

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

м 1.

1) Разложим 4900 на простые множители

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

2) Из данных простых множителей только два можно умножить друг на друга и получить однозначное число.

$$2 \times 2 = 4$$

3) Произведение, умноженное на eight не изменяется.

4) Итого: Набор цифр:

а) $1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$

б) $1 \times 1 \times 1 \times 4 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$

5) Посчитаем кол-во комбинаций цифр

а)
$$\underbrace{8!}_{8 \text{ цифр}} : \underbrace{2!}_{2 \text{ eight}} : \underbrace{2!}_{2 \text{ дв.}} : \underbrace{2!}_{2 \text{ чет.}} : \underbrace{2!}_{2 \text{ сем.}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} =$$

$$= \underline{7} \cdot \underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot 3 = 20 \cdot 42 \cdot 3 = 20 \cdot 126 = 2520$$

б)
$$8! : 3! : 2! : 2! = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 40 \cdot 42 = 1680$$

в) $2520 + 1680 = 4200$

Ответ: 4200 чисел.

м 2.

1) Создадим вспомогательные геометрические прогрессии

а) Основная: $[q - \text{знаменатель}]$

$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ [Для всех последующих:
 $b_1, b_1 q, \dots, b_1 \cdot q^{2999}$ $S_n - \text{сумма } n \text{ членов}]$

$$S_{3000} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

б) Прогрессии из членов первой (основной; а) с номерами, кратными трём:

$b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ } $3000:3 = 1000$ членов
 $b_1 q^2, b_1 q^5, \dots, b_1 q^{2999}$
 $(b_1 q^2), (b_1 q^2)(q^3)^1, \dots, (b_1 q^2)(q^3)^{999}$

в) Прогрессия "б", членов к-то. увеличивается на 40
 $(40 b_1 q^2), (40 b_1 q^2)(q^3)^1, \dots, (40 b_1 q^2)(q^3)^{999}$

$$д) S_{1000} = \frac{b_1 q^2 (q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$е) S_{1000} = \frac{40 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

з) Члены прогрессии "а", стоящие на четвёртых местах

$b_1, b_5, \dots, b_{2999}$ } $3000:4 = 750$ членов
 $b_1, b_1(q^4)^1, \dots, b_1(q^4)^{749}$

$$S_{750} = \frac{b_1((q^4)^{750} - 1)}{q^4 - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^4 - 1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

8) Члены прогрессии „ a “, стоящие на четных местах и умноженные на 3
 $3b_2, 3b_4, \dots, 3b_{3000}$
 $(3b_1q), (3b_1q)(q^2)^1, \dots, (3b_1q)(q^2)^{1499}$
 $S_{1500} = \frac{3b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

2) Известно:

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} - \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{40b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{5b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{39b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{4b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \quad | : b_1(q^{3000}-1)$$

$$\frac{39q^2}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{4}{q-1} \quad | \cdot (q-1)(q^2+q+1)$$

$$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16(1+35) = 16 \cdot 36 = (4 \cdot 6)^2 = 24^2$$

$$q = \frac{4 \pm 24}{70}$$

По усл. $q \geq 0$, т.к. иначе $\exists b_i < 0$

$$q = \frac{4+24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = 0,4$$

3) Найти:

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \quad \checkmark \quad \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{3b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$\frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \geq \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^2} + \frac{3b_1q(1-q^{3000})}{1-q^2} \quad | : b_1(1-q^{3000})$$

$$\boxed{\begin{aligned} b_1 &> 0 \text{ (по укл.)} \\ 1-q^{3000} &> 0, \text{ т. к. } q=0,4 \end{aligned}}$$

$$\frac{1}{1-q} \geq \frac{1}{1-q^2} + \frac{3q}{1-q^2}$$

$$\frac{1}{1-q} \geq \frac{3q+1}{(1-q)(1+q)} \quad | \cdot (1-q)$$

$$1 \geq \frac{3q+1}{1+q}$$

$$1 \geq \frac{3 \cdot 0,4 + 1}{1,4}$$

$$1 \geq \frac{2,2}{1,4}$$

$$1 \geq \frac{11}{7}$$

П. к. уравнение неравенство или только
данным и упрощением на положительные
числа, составленное сократилось.

Ответ: Увеличится в $\frac{11}{7}$ раза.

м 3.

$$1) \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\bullet \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}^2}{2\sqrt{2}} = \frac{x+10}{2\sqrt{2}}$$

$$\bullet x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 40 = 196 = 14^2$$

$$x = \frac{-6 \pm 14}{2} = -3 \pm 7 = -10 \text{ или } 4$$

$$x^2 + 6x - 40 = (x+10)(x-4)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\bullet \frac{(x+10)}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4) \quad | : (x+10)$$

$$\bullet \text{ОДЗ: } x^3-64x+200 \geq 0$$

Проверим $x = -10$

$$-1000 + 640 + 200 \geq 0$$

$$840 - 1000 \geq 0 \text{ — неверно}$$

$$x \neq -10$$

$$\bullet \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = x-4$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4) \quad | ()^2$$

$$(\sqrt{x^3-64x+200})^2 = 8(x-4)^2$$

$$\bullet \text{ОДЗ: } x^3-64x+200 \geq 0$$

$$2\sqrt{2}(x-4) \geq 0 \Rightarrow (x-4) \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$$

$$\bullet x^3-64x+200 = 8(x^2-8x+16)$$

$$x^3-64x+200 = 8x^2-64x+8 \cdot 16$$

$$x^3-8x^2+72=0$$

$$\bullet 200-8 \cdot 16 = 8(25-16) = 8 \cdot 9 = 72$$

$$\bullet x^3-8x^2+72=0$$

По теор. Виета $|x_1 x_2 x_3| = |d|$,
где $d = 72$

Среди делителей числа 72, 6 — корень уравнения
(можно установить перебором)

• Проверка: $x=6$

$$6^3 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 0$$

$$36 \cdot 6 - 8 \cdot 36 + 36 \cdot 2 = 0 \quad |:36$$

$$6 - 8 + 2 = 0$$

$$0 = 0 - \text{верно}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ - (x^3 - 6x^2) & \\ \hline -2x^2 + 0x + 72 & \\ - (-2x^2 + 12x) & \\ \hline -12x + 72 & \\ - (-12x + 72) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\bullet (x-6)(x^2-2x-12)=0$$

$$x=6 \quad \text{или} \quad x^2-2x-12=0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 52 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\text{По ОДЗ: } x \geq 4 \Rightarrow x \neq 1 - \sqrt{13}$$

$$x = 1 + \sqrt{13}$$

• Проверим остальные корни:

$$x=6 \quad \text{или} \quad x=1+\sqrt{13}$$

По ОДЗ: $x \geq 4$ — верно для двух корней

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$\bullet x=6 \Rightarrow 6^3 - 64 \cdot 6 + 200 \geq 0 \quad |:8$$

$$3^3 - 8 \cdot 6 + 25 \geq 0$$

$$27 + 25 - 48 \geq 0 \Rightarrow 52 - 48 \geq 0 - \text{верно}$$

$$\bullet x = \sqrt{13} + 1 \quad 3 \leq \sqrt{13} \leq 4 \Rightarrow 4 < 1 + \sqrt{13} < 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$x = \sqrt[3]{13} + 1$$

$$4 < x < 5$$

$$4^3 < x^3 < 5^3 \Rightarrow 64 < x^3 < 125$$

$$64 \cdot 4 < 64x < 64 \cdot 5 \Rightarrow 256 < 64x < 320$$

$$(1 + \sqrt[3]{13})^3 - 64 \cdot (1 + \sqrt[3]{13}) + 200 \geq 0$$

$$1 + 3 \cdot 1^2 \sqrt[3]{13} + 3 \cdot 1 \cdot 13 + \sqrt[3]{13}^3 - 64 - 64 \sqrt[3]{13} + 200 \geq 0$$

$$\underline{1 + 3\sqrt[3]{13} + 39 + 13\sqrt[3]{13} - 64 - 64\sqrt[3]{13} + 200 \geq 0}$$

$$186 - 48\sqrt[3]{13} \geq 0$$

$$186 \geq 48\sqrt[3]{13} \quad | :4$$

$$44 \geq 12\sqrt[3]{13} \quad | :2$$

$$22 \geq 6 \cdot \sqrt[3]{13} \quad | :2$$

$$11 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{13} \quad | ()^2$$

$$121 \geq 9 \cdot 13$$

$$121 \geq 117 - \text{верно}$$

Ответ: $\sqrt[3]{13} + 1$; 6.

и 4.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 4x^2|x+2| - x^2|x+2| \geq 0$$

$$(2x^2 - |x+2|)^2 - x^2|x+2| \geq 0$$

$$(2x^2 - |x+2|)^2 \geq x^2 |x+2| \quad | \sqrt{\quad} |$$

$$|2x^2 - |x+2|| \geq |x| \sqrt{|x+2|}$$

$$|2x^2 - |x+2|| \geq |x| \sqrt{|x+2|}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$4x^4 + |x+2|^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

Пусть $y = x^2$

$$z = |x+2|$$

$$4y^2 + z^2 - 5yz \geq 0$$

$$4y^2 - 4yz + z^2 \geq yz \geq 0$$

$$(2y - z)^2 \geq yz \geq 0$$

$$(2y - z)^2 \geq 0$$

$$(2y - z)^2 = 0$$

$$2y = z$$

$$2x^2 = |x+2| \quad \text{--- не верно}$$

$$\swarrow$$

$$x < -2$$

$$\searrow$$

$$x \geq -2$$

$$2x^2 = -(x+2)$$

$$2x^2 - x - 2 = 0$$

$$2x^2 + x + 2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 17$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$$

--- нет корней

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + |x+2|^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$|x+2|^2 - 5x^2|x+2| + 4x^4 = 0$$

$$\Delta = 25x^4 - 4 \cdot 4x^4 = 9x^4$$

~~$$|x+2| = \frac{25x^4 \pm 3x^2}{2}$$~~

$$|x+2| = \frac{5x^2 \pm 3x^2}{2} = x^2 \text{ или } 4x^2$$

$$x^2 = |x+2|$$

$$x \geq -2$$

$$x < -2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$\Delta = 1 - 8 < 0$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} =$$

нет корней

$$= -1 \text{ или } 2$$

$$|x+2| = 4x^2$$

$$x \geq -2$$

$$x < -2$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$4x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$\Delta = 1 - 32 < 0$$

нет корней

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

Оценка: $5 < \sqrt{33} < 6$

$$-6 < -\sqrt{33} < -5 \quad | +1$$

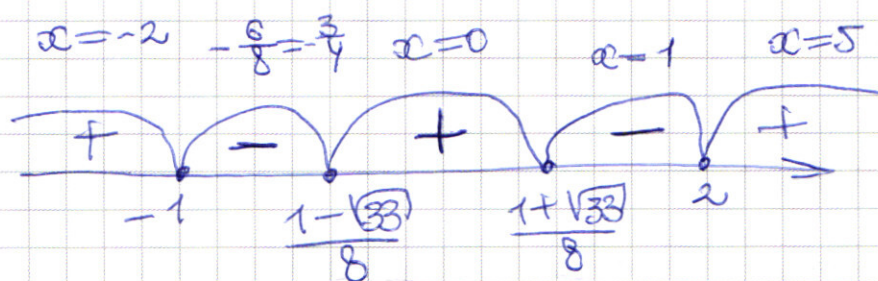
$$-5 < 1 - \sqrt{33} < -4 \quad | :8$$

$$-\frac{5}{8} < \frac{1 - \sqrt{33}}{8} < -\frac{1}{2}$$

$$5 < \sqrt{33} < 6 \quad | +1$$

$$6 < 1 + \sqrt{33} < 7 \quad | :8$$

$$\frac{6}{8} < \frac{1 + \sqrt{33}}{8} < \frac{7}{8}$$



Из-за вопросов с квадратами (точка встречается в кривою два раза) проверим каждую интервал.

$$4x^4 + |x+2|^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$x=1: 4 + 9 - 5 \cdot 3 < 0$$

$$x=5: 20 \cdot 125 + 49 - 125 \cdot 7 = 13 \cdot 125 + 49 \geq 0$$

$$x=-2: 4 \cdot 16 \geq 0$$

$$x=-\frac{3}{4}: \frac{4 \cdot 3^4}{4^4} + \frac{5^2}{4^2} - 5 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{5}{4} =$$

$$= \frac{1}{4^2} \left(\frac{3^4}{4} + 5^2 - \frac{5 \cdot 9 \cdot 5}{4} \right) =$$

$$= \frac{1}{4^2} \left(\frac{3^4}{4} + 5^2 - \frac{5 \cdot 9 \cdot 5}{4} \right) \leq 0$$

скорее всего
же охватили все

Ответ: $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} - \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{40b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} =$$

$$= \frac{5b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{39q^2}{q^3-1} = \frac{4}{q-1}$$

$$\frac{b_1q}{b_1q} \cdot \frac{(b_1q) \cdot q^2}{b_1q^3}$$

$$b_1 \cdot b_1q^2 \cdot b_1q^4$$

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{3b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$\frac{1}{q-1} \cdot \frac{3q-1}{(q-1)(q+1)} \cdot (q+1)$$

$$q+1 \sqrt{3q-1}$$

$$2 \sqrt{2q}$$

$$1 \sqrt{q}$$

$$1 \sqrt{0,4}$$

$$\frac{1}{0,4} = \frac{1,5}{2} = 2,5$$

$$\frac{39q^2}{q-1} = \frac{(q-1)(q^2+q+1)}{q-1}$$

$$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 =$$

$$= 16 \cdot 36 = (4 \cdot 6)^2$$

$$q = \frac{4 \pm 4 \cdot 6}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4}{10}$$

$$x = -10$$

$$\text{или } |x^3 - 64x + 200| = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$003: \begin{aligned} x^3 - 64x + 200 &\geq 0 \\ 2\sqrt{2}(x-4) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 4 \cdot 2(x-4)^2$$

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 - 4x^2 \\ x^2(x-4) - 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8x^2 - 72 &= \\ &= 8(x^2 - 9) \end{aligned}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 8 \cdot 16$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 8 \cdot 16$$

$$\cancel{8x^3} + \cancel{2^3 \cdot 8} = \cancel{2^3 x^3} + \cancel{2^4}$$

$$x^3 - 8(x^2 - 9) = 0 \quad x^3 - 64x + 200$$

$$x^3 = 8(x^2 - 9) \quad x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 - x^2 - 9 = 0 \quad x = 0 \Rightarrow 72$$

$$x = 1 \Rightarrow$$

$$x_1 + x_2 + x_3 =$$

$$x^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -b$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = c$$

$$(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 0)$$

$$x_1x_2x_3 = -d$$

$$\cancel{x^3} - 64x + 200 \geq \cancel{x^3} - 8x^2 + 72$$

$$8x^2 - 64x + 128 \geq 0 \quad |:8 \quad 1$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$-b = -3$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$c = 3$$

$$x = \frac{8 \pm 0}{2} = 4$$

$$d = 1$$

$$(x-4)^2 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 - 2x + 1) = x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4900 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$$

$$1 \ 1 \ 2$$

$$1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 5 \ 5 \ 7 \ 7 \ 8$$

$$3! : 2! = 3$$

или

$$1 \ 1 \ 1 \ 4 \ 5 \ 5 \ 7 \ 7$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 - x^2 + 9 = 0$$

$$1) \ 8! : 2! : 2! : 2! : 2! = 8! : 2^4 \quad \left(\frac{x}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 9 = 0$$

$$2) \ 8! : 3! : 2! : 2!$$

$$q > 0$$

$$b_1 > 0$$

$$b_1 \ b_1 q \ b_1 q^2 \ b_1 q^3 \ q^4 \ q^5$$

$$\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow 0$$

$$1) \ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} =$$

$$(q^{3000} - 1) \ \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow 5$$

$$2) \ S_n = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} - \frac{(b_1 q^2)(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + 40(b_1 q^2) \ \frac{x}{2} = -1 \Rightarrow 1$$

$$\frac{x}{2} = 2 \Rightarrow 1$$

$$b_1 q^2 \ q^5 \ q^8$$

$$(b_1 q^2) \ (b_1 q^2) q^3 \ (b_1 q^2) q^6$$

$$(b_1 q^2) \cdot (b_1 q^2)(q^3)^1 \ (b_1 q^2)(q^3)^2 \quad \frac{3000}{3}$$

40

$$S_{1000} = b_1 q^2 (q^3)^{1000}$$

$$-1 \ 0 \ 1 \ 2$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\cdot 2}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$x^3 + 72 = 8x^2$$

$$\left(\frac{10+x}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$x^3 + 72 \geq 0$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 40 = 196 = 14^2$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 140 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$x = \frac{-6 \pm 14}{2} = -3 \pm 7 = -10 \text{ или } 4$$

$$(x+10)(x-4) = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200$$

$$2^3 \cdot 8^2$$

$$x=4$$

$$2$$

$$-2$$

$$3$$

$$-3$$

$$4^3 = (2^2)^3 = 2^6 = 64$$

$$8 - 32 + 72 \neq 0$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200 \neq 4$$

$$-8 - 32 + 72 \neq 0$$

$$16 - 64 + 50$$

$$\neq 24$$

$$\left(\frac{10+x}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$x = -10 \text{ или } \sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200}$$

$$x^3 - 8x^2 + 8 \cdot 9 - 9x - 9x$$

$$x^2(x-8) - 9(x-8) = -9x$$

$$(x^2 - 9)(x-8) = -9x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4) \quad | : (x+10)$$

$$0 \leq 3: x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

Проверим $x = -10$

$$-1000 + 640 + 200 \geq 0$$

$$840 - 1000 \geq 0 \quad \text{— неверно}$$

$$x \neq -10$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = x-4$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4) \quad | ()^2$$

$$(\sqrt{x^3-64x+200})^2 = 8(x-4)^2$$

$$0 \leq 3: x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$2\sqrt{2}(x-4) \geq 0 \Rightarrow (x-4) \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 8 \cdot 16$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \quad | -9x$$

$$x^3 - 8x^2 + 8 \cdot 9 - 9x = -9x$$

$$x^2(x-8) - 9(x-8) = -9x$$

$$(x^2-9)(x-8) = -9x$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 8 \cdot 16$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

~~Делители числа 72:~~

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

Перебором делителей числа 72 можно установить, что 6 — корень уравнения.

$$6^3 - 8 \cdot 6^2 + 8 \cdot 9 = 0$$

$$2^3 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^2 + 2^3 \cdot 3^2 = 0 \quad | : 2^3$$

$$3^3 - 2^2 \cdot 3^2 + 3^2 = 0 \quad | : 3^2$$

$$3 - 4 + 1 = 0$$

$$6^3 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 0$$

$$36 \cdot 6 - 8 \cdot 36 + 36 \cdot 2 = 0 \quad | : 36$$

$$6 - 8 + 2 = 0$$

$$0 = 0 \text{ — верно}$$

$$y^3 + 3$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) =$$

$$= x^3 - 2x^2 - 12x - 6x^2 + 12x + 72 =$$

$$= x^3 - 8x^2 + 72$$

$$x^3 - 64x + 200$$

$$x(x^2 - 64)$$

$$x = y + 4$$

$$(y+4)^3 - 64(y+4) + 200 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200$$

$$x = 4 + y, y \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$x < -2$$

$$x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$x^3 > (2^2)^3$$

$$x^3 \geq 64$$

$$x \geq 4$$

$$x^3 \geq 4^3$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^2 = y \quad y \geq 16$$

$$xy - 64x + 200 \geq 0$$

$$xy - 8y + 72 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x = 2y \Rightarrow 8y^3 - 8 \cdot 4y^2 + 72 = 0 \quad (:8)$$

$$y^3 - 4y^2 + 9 = 0$$

$$y = 3z = 27z^3 - 36z^2 + 9 = 0 \quad (:9)$$

$$3z^3 - 4z^2 + 1 = 0$$

$$3 \cdot 1$$

$$x = 6$$

$$72 = 2 \cdot 2$$

$$6^3 - 8 \cdot 36 + 72$$

$$36 \cdot 6 - 8 \cdot 36 + 72 = 0 \quad (:36)$$

$$6 - 8 + 2 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$x = y + 4, \quad y > 0$$

$$y^3 + 3y^2 \cdot 4 + 3y \cdot 4^2 + 4^3 - 64y - 64 \cdot 4 + 200 \geq 0$$

$$y^3 + 3y^2 \cdot 4$$

$$64 \cdot 4 < 64 \cdot (1 + \sqrt{93}) < 5$$

$$4^3 < x^3 < 5^3$$

$$64 < x^3 < 125$$

$$64 \cdot 4 < 64x < 64 \cdot 5$$

$$(2x^2 - |x+2|)^2 \geq x^2|x+2|$$

$$x < -2$$

$$x \geq -2$$

$$(2x^2 - |x+2|)^2 \geq$$

$$(2x^2 + x + 2)^2 \geq$$

$$= (x^2)(x+2)$$

$$4x^4 + x^2 + 4 + (4x) \geq 5x^2|x+2|$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$x < -2$$

$$x \geq -2$$

$$4x^4 +$$

$$4x^4 + x^2$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2|$$

$$(2x^2)^2 + (x+2)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot (x+2)$$

$$4x^2|x+2| - x^2|x+2|$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2x^2 - |x+2|)^2 \geq x^2|x+2|$$

$$x < -2$$

$$x \geq -2$$

$$(2x^2 + x + 2)^2 \geq -x^2(x+2)$$

$$(2x^2 - x - 2)^2 \geq x^2(x+2)$$

$$(2x^2 - |x+2| - x)^2 \geq 0$$

$$y = x^2 \quad z = |x+2|$$

$$(2y - z)^2 - yz \geq 0$$

$$4y^2 - 4yz + z^2 - yz \geq 0$$

$$4y^2 - 5yz + z^2 \geq 0 \quad | +4y^2 + yz$$

~~$$8y^2 - 6yz + z^2 \geq 0$$~~

$$4y^2 - 4yz + z^2 \geq 0$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$x = y - 2$$

$$4x^4 + |x+2|^2 - 5x^2|x+2| \geq 0 \quad |:x^2|x+2|$$

~~$$4x^2 = (x+2) \Rightarrow x^2|x+2|$$~~

~~$$\frac{4x^2}{|x+2|}$$~~

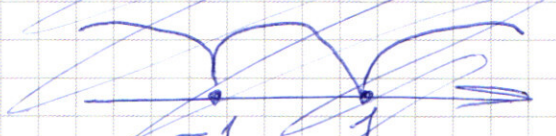
$$\frac{4x^2}{|x+2|} + \frac{|x+2|}{x^2} \quad x$$

$$\frac{4x^4 + |x+2|^2}{x^2|x+2|} \geq 5$$

$$\frac{4x^4 + |x+2|^2}{5x^2|x+2|} \geq 1$$

$$\frac{4y^2 + z^2}{5yz}$$

$$\frac{4y^2 + z^2}{5yz} \geq 1$$

~~$$(y-1)(y+1) = 0$$~~


$$4(y-2)^4 + |y|^2 - 5(y-2)^2|y| \geq 0$$

$$|x+2|^2 - 5x^2|x+2| + 4x^4 \geq 0$$

$$\Delta = 25x^4 - 4 \cdot 4x^4 = 9x^4$$

$$|x+2| = \frac{5x^2 \pm 3x^2}{2} = \frac{8x^2}{2} \text{ или } \frac{2x^2}{2}$$