ШК

(заполняется секретарём)

2 0 0 1 3 8 6 9

Рег. №: М10-1Е-0084

Класс участия: 10

Место проведения:

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное): 11:00

Олимпиада школьников «Физтех»

МФТИ

по Математике
Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Чистяков	Александр	Николаевич	17.07.2003	16
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст

РФ	Санкт-Петербург	Санкт-Петербург
Страна	Регион	Населенный пункт

Паспорт	4017	850498	03.08.2017	780-009
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения

РФ	СПб	СПб
Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы

10	Президентский ФМЛ № 239
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения

+79214372805	+79219172284	sacha1707@gmail.com
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

Иванова Нина Борисовна — мать

ФИО законного представителя — Степень родства — Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР 2 0 0 1 3 8 6 9

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow$ в нашем числе должны присутствовать цифры: 1). 7, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1
2). 7, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1 , чтобы их произведение было 700, тогда найдём кол-во 8значных чисел, которые можно получить используя цифры каждого из случаев:

1). а). для 7 у нас есть 8 вариантов куда её можно поставить

б). для 2х 5ек — $\frac{7 \cdot 6}{2}$ (т.к. порядок не важен)*;
$\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

в). для 2х 2ек — $\frac{5 \cdot 4}{2}$ (*); $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

г). остальное заполняем 1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow N_1 = 8 \cdot 21 \cdot 10 = 1680$

2). а). для 7 – 8 вариантов

б). для 2х 5ок – 21 (*)

в). для 4ки – 5 вариантов

г). остальное заполняем 1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow N_2 = 8 \cdot 21 \cdot 5 = 840$

$N_0 = N_1 + N_2 = 1680 + 840 = 2520$ вариантов

Ответ: ~~...~~ 2520

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

2. ∃ $S_{\vdots 3}$ – сумма членов прогр. с ~~[illegible]~~ номерами $\vdots 3$

$S_{\not\vdots 3}$ – сумма членов прогр. с номерами $\not\vdots 3$

$S_{\vdots 2}$ – сумма членов прогр. с номерами $\vdots 2$

$S_{\not\vdots 2}$ – сумма членов прогр. с номерами $\not\vdots 2$

$S = S_{\vdots 3} + S_{\not\vdots 3}$; рассмотрим участок прогр.:

$b \cdot q^a$, $b \cdot q^{a+1}$; $b \cdot q^{a+2}$, где ~~[illegible]~~ $b \cdot q^{a+2}$ имеет номер $\vdots 3$

сумма $b \cdot q^a$ и bq^{a+1} равна: $bq^a(1+q)$; =>

=> ~~в~~ отношение эл-та с номером $\vdots 3$ к сумме ~~[illegible]~~

2х предыдущих равно $k = \frac{bq^{a+2}}{bq^a(1+q)} = \frac{q^2}{q+1}$; =>

~~т.к.~~ => мы можем представить каждый

эл-т $S_{\vdots 3}$ как сумму 2х предыдущих из $S_{\not\vdots 3}$ ~~[illegible]~~

умноженной на k => $S_{\vdots 3} = k \cdot S_{\not\vdots 3}$, тогда

~~$S = (k+1) \cdot S_{\not\vdots 3}$~~ $S = (k+1) S_{\not\vdots 3}$, когда мы увеличили

в 50 раз каждый эл-т $S_{\vdots 3}$ => мы увеличили $S_{\vdots 3}$ в 50 раз =>

=> $S_{k1} = 50 S_{\vdots 3} + S_{\not\vdots 3} = 50k\, S_{\not\vdots 3} + S_{\not\vdots 3}$ => $(50k+1) \cdot S_{\not\vdots 3}$

$\frac{S_{k1}}{S} = 10 = \frac{(50k+1) \cdot \cancel{S_{\not\vdots 3}}}{(k+1) \cancel{S_{\not\vdots 3}}} = \frac{50k+1}{k+1}$ => $50k+1 = 10k+10$

$40k = 9$

$\frac{40q^2}{q+1} = 9$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$; $D = 1521 = 39^2$ => $q = \frac{9 \pm 39}{80}$, т.к. все

члены прогр. > 0 => $q > 0$ => $q = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$.

$S = S_{\vdots 2} + S_{\not\vdots 2}$; каждый эл-т $S_{\vdots 2}$ в q раз больше

предыдущего из $S_{\not\vdots 2}$ => $S_{\vdots 2} = q \cdot S_{\not\vdots 2}$ =>

=> $S = (q+1) S_{\not\vdots 2}$; если каждый эл-т $S_{\vdots 2}$ увеличить в 2 раза,

то $S_{\vdots 2}$ увел. в 2 раза => $S_{k2} = 2S_{\vdots 2} + S_{\not\vdots 2} = (2q+1) S_{\not\vdots 2}$

$\frac{S_{k2}}{S} = \frac{2q+1}{q+1} = \frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{3}{5}+1} = \frac{11}{8}$ Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$

$(x+6)\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}} = (x+4)(x+6)$;

$x=-6 \Rightarrow \sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}} = \sqrt{\frac{-216+24+80}{2}}$; $\frac{-216+104}{2} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $x \neq -6 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}} = (x+4)$

$\begin{cases} \frac{x^3-4x+80}{2} = x^2+8x+16 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3-2x^2-20x+48=0 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (x-4)(x^2+2x-12)=0 \\ x \geq -4 \end{cases}$ $\quad \frac{D}{4} = 13 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{13}$

$\begin{cases} (x-4)(x+1+\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13})=0 \\ x \geq -4 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-1-\sqrt{13} \\ x=-1+\sqrt{13} \end{array}\right. \\ x \geq -4 \end{cases}$

$4 > -4$

$-1+\sqrt{13} > -4$

$\sqrt{13} > -3$

$-1-\sqrt{13} < -4 \Rightarrow -1-\sqrt{13}$ не подх. $\Rightarrow$

$3 < \sqrt{13}$

$\sqrt{9} < \sqrt{13}$

$\Rightarrow$ Ответ: $\{-1+\sqrt{13}; 4\}$.

4. $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\ge 0$

$2x^4+x^2-4x+4 \ge \underbrace{3x^2}_{\ge 0}|x-2| \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x^2(x-2) \le 2x^4+x^2-4x+4 \\ 3x^2(x-2) \ge -(2x^4+x^2-4x+4) \end{cases}$

$\begin{cases} (1)\ 2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\ge 0 \\ (2)\ 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\ge 0 \end{cases}$

(1) $2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\ge 0$

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)\ge 0$

$\underbrace{(x^2-0{,}5x+1)}_{\ge 0}\underbrace{(x^2-x+2)}_{\ge 0}\ge 0 \Rightarrow$ $D_1=0{,}25-4<0$

$D_2=1-8<0$

$\Rightarrow x\in\mathbb{R}$

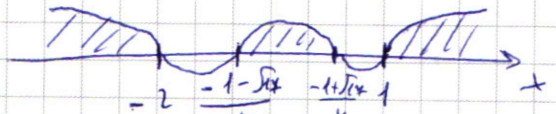
(2) $2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\ge 0$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)\ge 0$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)\ge 0$

$(x-1)(x+2)(x^2+0{,}5x-1)\ge 0$ $D=0{,}25+4=\frac{17}{4}$

$(x-1)(x+2)\left(x+\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{17}}{4}\right)\ge 0$ $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$



$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}<1$

$-1+\sqrt{17}<4$

$\sqrt{17}<5$

$\sqrt{17}<\sqrt{25}$

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}>-2$

$-1-\sqrt{17}>-8$

$7>\sqrt{17}$

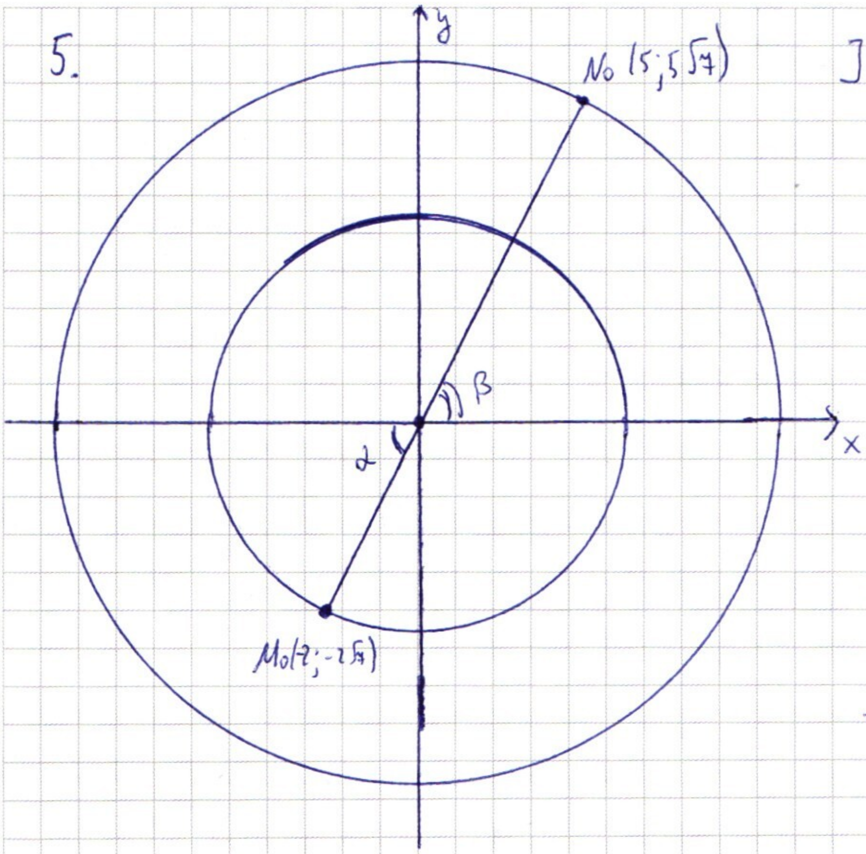
$\sqrt{49}>\sqrt{17}$

$\begin{cases} x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;+\infty) \\ x\in\mathbb{R} \end{cases}$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;+\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.



Ɉ $V_ж$ - скорость жука

V_B - скорость водомерки

$\omega_ж$ – уг. скорость жука

ω_B – уг. скорость водомерки

Ɉ $V_ж = V \Rightarrow$

$\Rightarrow V_B = 2V$

$V = \omega_ж \cdot R_ж$; радиус окр. жука

Ɉ $\omega_ж = \omega \Rightarrow$

$\Rightarrow V = \omega \cdot R_ж$; радиус окр. водомерки

$2V = \omega_B \cdot R_B$;

$V = \frac{\omega_B \cdot R_B}{2}$

$R^2 = x^2 + y^2$ (ур-е окр.) $R_ж^2 = (X_{N_0})^2 + (Y_{N_0})^2 = 200 \Rightarrow R_ж = 10\sqrt{2}$

$R_B^2 = (X_{M_0})^2 + (Y_{M_0})^2 = 32 \Rightarrow R_B = 4\sqrt{2}$;

$\frac{\omega_B \cdot R_B}{2} = \omega \cdot R_ж$; $\omega_B \cdot \cancel{2\sqrt{2}} = \omega \cdot \cancel{10}^{5}\sqrt{2} \Rightarrow \omega_B = 5\omega$

Найдём α и β : $tg\,\alpha = \frac{Y_{M_0}}{X_{M_0}} = \sqrt{7}$; $tg\,\beta = \frac{Y_{N_0}}{X_{N_0}} = \sqrt{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow tg\,\alpha = tg\,\beta \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow$ угол φ между водомеркой и жуком ~~а~~ : $\varphi = 180°$ ($\varphi = \beta + 90° + 90° - \alpha = 180°$);

~~время t всех~~ угловая скорость сближения водомерки и жука $\omega_{сбл.} = \omega_B - \omega_ж = 4\omega$ ~~⇒~~ ;

кратчайшее расстояние будет разностью радиусов ⇒ чтобы его достичь радус-векторы

(см. на сл. стр.)

до водомерки и жука должны лежать на 1 м луче ~~время t_2, необх~~ $\Rightarrow$ угол $\varphi_к$ между водом. и жуком должен стать 0°, тогда
время t' необх., чтобы водомерка догнала жука (по углу): $t' = \frac{\varphi}{\omega_{отн}} = \frac{180^\circ}{4\omega}$;
Жук с этого момента пройдёт $\varphi_ж' = \omega \cdot t' = \frac{180^\circ}{4\omega} \cdot \omega =$
$= 45^\circ$; после этого чтобы снова „встретиться"
(по углу) необходимо будет время $t = \frac{360^\circ}{4\omega} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ жук будет проходить по $\varphi_ж = \omega \cdot t = \frac{360^\circ}{4\omega} \cdot \omega = 90^\circ$;
$\Rightarrow$ т.к. окружность 360° жук будет „встречаться"
с водомеркой в $360/90 = 4$х точках, найдём их
координаты: 1). Найдём положение жука через t':

$\sin\beta = \frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$; $\cos\beta = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin(\beta + 45^\circ) = \sin\beta \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{14}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} =$

$= \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{7}+1}{4}$; $\cos(\beta + 45^\circ) \overset{\text{т.к. угол}}{=} -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}+1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{16-8-2\sqrt{7}}}{4} = -\frac{\sqrt{8-2\sqrt{7}}}{4} \ominus$

$Y_{ж1} = R \cdot \sin(\beta + 45^\circ) = 10\sqrt{2} \cdot \frac{(\sqrt{7}+1)}{4} = \cancel{\frac{5\sqrt{14}+5\sqrt{2}}{2}} \; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}$

$X_{ж1} = R \cdot \cos(\beta + 45^\circ) = 10\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{(\sqrt{7}-1)}{4}\right) = -\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}$

$\ominus -\frac{\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}}{4} = -\frac{\sqrt{7}-1}{4}$

2). вторую точку можно получить симметрично отн. (0;0), т.к. ~~уго~~ $90^\circ \cdot 2 = 180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow Y_{ж3} = -Y_{ж1}$; $X_{ж3} = -X_{ж1}$

3). теперь получим 2ю пару симм. отн. (0;0) точек:
Т $\beta + 45 = \gamma \Rightarrow \sin(\gamma + 90^\circ) = \cos(\gamma)$
$\cos(\gamma + 90^\circ) = -\sin(\gamma)$ $\Rightarrow Y_{ж2} = X_{ж1}$
$X_{ж2} = -Y_{ж1}$

$Y_{ж4} = -Y_{ж2}$; $X_{ж4} = -X_{ж2}$

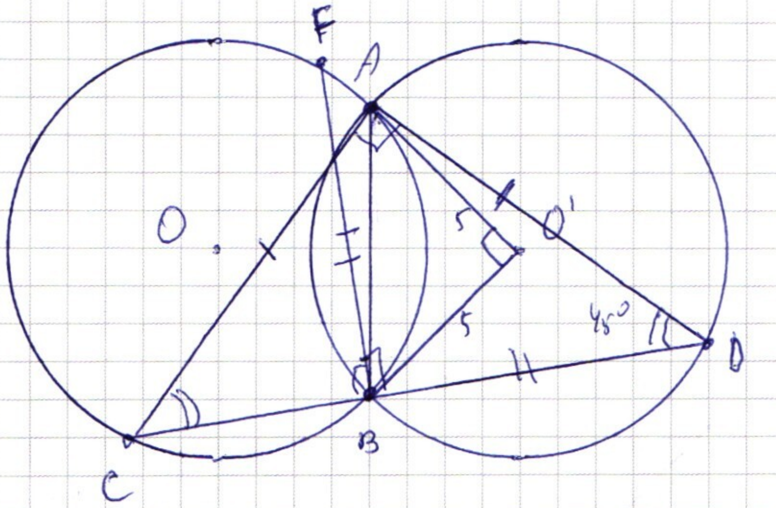
Ответ: $\left(-\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}\right)$; $\left(-\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}; -\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$; (см. на сл. стр.)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение ответа к задаче №5: $\left(\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}; -\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}\right)$; ~~$\left(\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$~~ $\left(\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{2}; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$.

6.



$BF = BD$

$\angle ADB = \angle ACB$ (т.к. опираются на одинаковую дугу AB и радиусы окр. равны)

$\rbrack \angle ADB = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ACD$:

$90^\circ + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow AD = AC$; $\ominus [AB]$:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos\alpha$; $AB^2 = AD^2 + DB^2 - 2AD \cdot DB \cdot \cos\alpha$

$CB^2 - 2AC \cdot CB\cos\alpha = DB^2 - 2AD \cdot DB \cdot \cos\alpha$

$CB^2 - 2a \cdot CB \cdot \cos\alpha = DB^2 - 2a \cdot DB \cdot \cos\alpha$

$(CB^2 - DB^2) = 2a\cos\alpha(CB - DB)$

$(CB + DB)(CB - DB) = 2a\cos\alpha(CB - DB)$ $\quad CB \neq DB \Rightarrow$

$\Rightarrow CB + DB = 2a \cdot \cos\alpha = \sqrt{2}a$

$CB + DB$ $\quad CD = \frac{AD}{\cos\alpha} = \sqrt{2}AD = \sqrt{2}a$

$$\begin{cases} AB^2 = a^2 + CB^2 - 2a\cos\alpha \cdot CB = a^2 + CB^2 - \sqrt{2}a\,CB \\ AB^2 = a^2 + BD^2 - 2a\cos\alpha \cdot BD = a^2 + BD^2 - \sqrt{2}a\,BD \end{cases} +$$

(см. на сл. стр.)

$2AB^2 = 2a^2 + (\underbrace{CB^2 + BD^2}_{CF^2}) - \sqrt{2}a(CB+BD) =$

$= 2a^2 + CF^2 - \sqrt{2}a \cdot CD = \cancel{2a^2} + CF^2 - \cancel{\sqrt{2}a \cdot \sqrt{2}a} = CF^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow CF = \sqrt{2}AB$; $\angle AOB = 2\angle ADB$ (центральный угол) $\Rightarrow$

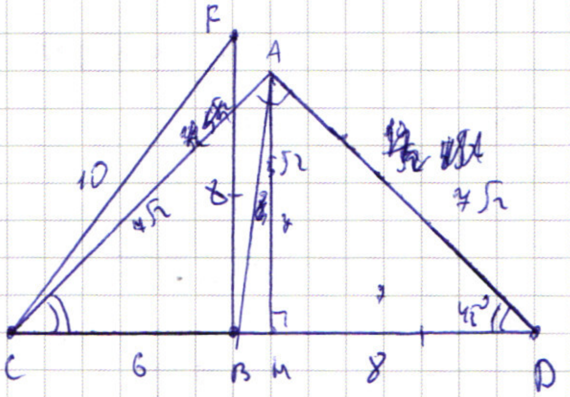
$\Rightarrow \angle AOB = 90°$; $AO = OB = 5$ (радиусы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOB$ – р/б и п/у $\Rightarrow \angle OAB = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \frac{AO}{\cos 45°} = \sqrt{2}AO = \sqrt{2}r = 5\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow CF = \sqrt{2}AB = \sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = \underline{\underline{10}}$

2) $BC = 6 \Rightarrow BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$



Проведём $AH \perp CD$

$HD = \frac{1}{2}CD$ (р/б △)

$\angle HAD = 180° - 90° - 45° = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow AH = HD = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{tg \angle ACH}$? $\sin\angle ACH = \frac{7}{7\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\angle ACH = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\angle FCH = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $\cos\angle FCH = \sqrt{1-\sin^2\angle} = \frac{3}{5}$

$\sin\angle FCA = \sin\angle FCH \cdot \cos\angle ACH - \sin\angle ACH \cdot \cos\angle FCH =$

$= \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~S CF~~ $S_{\triangle CFA} = \frac{CF \cdot CA \cdot \sin\angle FCA}{2} = \frac{10 \cdot 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{10 \cdot 2} =$

$= 7$; Ответ: 1). $CF = 10$;

2). $S_{\triangle CFA} = 7$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)\geq 0$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)=$ $\quad 4+4+4+6 = 18$

$=2x^4+5x^3-4x-2x^3-5x^2+4=$ $\quad \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

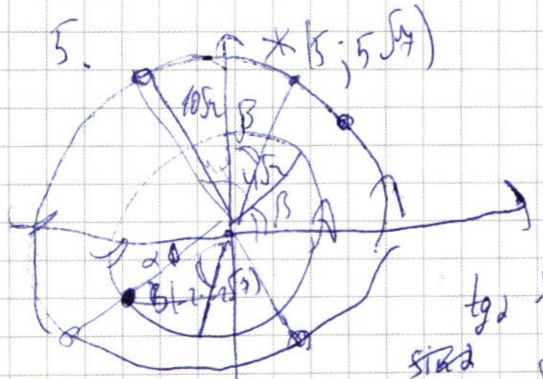
$=2x^4+3x^3-5x^2-4x+4$

$(x+2)(2x^2+x-2)=$

$=2x^3+x^2-2x+4x^2+2x-4=$

$=2x^3+5x^2-4$

5. $*(5;5\sqrt{7})$



$tg\,\alpha\ \sqrt{7}$

$tg\,\beta=\sqrt{7}$

$(-2)(2\sqrt{7})$

$P_{min}=6\sqrt{2}$

180^0

$R_2^2=25+25\cdot 7=$ $\quad t=\frac{180}{4\omega}$

$=25\cdot 8\ \Rightarrow$

$\omega t=\omega\cdot\frac{180}{4\omega}=$ $\quad \Rightarrow R_2=10\sqrt{2}$

$=45^0$ $\quad t=\frac{360}{4\omega}$

90^0 $\quad \omega=4\omega$

$(2x^2A(x)+2)(x^2A(x)+2)$

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)$

$2x^4-2x^3+4x^2-x^3+x^2-2x+2x^2$

$-2x+4=$

$=2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$\frac{\sqrt{7}+1}{4}$ $\quad \frac{\sqrt{7}-1}{4}$

$D_1=1-16<0$ $\quad \frac{8+2\sqrt{7}+8-2\sqrt{7}}{16}=1$

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)\geq 0$

$(-x+2)^2+(-x+2)\cdot 3x^2+2x^4=$

$=4-4x+x^2-3x^3+6x^2+2x^4=$

$=2x^4+7x^2-3x^3-4x+4$

$V_*=V$

$\omega_*=\omega$

$\omega_B=2\omega$

$R_1^2=x^2+y^2=4+28=32$

$R_1=4\sqrt{2}$

$V=\omega R_2$

$V_B=2V$

$2\ (2\sqrt{7})$

$4+4\cdot 7=16\cdot 2$ $\quad 2V=\omega_B R_1$

$4\cdot 8\ \ 4\cdot 8$

$V=\frac{\omega_B R_1}{2}$

$\omega R_2=\frac{\omega_B R_1}{2}$

$\omega_B=5\omega$ $\quad \omega\cdot 10\sqrt{2}=\omega_B\cdot 2\sqrt{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

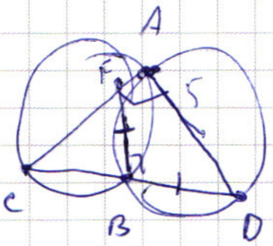
Страница №___

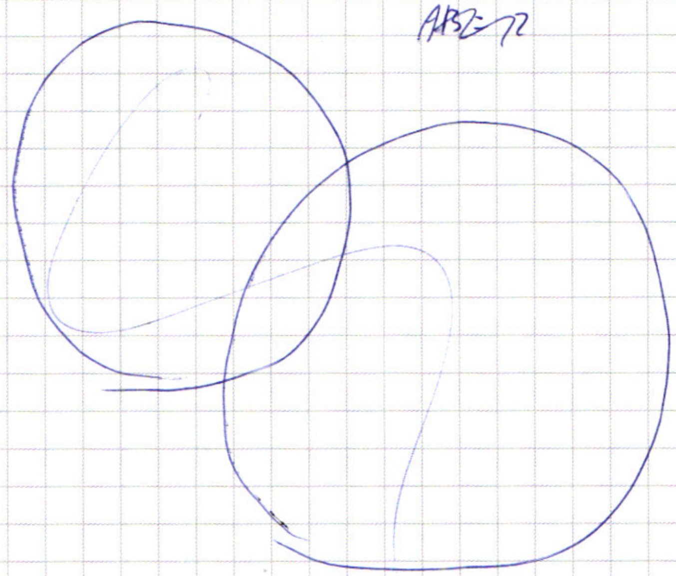
(Нумеровать только чистовики)

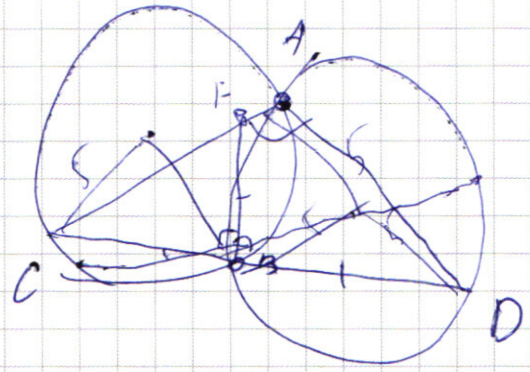
$\frac{23}{35} \approx \frac{2}{3}$

~~ABZ~~

$ABZ = 72$





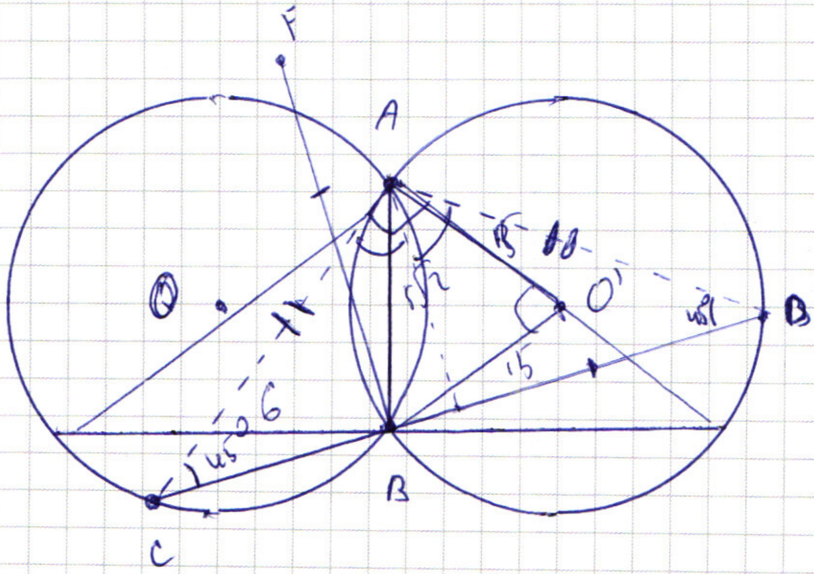


$CF = \sqrt{CB^2 + BD^2}$

$2a^2 + CF^2 - \cancel{2}a(\sqrt{2}a)$

$\cancel{2a^2} + CF^2 - \cancel{2a^2} =$

$= eF^2$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$

$64-32-80+48=0$

$32-80+48=0$

$-80+78+2=0$

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$(x-4)(x+1+\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13})=0$

$-216+24+80<0$

$x=4$

$x=-1+\sqrt{13}$

$\cancel{x=-1-\sqrt{13}}$

Ответ: $\{-1+\sqrt{13};4\}$.

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$27-18-60+48=0$

$=57-60=-3$

$\frac{D}{4}=1+12=(\sqrt{13})^2$

$D=4+48=52=4\cdot 13$

$x=-1\pm\sqrt{13}$

$x=\frac{-2\pm 2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$

$x>-4$

$\sqrt{13}>\sqrt{13}$

$-1-\sqrt{13}<-4 \quad |+4+\sqrt{13}$

$3<\sqrt{13}$

$\sqrt{9}<\sqrt{13}$

$3x^2-4x-20=0$

$\frac{D}{4}=4+60=$

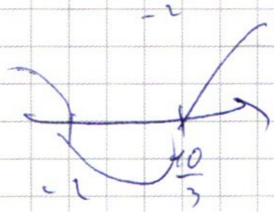
$=64=8^2$

$x=\frac{2\pm 8}{3}=$

$=\frac{10}{3}=\frac{-6}{3}=-2$

$\frac{10}{3}$

-2



4. $2x^4+x^2-4x+4-3x^2|x-2|+4\geq 0$ $x=0$

$2x^4+x^2-4x+4\geq 3x^2|x-2|$

$\frac{2x^4+x^2-4x+4}{3x^2}\geq|x-2|$

$3x^2(x-2)$ $(x-2)^2$

$\begin{cases}3x^3-6x^2\leq 2x^4+x^2-4x+4\\3x^3-6x^2\geq-2x^4-x^2+4x-4\end{cases}$

$\begin{cases}x-2\leq\\(x-2)\geq\dots\end{cases}$ $\frac{2x^4+x^2-4x+4}{3x^2}$

$\begin{cases}2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq0\\2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq0\end{cases}$

$\begin{cases}3x^3-6x^2\leq\dots\\3x^2-6x^2\geq\dots\end{cases}$

$32-24+28=874$

8

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)$

$2x^3+5x^2\dots4$

$0\to4$

$-1\to>4$

$1\to6$

$2\to32$

$2-3+7-4+4$

$-1+4=6$

$32-24+28-8+4=32$

8

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq0$

$2+3-5-4+4=0$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)\geq0$

$2x^3+5x^2=4$

$x^2(2x+5)=4$

$(x-1)(x+2)(x^2+\frac{1}{2}5x-1)\geq0$

$(x-1)(x+2)(\dots)$

$3x^2|x-2|\leq2x^4+(x-2)^2$

$2x^4+(x-2)(x-2-3x^2)\geq0$

$2x^4-(x-2)(3x^2-x+2)\geq0$

$2x^4-3(x-2)(x^2-\frac{x}{3}+\frac{2}{3})$

$\frac{2}{16}-\frac{3}{8}+\frac{7}{4}-2+4$

$\frac{1}{8}-\frac{3}{1}+\frac{7}{4}-1+4$

$\frac{2}{81}-\frac{3}{27}+\frac{7}{9}-\frac{14}{3}+4$

$\frac{1}{4}+\frac{7}{4}-2+1=$

$\frac{3}{2}-2+1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$

$2-9+63-\dots$

$D=1+16=17$

$x=\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}>-2$

$8>1+\sqrt{17}$

$7>\sqrt{17}$

$\frac{27}{32}+\frac{5\cdot9}{16}-4$

$\frac{16}{27}+\frac{5\cdot4}{9}-4$

$x^2-2\cdot\frac{1}{6}x+$

$\frac{16+60}{24}=\frac{76}{24}$

$\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{6}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\overline{abcdefgh}$; $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot fgh = 700$ $\quad 700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

8

75541111 ; 8

75522111

① для 7: 8

для 5: $C_7^2 = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

для 4: 5

$8 \cdot 21 \cdot 5 = 8 \cdot 105 = \underline{840}$

② для 7: 8

для 5: 21

для 2: $\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$

$8 \cdot 21 \cdot 10 = 8 \cdot 21 \cdot 5 \cdot 2 = 840 \cdot 2 =$

$\Rightarrow$

1600+80

1680

$\Rightarrow$ Общ $840 \cdot 3$

Ответ: 2520.

$840 \times 3 = 2520$

2. a, aq b, $b \cdot q$, $b \cdot q^2$, $b \cdot q^3$

3 7 15

2+2 = 4 = 8

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 ... 31

$b + bq + bq^2 + bq^3 = b(1+q+q^2+q^3+\ldots)$

$\frac{S_k}{S_k} = \frac{2q+1}{q+2}$ $\quad \exists q = 2$ $\quad$ 1, 2, 3 $\quad b \quad bq \quad bq^2$; 1 4 13

$\frac{3000}{3} = 1000$ $\quad q\,b(q+1)$; bq^{a+2} 3 $q \geq 7$

$b_n = b \cdot q^{n-1}$

$S_2 \; S_{:2} + q S_{:2} =$ $\sum_{i}^{3000} b_i = \sum_{i}^{3000} b \cdot q^{i-1} = S$ $\begin{cases} S = S_{:3} + S_{\not:3} \\ 10S = 50S_{:3} + S_{\not:3} \end{cases}$ $\quad 1 + q(1 + q(1+q(1+q\ldots)))$

$\Rightarrow S = (q+1)S_{\not:2}$ $\quad S = S_{:2} + S_{\not:2}$, $\quad S_{:2} = q \cdot S_{\not:2}$ $\quad 9S = 49 S_{:3}$; $S = \frac{49}{9} S_{:3}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\frac{S_к}{S_н} = \frac{2q+1}{q+1}$; $9S = 49 S_{:3}$

$S = S_{:3} + S_{\cancel{:}3}$

$b \cdot q^a ; bq^{a+1} ; bq^{a+2}$

$bq^a(1+q)$ bq^{a+2}

$\frac{8}{35} = \frac{1}{4}$

$S_{\cancel{:}3} = \frac{q^2}{1+q} S_{:3}$

$\frac{bq^{a+2}}{bq^a(1+q)} = \frac{q^2}{1+q}$

$\frac{12}{35} = \frac{12}{35} \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{S_{к1}}{S_{н1}} = 10 = \frac{50S_{:3} + S_{\cancel{:}3}}{S_{:3} + S_{\cancel{:}3}} = \frac{\left(\frac{50q^2}{1+q} + 1\right)}{\frac{q^2}{1+q} + 1} =$

$x^3 + 4x + 80$

$-4 = -64 - 16 = -80$

$\frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 10$;

$50q^2 + q + 1 = 10q^2 + 10q + 10$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$x^3 + 4x + 80 - 8x = x^3 + 4x + 80 - 8x$

$(x+4)(x^2 - 4x + 20)$

$D = 81 + 160 \cdot 9 =$

$= 1440 + 81 = 1521 = 39^2$

$q = \frac{3}{5} \Rightarrow$ $\frac{2q+1}{q+1} = \frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{3}{5}+1} =$

$160 \times 9 = 1440$; $1440 + 81 = 1521$

39×39; 351; 117; 1521

$24 + 8 = 35$

$= \frac{\frac{11}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{11}{5} \cdot \frac{5}{8} =$

$= \frac{11}{8}$

$q = \frac{9 \pm 39}{2 \cdot 40} = \frac{9+39}{80} =$

$= \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$

Ответ: $\frac{11}{8}$

3. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$

$81 - 4 < 77$

$(x^3 - 4x + 80)' = 3x^2 - 4 = 3\left(x^2 - \frac{4}{3}\right) =$

$88 - 8 = 80$

$= 3\left(x - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ – экстрем.

$36 \times 6 = 216$

-64

$-\frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

$-216 + 24 = -192$ $+80$

$-125 + 20 =$

$= -108$

$x^2(x - 4) = -80$

$(x+6)\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x^2 + 10x + 24$

$x^2(x - 4) = -16 \cdot 5$

$(x+5)^2 - 1$ $(x+4)(x+6)$

$80 = 8 \cdot 10 =$

$= 16 \cdot 5 =$

$= 2^4 \cdot 5$

$(x+6)\ldots = (x+4)(x+6)$

$x > -4$

-1 -8

$x = -6$

$\sqrt{\ldots} = x + 4$

$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 8x + 16$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)