text{ чактб, чтобы}$$

$$\angle AOB = 90^\circ \text{ (на рисунке 1) } \angle BCA = \angle ADB \text{ как опр.}$$

$$\text{на } \theta \text{ или } 45^\circ \text{ значит } \angle = 90^\circ \rightarrow \angle = 45^\circ$$

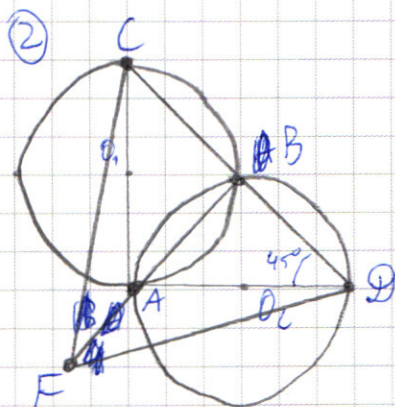
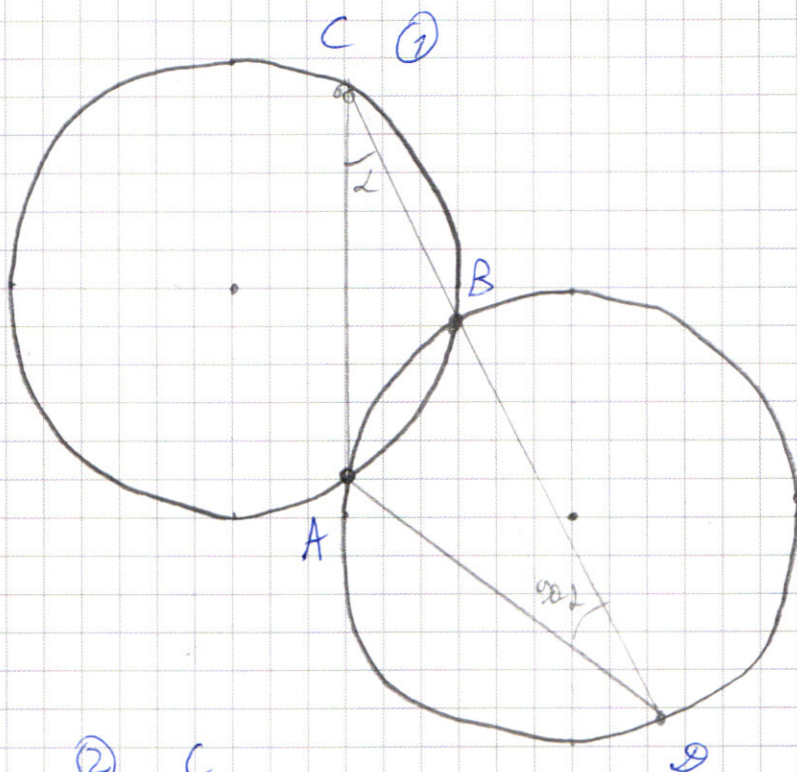
$$\textcircled{2} CF = FD \text{ т.к. } \triangle CFD - \text{р/б т.к. } AB \perp CD$$

$$\textcircled{3} \triangle ACD - \angle A = 90^\circ \Rightarrow CD = 26\sqrt{2} \Rightarrow BC = AB = 13\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \angle DAF = 45^\circ \text{ (180}^\circ - \angle DAB = 45^\circ)$$

$$\angle DAF = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 45^\circ$$

$$\angle BFD = 90^\circ$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 & (1) \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

1) $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

РАСЧИСЛ. МОДУЛИ ПОЛУЧИМ
 $y=0$, СТРОИМ НА ГРАФИКЕ

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$x=8$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$x=-8$

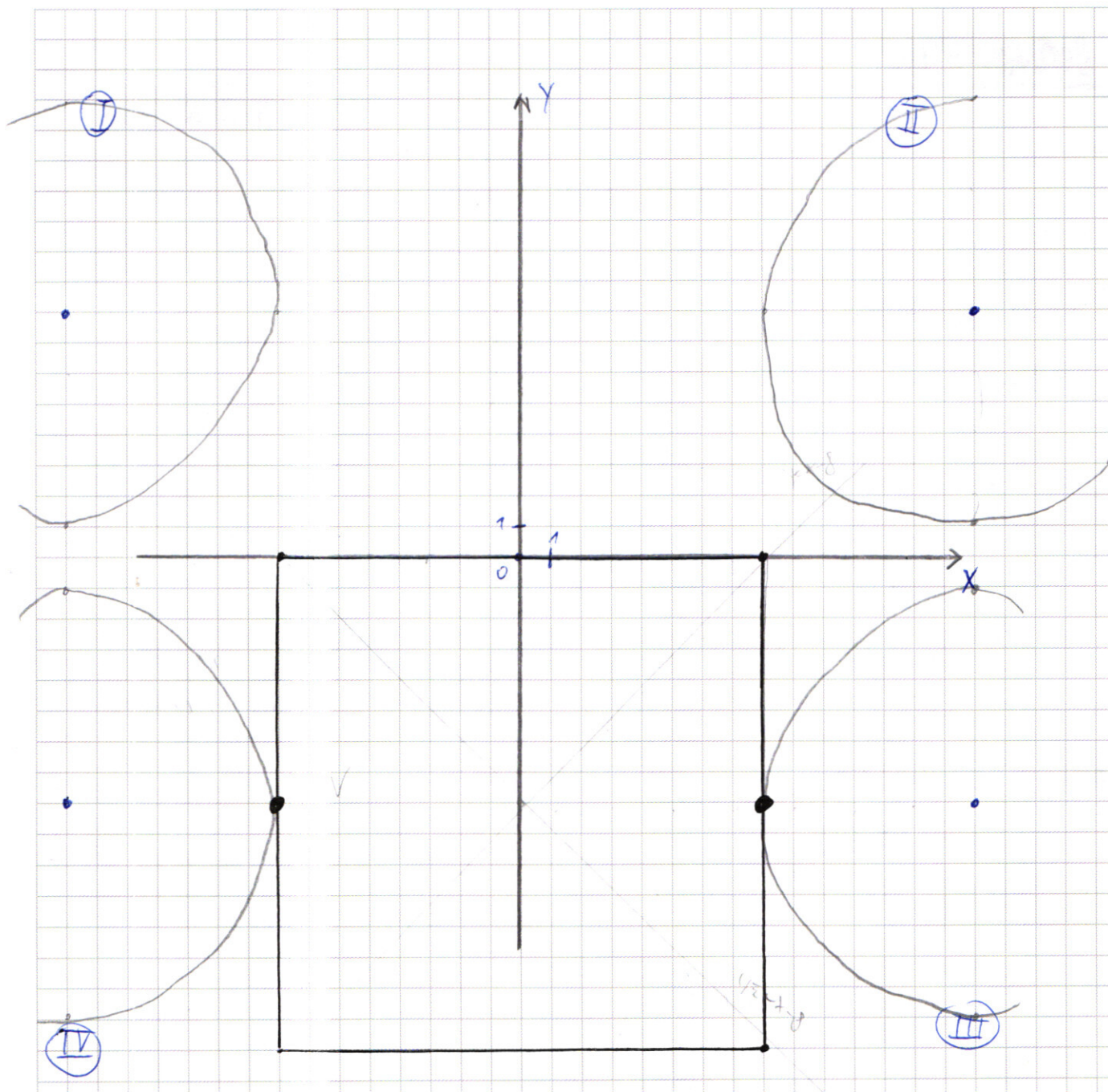
$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$y=-16$

КВАДРАТ НА ГРАФИКЕ ЭТО ГРАФИК (1)

2) $(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = (\sqrt{a})^2$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x-15)^2 + (y-8)^2 = (\sqrt{a})^2$$



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y+8)^2 = (\sqrt{a})^2$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y-8)^2 = (\sqrt{a})^2$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y+8)^2 = (\sqrt{a})^2$$

у ЧАСТИ
ЦЕНТРАМИ $(\pm 15; \pm 8)$ ЕСТЬ

у

ЧАСТИ

ОКРУЖНОСТЕЙ с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

чтобы получить 2 корня, ~~также можно~~

можно

для получения 2 корней надо чтобы

окружности в III и IV полуплоскостях
(обозначено на рисунке)

касались прямоугольника т.е. их радиус

должен быть равен 7, т.е. $\sqrt{a} = 7$, т.е.

$$a = 49$$

ОТВЕТ: 49

N6 (2 часть)

а) т.к. $BA = BD$ и $BF = BD$, значит $A = F$

$$CF = CA = 2 \cdot R = 26 \text{ ед.}$$

б) ~~если $BC = 10$~~
 $BC \neq 10$ и S_{ACE} не определена

ОТВЕТ: а) 26 ед.

б) не определена

N5 (2 часть)

$$\begin{cases} y_{\text{кар}} = a x_{\text{кар}} \\ y_{\text{лес}} = a x_{\text{лес}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2} - 3 \sin(t) = a \cdot (-1 - 3 \cos(t)) \\ -4\sqrt{2} - 6 \sin(t) = a (2 - 6 \cos(t)) \end{cases}$$

$$a = \frac{3 \sin(t) - 2\sqrt{2}}{1 + 3 \cos(t)}$$

~~$$6 \cdot \sin(t) + 4\sqrt{2} = \frac{3 \cdot \sin(t) - 2\sqrt{2}}{1 + 3\cos(t)} \cdot (6 \cdot \cos(t) - 2)$$~~

~~$$(6 \cdot \sin(t) + 4\sqrt{2})(1 + 3\cos(t)) = (3 \cdot \sin(t) - 2\sqrt{2})(6 \cdot \cos(t) - 2)$$~~

~~$$6 \sin(t) + 12 \cos(t) + 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2} \cos(t)$$~~

~~$$18 \sin(t) \cdot \cos(t) + 6 \cdot \sin(t) + 12\sqrt{2} \cdot \cos(t) + 4\sqrt{2} = 18 \sin(t) \cdot \cos(t) - 6 \sin(t) - 12\sqrt{2} \cdot \cos(t) + 4\sqrt{2}$$~~

~~$$12 \cdot \sin(t) = -24\sqrt{2} \cdot \cos(t)$$~~

~~$$\sin(t) = -2\sqrt{2} \cdot \cos(t)$$~~

~~$$\operatorname{tg}(t) = -2\sqrt{2}$$~~

~~$$t = -\operatorname{arctg}(2\sqrt{2}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$~~

ПРОВЕРКА

~~$$2\sqrt{2} - 3 \cdot \sin(-\operatorname{arctg}(2\sqrt{2})) = a$$~~

$$6 \cdot \sin(t) + 4\sqrt{2} = \frac{3 \sin(t) - 2\sqrt{2}}{1 + 3\cos(t)} (6 \cos(t) - 2)$$

$$18 \sin(t) \cdot \cos(t) + 6 \cdot \sin(t) + 12\sqrt{2} \cdot \cos(t) + 4\sqrt{2} = 18 \sin(t) \cdot \cos(t) - 6 \sin(t) - 12\sqrt{2} \cdot \cos(t) + 4\sqrt{2}$$

$$12 \cdot \sin(t) = -24\sqrt{2} \cdot \cos(t)$$

$$\sin(t) = -2\sqrt{2} \cdot \cos(t)$$

$$\operatorname{tg}(t) = -2\sqrt{2}$$

$$t = -\operatorname{arctg}(2\sqrt{2}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

ОТВЕТ: $x = 2 - \frac{9\sqrt{2}}{2}; 2 + \frac{9\sqrt{2}}{2}$

$$y = -2\sqrt{2}$$

~~$$-4\sqrt{2} + 6 \cdot \sin(\operatorname{arctg}(2\sqrt{2})) = -4\sqrt{2} + \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{5}$$~~

$$2 - 6 \cos(\operatorname{arctg}(2\sqrt{2})) = 2 - 6 \cdot \frac{3}{5\sqrt{2}} = 2 - \frac{9\sqrt{2}}{5}$$

$$\lambda(x^2 - 8x) + 200$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000} \quad 6 \cdot (-2) \cdot 14 + 200 b_1 > 0$$

$$6(6-8)(6+8) \quad -14 \cdot 6 + 106$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 64 \\ -36 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$b_1 + \dots + b_{3000} = 5 \cdot \frac{14}{84}$$

$$b_1, b_2, \dots, b_3$$

$$b_1 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q} = 5$$

$$39(b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{3000})$$

$$5 = b_1 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q} + 39(b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000})$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 40 = 49$$

$$b_1 = b_1$$

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5$$

$$6^3 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$64 - 8 -$$

$$36 \cdot 3 - 4 \cdot 6^2 + 36x\sqrt{2} + \frac{10\sqrt{2}}{4}$$

$$8 - 32 - 64 + 72$$

$$27 -$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{x+10}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{4} (x+10)$$

$$8 - 32$$

$$16 - 16 \cdot 8 + 8 \cdot 7$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 12 = 13$$

$$-8 - 32 + 37 + 72$$

$$8 \cdot 2 - 8 \cdot 12$$

$$x = 1 \pm \sqrt{13} \quad 64 - 128 - 128 + 72$$

$$8 - 8 \cdot 4 - \frac{64}{12} + 72$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$t \left(\frac{x\sqrt{2}}{4} + \frac{10\sqrt{2}}{4} \right) = (x+10)(x-4)$$

$$80 - 32 - 64$$

$$16 - 128 + 72$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} t = x - 4$$

$$x^3 - 164x + 200 = 8x^2 - 64$$

$$\frac{8}{16} \cdot t^2 = x - 4 \quad x^2 - 8x + 16$$

$$t = 8x - 32$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{y+x+8} - \sqrt{y+x+8} = 16$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$|y+16| + |\sqrt{y+8}| = 16$$

$$-y-x-8 - y-x-8 = 16$$

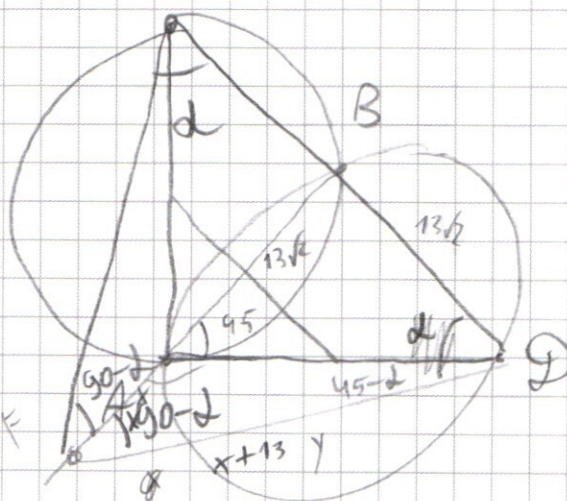
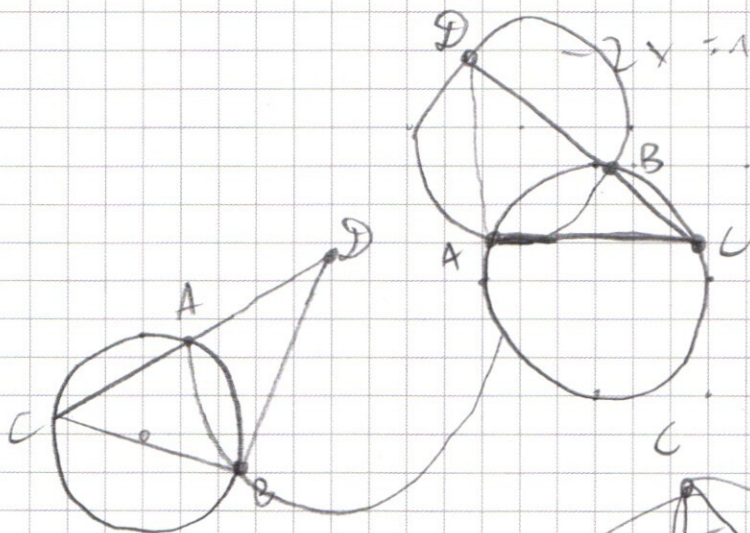
$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

$$-(y+x+8)$$

$$-y-x-8 + y-x+8 = 16$$

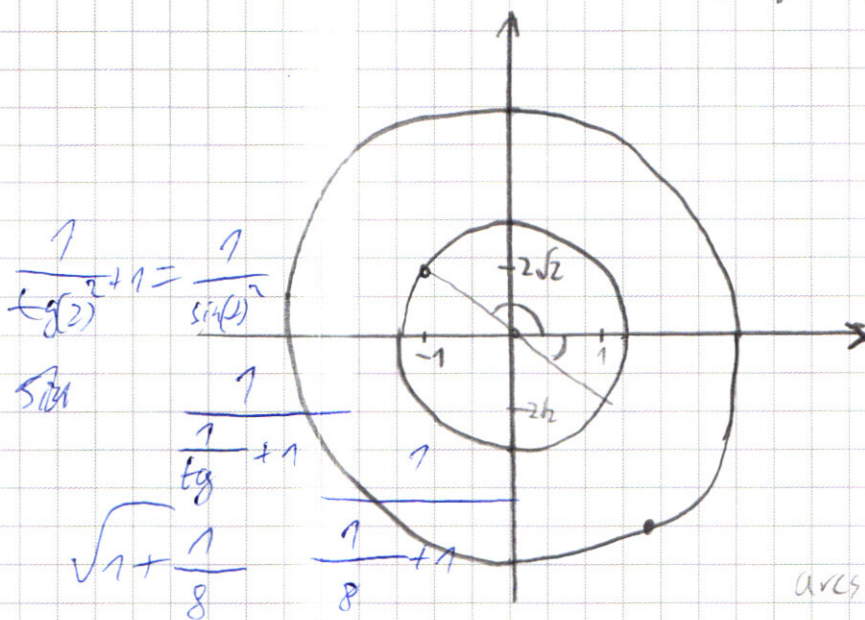
$$-2x = 16$$



$$x \cdot 2x = 26^2$$

$$x^2 = 26 \cdot 13$$

$$b_1 \cdot q^2, b_1 \cdot q^5$$



$$\pi + \arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \pi$$

$$r_1(t) = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \pi + \omega \cdot t$$

$$\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$r_2(t) =$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{8}}$$

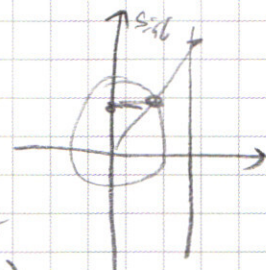
$$\sin\left(\frac{-4\sqrt{2}}{6}\right)$$

$$x_1 = 3 \cos(t)$$

$$x_1 = 3 \cos(t) +$$

$$y_1 = 3 \sin(t)$$

$$x_2 =$$



$$3 \cdot \sin(-\arctg(2\sqrt{2})) - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sin}{\cos} = -2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$-3$$

$$\sin(2) = \frac{8}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$3 \cdot \sin(-\arctg(2\sqrt{2})) = 2\sqrt{2}$$

$$-3 \cdot \sin(\arctg(2\sqrt{2})) - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{1}{\sin(2)}$$

$$\sin(\arctg(2\sqrt{2})) = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin$$

$$\tan^2 + 1 =$$

$$\frac{1}{8} + 1 = \frac{1}{\sin^2(2)}$$

$$\frac{1}{\tan^2 + 1} = \frac{1}{\sin^2(2)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \sin(x) \cdot \sin(y) = \cos(x-y) - \cos(x+y) = \cos(x) \cos(y) + \sin(x) \sin(y) - (\cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y))$$

$$2 \cdot \cos(x) \cdot \cos(y) = \cos(x+y) + \cos(x-y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y) + \cos(x) \cos(y) + \sin(x) \sin(y)$$

$$2 \sin(x) \cdot \cos(y) = \sin(x+y) + \sin(x-y) = \sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y) + \sin(x) \cos(y) - \cos(x) \sin(y)$$

$$\cos(a) + \cos(b) =$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos(a) - \cos(b) = -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin(a) + \sin(b) = 2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} x-y &= a \\ x+y &= b \end{aligned}$$

$$2x = a+b$$

$$x-y = a$$

$$-2y = a-b \quad y = -\frac{a-b}{2}$$

$$x+y = a$$

$$\sin(nx) = 2^{n-1} \cdot \sin(x) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{n}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{2\pi}{n}\right) \cdot \dots \cdot \sin\left(x + \frac{(n-1)\pi}{n}\right) = \prod_{k=0}^{n-1} 2^{n-1} \cdot \sin\left(x + \frac{k\pi}{n}\right)$$

$$2 \cdot \cos(x)^2 = 1 + \cos(2x) = 1 + \cos(x)^2 - \sin(x)^2$$

$$2 \cdot \sin(x)^2 = 1 - \cos(2x) = 1 - (\cos(x)^2 - \sin(x)^2)$$

$$\sin(2x) = \frac{2 \tan(x)}{1 + \tan(x)^2}$$

$$\cos(2x) = \frac{1 - \tan(x)^2}{1 + \tan(x)^2}$$

$$4+5-9-4+4$$

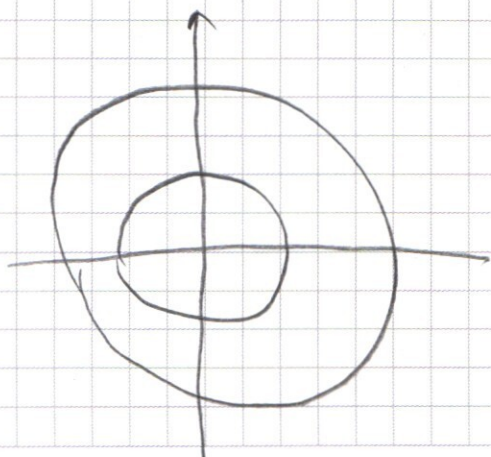
$$4-5-9+4+4$$

$$12-14$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 / (x+2) + 4 \geq 0$$

$$4-5-9+4+4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4 \geq 5x^2 / (x+2)$$



$$4x^4 - 9x^3 + 4x + 4x^3 - 9x^2 + 4$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4$$

$$|x+8| + |x-8| = 16$$

$x +$

$$y + x + 8 \geq 0$$

$$(x-15)^2 +$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16 + f(x)$$

-8

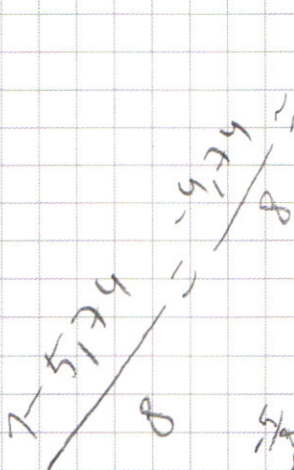
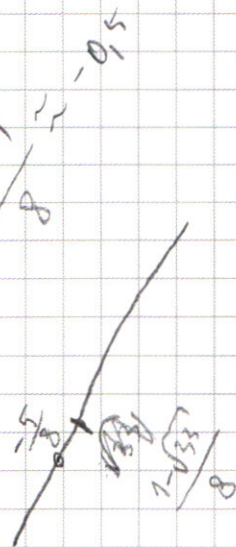
$$y - x + 8 \geq 0$$

$$x > 0$$

$$|y-x+8| + |y+x+8|$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



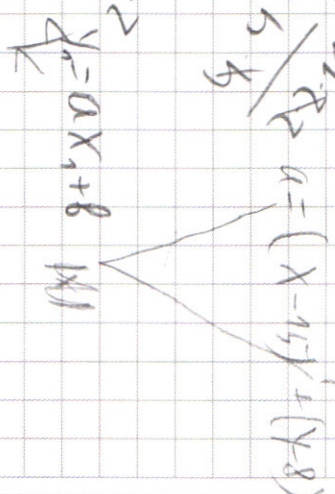
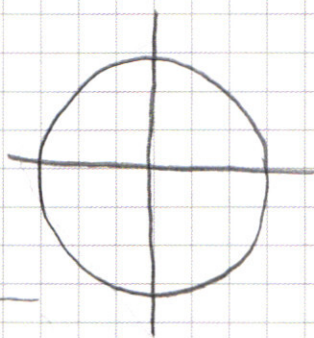
$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$



$$y + x + 8 \geq 0$$

$$(x-15)^2 +$$



$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$

$$\frac{5x+5y-8}{8}$$