

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$200 = 2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

П.к. 745 - единственные цифры делящиеся на 2 и 5 соответственно
то в искомым число должны содержаться 1-ка 7-ка и 2-е 5-ки.

Далее рассмотрим 2 случая:

- 1) когда искомым число содержит цифру 4
- 2) когда искомым число содержит 2-е цифры 2
- 1) кол-во вариантов выбора места числа 7 - 7 C_7^1
кол-во вариантов выбора места числа 5 - $\frac{6 \cdot 5}{2}$ C_6^2
кол-во вариантов выбора места числа 4 - 4 C_4^1

перемножаем и получаем:

$$C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 = 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 420$$

- 2) кол-во вариантов выбора места числа 7 - 7 C_7^1
кол-во вариантов выбора места числа 5 - $\frac{6 \cdot 5}{2}$ C_6^2
кол-во вариантов выбора места числа 2 - $\frac{4 \cdot 3}{2}$ C_4^2

перемножаем и получаем:

$$C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 = 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 630$$

Получи можем получить ответ:

$$420 + 630 = 1050$$

Ответ: 1050

№2

$$S = \frac{b \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

целая показатель прогрессии

$$10S = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1} + 49 \frac{6 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \quad - \text{цена всех типов професств вкл компн}$$

$$10S = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)(q^2 + q + 1) + 49q^2}{(q - 1)(q^2 + q + 1)}, \text{ т.к. } S = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1}, \text{ то}$$

$$10 = \frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1};$$

$$10q^2 + 10q + 10 = 50q^2 + q + 1;$$

$$0 = 40q^2 - 9q - 9;$$

$$q = \frac{9 \pm 3 \cdot 13}{80};$$

т.к. все элементы професств положительны, то:

$$q = \frac{9 + 3 \cdot 13}{80} = \frac{3}{5};$$

$$S_1 = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{6 \cdot q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \quad - \text{цена элементов геометрической}$$

$$S_1 = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{q}{q + 1} \right)$$

$$\frac{S_1}{S} = 1 + \frac{q}{q + 1} = 1 + \frac{3}{5 \left(\frac{3}{5} \right)} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

Ответ: увеличится $\frac{11}{8}$ раз.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x - 2) + 4 \geq 0;$$

$$\text{Если } x \geq 2, \text{ то } 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0;$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

т.к. $2x^4 - 3x^3 \geq 0$ при $x \geq 2$, $7x^2 - 4x \geq 0$ при $x \geq 2$, то при всех $x \geq 2$ исходное неравенство верно

$$\text{Если } x < 2, \text{ то } 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(-x + 2) + 4 \geq 0;$$

Легко видеть, что $x = 1$ - корень ур-я $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(-x + 2) + 4 = 0$

разделим это уравнение на $x - 1$, получим:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2x^3 + 5x^2 - 4)/(x-1) = 0;$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0;$$

Заметим что $x = -2$, является корнем этого уравнения, поделим на $(x+2)$ (на $x = -2$ $x+2$), получим:

$$2x^2 + x - 2 = 0, \text{ решу дискриминантом узнаю корни:}$$

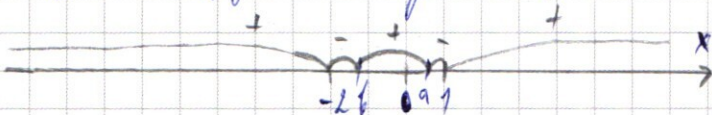
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

, корни уравнения исходного уравнения можно записать:

$$(x-1)(x+2)(x - \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}) = 0;$$

Потому что используем метод интервалов:

$$a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \quad b = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$



Получим образы $x \in (-\infty; -2] \cup [\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$

$$(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2})\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24;$$

Заметим что $x = -6$ - корень данного ур-я, поделим на $x+6$, получим

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4, \text{ т.к. } \sqrt{x^3 - 4x + 80} \geq 0, \text{ то } x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$$

Возведем обе части ур. в квадрат:

$$x^3 - 4x + 80 = x^2 + 8x + 16;$$

$$x^3 - x^2 - 12x + 64 = 0;$$

Пусть $f(x) = x^3 - x^2 - 12x + 64$, тогда $f'(x) = 3x^2 - 2x - 12 = 3(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{3})(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{3})$

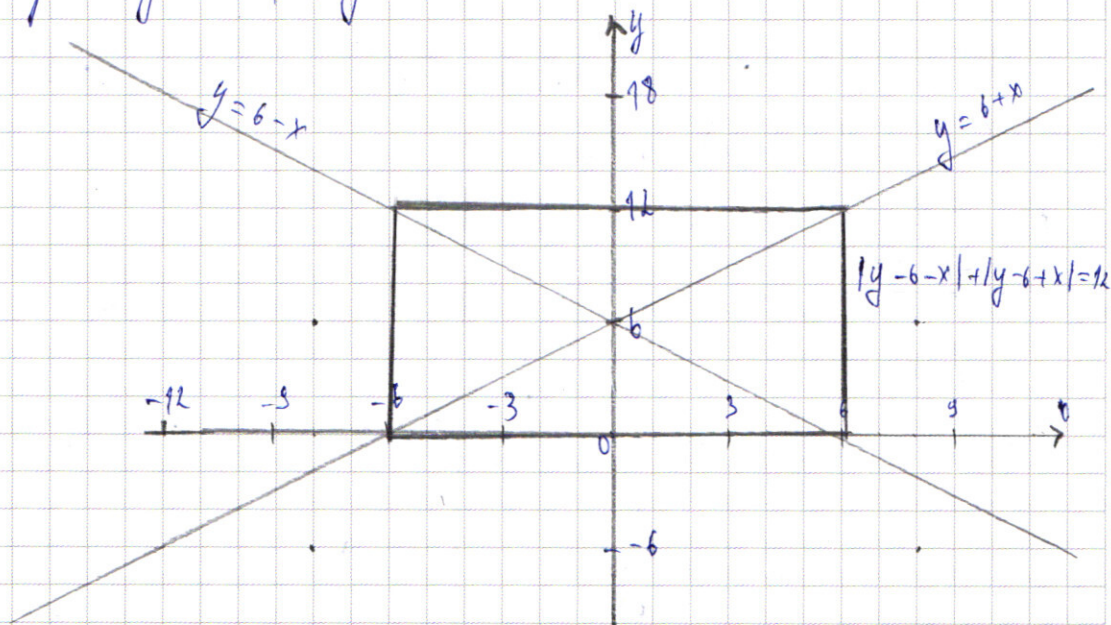
Заметим что $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{3}$ - точка минимума, или этот

$f(\frac{1 + \sqrt{13}}{3}) > 0$ поэтому $f(x)$ всегда является числом до точки максимума

Плати при $x = -4$, $f(-4) > 0$, а т.к. $x \in [-4; +\infty)$, то данная функция не имеет корней на области определения
 Ответ: $x = -6$

2

Построим график $|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$



Если $y \geq 6 + x$ и $y \geq 6 - x$ то $y = 12$

Если $y \geq 6 + x$ и $y \leq 6 - x$ то $x = -6$

Если $y \leq 6 + x$ и $y \geq 6 - x$ то $x = 6$

Если $y \leq 6 + x$ и $y \leq 6 - x$ то $y = 0$

Заметим что $(|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a$ — уравнение окружности с центрами в $(-8; -6); (-8; 6); (8; -6); (8; 6)$

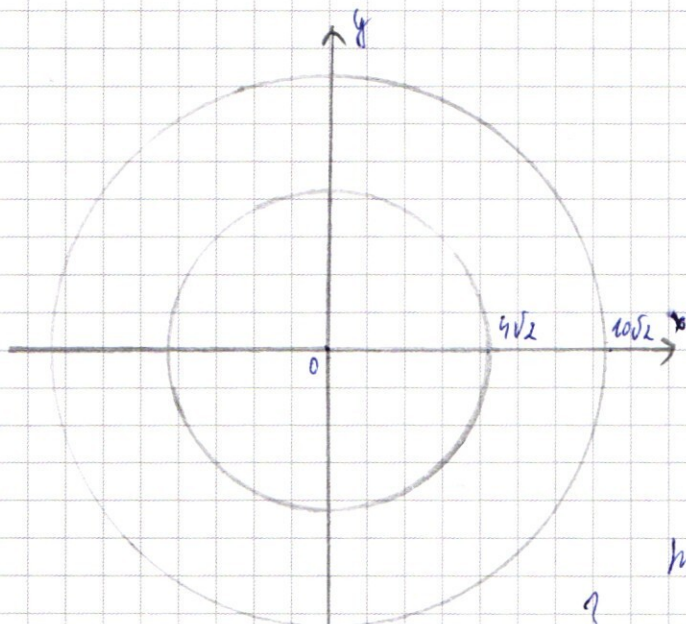
Плати, легко видеть что при $a = 4$ система имеет 2 корня, при $a > 4$ система имеет от 4-х корней и при $a = 420$ плати 2 решения.

при $a \in (4; 420)$ система имеет от 4 до 8 корней

Ответ: $a = 4; a = 420$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓5



Определим радиусы окружностей:

$$r_1 = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$r_2 = \sqrt{25^2 + 25^2} = 25\sqrt{2}$$

Теперь определим длины окружностей:

$$l_1 = 2\pi r_1 = 8\pi\sqrt{2}$$

$$l_2 = 2\pi r_2 = 50\pi\sqrt{2}$$

Пусть $v_2 = \pi\sqrt{2}$ — скорость муха,

тогда $v_1 = 2\pi\sqrt{2}$ — скорость улитки

Заметим что угловая скорость улитки

в 5 раз больше чем у муха. Пусть муха движется по окружности улитки, при этом сохраняя свою угловую скорость. Точки в которых муха и улитка встречаются и будут искомыми точками.

П.к. мы переместим муха на другую окружность меняя координаты: $(2; 2\sqrt{3})$ (мы делаем перенос сохраняя угол). Теперь можно видеть что угол между мухой и улиткой равен π . Угловая скорость улитки 4φ (или скорость муха φ). Первая встреча муха и улитки произойдет через $\frac{\pi}{4}$ радиан относительно муха, следующая через $\frac{\pi}{2}$ и каждая последующая через $\frac{\pi}{2}$ относительно муха

$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$$

$$y > 6 + x \text{ и } y > 6 - x$$

$$y - 6 - x + y - 6 + x = 12$$

$$2y - 12 = 12$$

$$y = 12$$

$$y > 6 + x \text{ и } y < 6 - x$$

$$y - 6 - x - y + 6 - x = 12$$

$$-2x = 12$$

$$y < 6 + x \text{ и } y > 6 - x$$

$$-y + 6 + x + y - 6 + x = 12$$

$$2x = 12$$

$$y < 6 + x, y < 6 - x$$

$$-y + 6 + x - y + 6 - x = 12$$

$$-2y + 12 = 12$$

$$-2y = 0$$

$$y = 0$$

$$\frac{1}{|x-6|} + \frac{1}{|y-6|} = 4$$

$$6; 8$$

$$-6; 12$$

$$-6; -8$$

$$6; 12$$

$$78^2 + 14^2$$

$$324 \quad 196$$

$$+196$$

$$420$$

$$920$$

$$2 \cdot 6 \cdot 10$$

$$78^2 + 14^2$$

$$78$$

$$\sqrt{78}$$

$$144$$

$$18$$

$$324$$

$$74$$

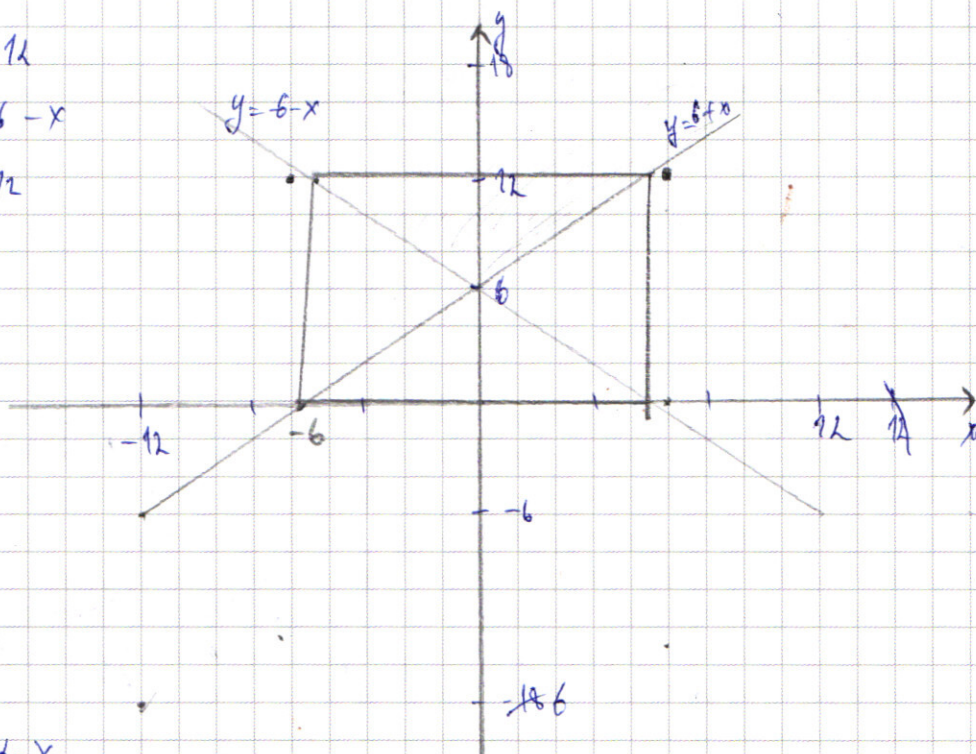
$$\sqrt{74}$$

$$136$$

$$+324$$

$$196$$

$$420$$



$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$$

$$y > 6 + x \text{ и } y > 6 - x$$

$$y - 6 - x + y - 6 + x = 12$$

$$2y - 12 = 12$$

$$y = 12$$

$$-y + 6 + x - y + 6 - x = 12$$

$$-2y + 12 = 12$$

$$y = 0$$

$$|y - 6| + |y - 6| = 12$$

$$y = 18$$

$$y - 6 - x - y + 6 - x = 12$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} -2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \quad (2-x) + 4 \quad \overline{) \quad x-1} \\ \underline{2x^4 - 2x^3} \\ 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ \underline{-5x^3 - 5x^2} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x^3 + 5x^2 - 4 \quad x = -2 \\ -2^4 + 5 \cdot 2^2 - 4 \\ -16 + 20 - 4 \end{array}$$

$$2x^4 + 5x^3 - 4x - 2y^3 - 5x^2 + 4$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \quad | \quad 2x \\ \underline{2x^3 + 4x^2} \\ x^2 - 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x^2 + x - 2 \\ 7 + 4^2 = 12 \end{array}$$

$$(2x^2 + x - 2) / (x + 2) / (x - 1) = (2x^2 + x - 2) / (x^2 + 1x - 2) = 2x^4 + x^3 - 2x^2$$

$$\frac{-1 \pm 4}{4}$$

$$-4^3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} + 80$$

$$-128\sqrt{2}$$

$$y = -6$$

$$96 - 60 + 24$$

$$64 \cdot 2 = 128$$

$$64 = 2 \cdot 64$$

$$2 \cdot 32$$

$$34 \cdot 16$$

$$8 \cdot 8$$

$$100 - 4 \cdot 24 = 4$$

96

$$k=2$$

$$4 - 24 + 64$$

$$64 - 76 - 48 + 64$$

$$+ 22 - 9 + 12 \cdot 3 + 64$$

$$2x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 0x + 4$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

$$2^5 - 3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4$$

$$32 - 24 - 20 + 8 + 4$$

$$-4$$

$$2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 100 - 16|x| - 12|y| &= a \\ |y - 6 - x| - |y - 6 + x| &= 12 \\ y - 6 &> x \\ y &> 6 + x \quad y > 6 - x \end{aligned}$$

$$= 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x^3 + x^2 - 2x - 4x^2 - 2x + 4$$

$$x \geq -4$$

$$x / (x^2 - x - 12)$$

$$26 - 40 + 24$$

$$D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$$

$$\frac{1 \pm 1}{2} = -3$$

$$\frac{-10 \pm 2}{2} = -1 \quad -4$$

$$x^3 + 64 - x^2 - 12x$$

$$(x+4) \mid (x^2 - 4x + 16) - x^2 - 12x = 0$$

$$\begin{array}{r} -725 - 25 \\ + 60 + 64 \end{array}$$

$$16 - 4 \cdot 16$$

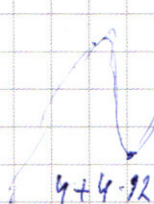
$$6 \cdot 2 \cdot 5$$

$$f(x) = x^3 - x^2 - 12x + 64 = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 12$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 4 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$$



$$-64 - 16 + 12 \cdot 4$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^3 - \left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^2 - 12\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right) + 64 = 0$$

$$\begin{cases} -12 \leq y - 6 - x \leq 12 \Rightarrow -6 \leq y - x \leq 18 \\ -12 \leq y - 6 + x \leq 12 \Rightarrow -6 \leq y + x \leq 18 \end{cases}$$

$$6 \geq x - y \geq -18$$

$$18 \geq y + x \geq -6$$

$$-6 \leq 2y \leq 18 \cdot 2$$

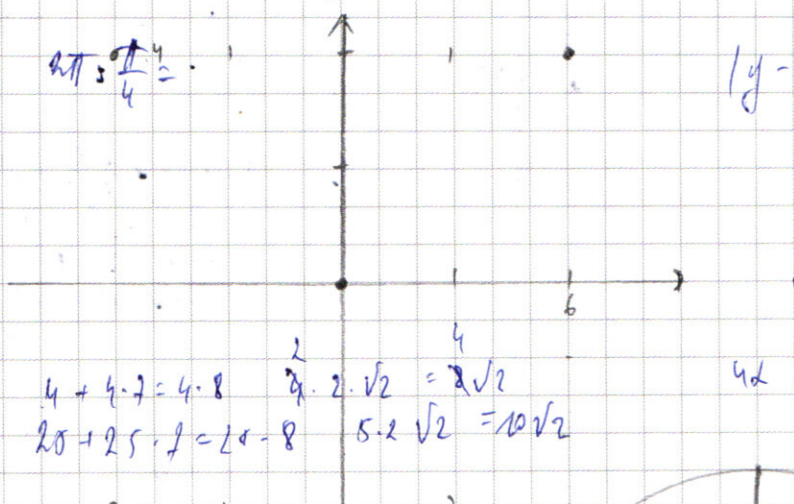
$$24 \geq 2x \geq -24$$

$$-6 \leq y \leq 18$$

$$12 \geq x \geq -12$$

$$\pi \cdot \frac{1}{4} = \dots$$

$$|y - x| + |y + x| = 12$$



$$4 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 8 \quad 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \quad 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$20 + 25 \cdot 2 = 25 \cdot 8$$

$$f_1 = 8\sqrt{2}\pi \quad 4\sqrt{2}\pi$$

$$f_2 = 20\sqrt{2}\pi \quad 20\sqrt{2}\pi$$

$$8 \cdot 5 = 40$$

$$20 \cdot 2 = 40$$

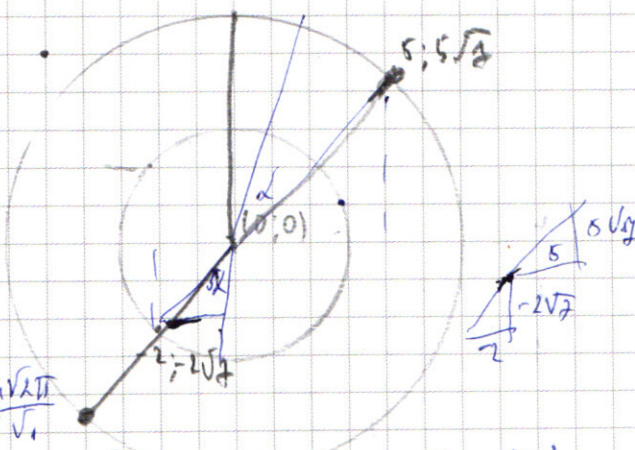
$$2\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}\pi \cdot 5 =$$

$$\sqrt{2} \cdot 20\sqrt{2}\pi \cdot 5 = \frac{8\sqrt{2}\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}}$$

$$5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \pi \quad \frac{\pi}{4} = \pi$$

$$\frac{\pi \cdot 4}{4\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6} \quad 4\pi\sqrt{2} \quad x=2 \quad \pi \cdot 4 \cdot \frac{\pi}{6} = \pi$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \quad 5 \quad 5 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$4 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \quad 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 : 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{x} \cdot \frac{3 \cdot 2}{x} + 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{x} \cdot 3$$

$$2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 : 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{x} \cdot 3$$

$$61 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 9(9 + 4 \cdot 40) = 169 \quad 9 \cdot 13^2$$

$$64 - 16 + 80 = 128$$

$$-x = -4 \quad -64 + 16 + 80$$

$$S = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$10 S = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} + 49 \cdot \frac{q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} + 49 \cdot \frac{q^2 (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

$$= \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1) (q^2 + q + 1) + 49 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)} (q^2 + q + 1 + 49 q^2) =$$

$$= \frac{6 \cdot (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)} (50 q^2 + q + 1) \Rightarrow \frac{50 q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 50$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 20} = x^2 + 10x - 24$$

$$x^3 - 4x + 20 = x^2 + 10x - 24$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$100 + 4 \cdot 24 = 100 + 96 = 196$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$-10 \pm 14$$

$$x = -5 \pm 2$$

$$x = -3 \text{ or } x = -7$$

$$3(0 - 54 - 64) = 3(-118) = -354$$

$$3 + 2 = 5$$

$$9^2 + 40 \cdot 9 = 9(9 + 40) = 9 \cdot 49 = 441$$

$$3 + 2 = 5$$

$$50 q^2 + q + 1 = 10 q^2 + 10 q + 10$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0$$

$$9(9 + 4 \cdot 40) = 9 \cdot 169 = 1521$$

$$9 = \frac{9 \pm 9 \cdot 13}{2 \cdot 40} = \frac{9 \pm 117}{80}$$

$$21 + 9 \cdot 40 = 21 + 360 = 381$$

$$9(9 + 40) = 9 \cdot 49 = 441$$

$$\frac{9 \pm 117}{80} = \frac{126}{80} = \frac{63}{40}$$

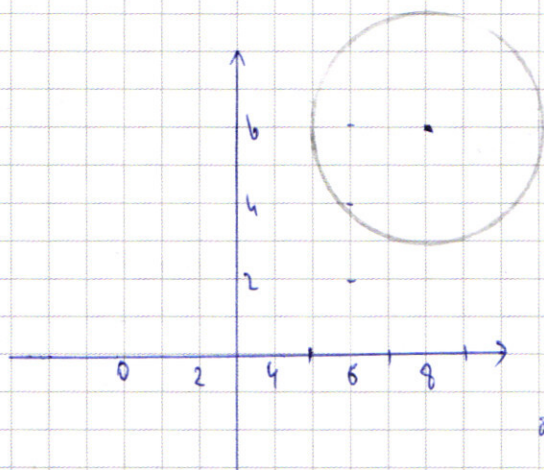
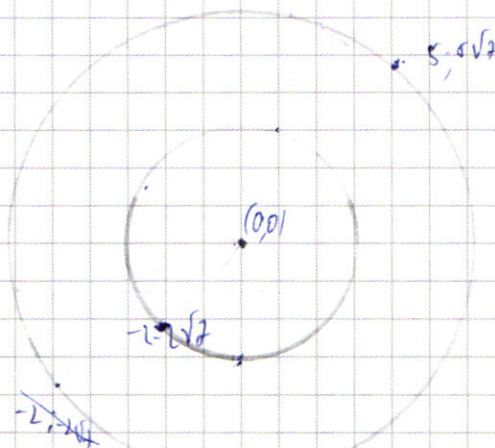
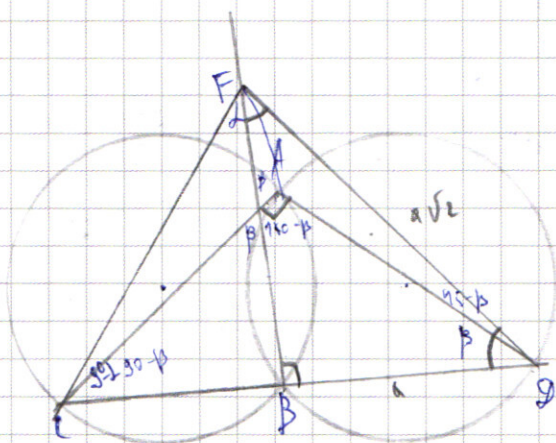
$$\frac{5 \cdot 2}{40} = \frac{5 \cdot 14}{80} = \frac{5 \cdot 12}{80} = \frac{5}{8}$$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, & y < 18, y > -18 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a, & a \geq 0 \end{cases}$$

d_1, d_2

$$\frac{\sqrt{36}}{216}$$

$$\begin{aligned} 216 - 80 &= 136 \\ 125 - 80 &= 45 \\ 64 - 16 &= 48 \end{aligned}$$



$$r_1^2 = 25 + 25 - 2 = 25 \cdot 8 = 20\sqrt{2}$$

$$r_2 = 4 + 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$f = 10\sqrt{2} \pi \cdot 2 = 20\sqrt{2} \pi$$

$$f_2 = 4\sqrt{2} \pi \cdot 2 = 8\sqrt{2} \pi$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{20}{8}$$

$$x=y=2$$

$$2^5 + 2^2 + 2^3 - 3 \cdot 2 + 4$$

$$\frac{40 \cdot 8}{25} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 5}{5^2} = \frac{8 \cdot 5^2}{5^2}$$

$$40 - 3 \cdot 5 = 5^2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$x^4(2x^2+1)$$

$$x \geq 2$$

$$x \leq 2$$

$$x=1 - \text{корень}$$

$$x+1-4-3+4$$

$$2x^4 - 3x^3 + 1x^2 - 4x + 4 \mid x-1$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + x^2 + 6x^2 - 4x + 4$$

$$2x^2 + x - 2$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{aligned} &= 2x^3 + 5x^2 - 4 \mid x=2 \\ &= 2x^3 + 4x^2 \\ &= x^2 - 4 + x \\ &= x^2 + 2x - 2 \\ &= -2x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \\ &= 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \mid x-1 \\ &= 2x^4 - 2x^3 \\ &= -5x^3 - 5x^2 \\ &= 5x^3 - 5x^2 \\ &= -4x - \\ &= x = -2 \quad 2x^3 + 5x^2 - 4 \\ &= -16 \quad 20 \quad -4 \\ &= (x+2)(x-1) \end{aligned}$$