

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

- + 1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- + 2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
- + 3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
- + 4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$\overline{a b c d e f g h}$ — общая форма 8-значных чисел.

тогда $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 700$

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

т.к. в произведении участвуют 8 цифр,

$$\text{то } 700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{или}$$

$$700 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

1) всего возможных комбинаций 8!

из них половина повторяется из-за 2 (их 2 в разложении 700)
еще половина из-за 5 и $\frac{2}{3}$ из-за 1 (их 3 в разложении 700)

$$\text{Итого: } \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 3360$$

2) всего комбинаций 8!

повторений 2 из-за 5 (их 2 в разложении 700)

4 из-за 1 (их 4 в разложении 700)

$$\text{Итого: } \frac{8!}{2 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 4} = 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 5040$$

$$\text{всего чисел: } 3360 + 5040 = 8400$$

Ответ: 8400 чисел.

№2.

сумму S можно представить в виде:

$$S = S_1 + S_2 + S_3, \text{ где } S_1 = b_1 + b_4 + b_7 + \dots + b_{2998} \quad (b_{3k+1})$$

$$S_2 = b_2 + b_5 + b_8 + \dots + b_{2999} \quad (b_{3k+2})$$

$$S_3 = b_3 + b_6 + b_9 + \dots + b_{3000} \quad (b_{3k})$$

тогда ~~$b_2 = q \cdot b_1$ $b_4 = q^3 \cdot b_1$ $b_7 = q^2 \cdot b_1$~~

$$S_1 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} \quad S_2 = \frac{b_2(q^n - 1)}{q^3 - 1} \quad S_3 = \frac{b_3(q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

Если для S $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$, то для S_1, S_2 и S_3 :

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q^3, \quad b_2 = b_1 \cdot q, \quad b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} (1 + q + q^2) \quad (1)$$

если $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ увеличить в 50 раз, то S_3 тоже увеличится в 50 раз.

$$10 S = S_1 + S_2 + 50 S_3 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} (1 + q + 50q^2) \quad (2)$$

$$(2) : (1)$$

$$10 = \frac{1+q+q^2}{1+q+50q^2} \Leftrightarrow 10(1+q+50q^2) = 1+q+q^2$$

$$10 = \frac{1+q+50q^2}{1+q+q^2} \Leftrightarrow 10+10q+10q^2 = 1+q+50q^2$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 40 \cdot 9}}{80} = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q_1 = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$q_2 = -\frac{30}{80} = -\frac{3}{8} \text{ не}$$

подходит т.к. все члены последовательности положительные

теперь представим $S = S_I + S_{II}$

$$S_I = b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{2999} \text{ - нечетные}$$

$$S_{II} = b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000} \text{ - четные}$$

$$S_I = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_{II} = \frac{b_2(q^n - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1(q^n - 1) \cdot q}{q^2 - 1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^2 - 1} (1 + q)$$

Если $b_2, b_4, b_6, \dots, b_{3000}$ увеличатся в 2 раза, то S_{II} увеличится в 2 раза

$$S' = S_I + 2S_{II} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^2 - 1} + \frac{b_1(q^n - 1)}{q^2 - 1} \cdot 2q = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^2 - 1} (1 + 2q)$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{1 + 2q}{1 + q} = 1 + \frac{q}{1 + q} = 1 + \frac{\frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}} = 1 + \frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.
✓3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x + 6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x + 6)(x + 4)$$

$$(x + 6) \left(\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} - (x + 4) \right) = 0 \quad x_1 = -6$$

$$\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x + 4 \quad x \geq -4 \quad (1)$$

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0 \quad x_2 = 4$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$x_{3,4} = -1 \pm \sqrt{1 + 12} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$X_3 = -1 + \sqrt{13} \quad X_4 = -1 - \sqrt{13} \quad \begin{matrix} \sqrt{-4} \\ < \end{matrix} \Rightarrow \text{не удовл. усл. (1)}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{-3} \\ < \end{matrix}$$

или $X_1 = -6$ $\sqrt{X^3 - 4X + 20}$ не определен $\Rightarrow$ не подходит

Ответ: $\begin{cases} X = 4 \\ X = -1 + \sqrt{13} \end{cases}$

№4.

$$2X^4 + X^2 - 4X - 3X^2 | X - 2 | + 4 \geq 0$$

1) $X \geq 2$

$$2X^4 + X^2 - 4X - 3X^2 + 6X^2 + 4 \geq 0$$

$$2X^4 - 3X^3 + 6X^2 + X^2 - 4X + 4 \geq 0$$

$$X^2(2X^2 - 3X + 6) + (X - 2)^2 \geq 0$$

$$\begin{matrix} \forall \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \forall \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \forall \\ 0 \end{matrix} \quad 2X^2 - 3X + 6 \quad \text{и} \quad < 0 \quad a > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2X^2 - 3X + 6 > 0$$

Значит $\begin{cases} X \in (-\infty; +\infty) \\ X \geq 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow X \geq 2$$

2) $X \leq 2$

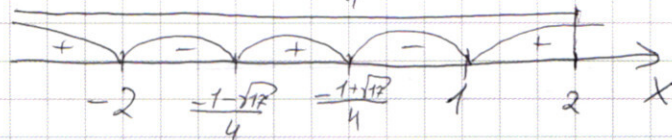
$$2X^4 + X^2 - 4X + 3X^3 + 6X^2 + 4 \geq 0$$

$$2X^4 + 3X^3 - 5X^2 - 4X + 4 \geq 0$$

$$(X - 1)(X + 2)(2X^2 + X - 2) \geq 0$$

$$2X^2 + X - 2: X_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$2(X - 1)(X + 2)\left(X + \frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right)\left(X - \frac{1 - \sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$



$$X \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1 - \sqrt{17}}{4}; -\frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2]$$

Ответ: $X \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1 - \sqrt{17}}{4}; -\frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

уравнение движения: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

$x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, т.к. общий центр в точке $(0; 0)$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

для воданерки: $(-2)^2 + (-2\sqrt{2})^2 = r_1^2$

$$1 + 4 \cdot 2 = r_1^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{9} = 3$$

для псука: $5^2 + (5\sqrt{2})^2 = r_2^2$

$$r_2 = 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

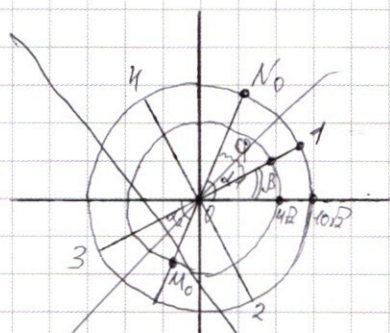


схема (использована не соотнесена)

замечая, что $\tan \alpha_1 = \frac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}$

$$\tan \alpha_2 = \frac{-2\sqrt{2}}{-2} = \sqrt{2}$$

то есть $\alpha_1 = \alpha_2$

Для того, чтобы
расстояния были минимальными
необходимо:

$$1) \alpha_1 = \alpha_2 \text{ или } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$2) x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$y_1 \cdot y_2 > 0$$

v - скорость псука $2v$ - скорость воданерки

$$v_1 = 2\pi r_1 = 6\sqrt{2}\pi \quad v_2 = 2\pi r_2 = 20\sqrt{2}\pi$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \text{встреча} \Rightarrow t_1 = t_2$$

$$t = \frac{l}{v} = \frac{8\sqrt{2}\pi \cdot \frac{180^\circ + \varphi}{360^\circ}}{2v} = \frac{20\sqrt{2}\pi \cdot \frac{\varphi}{360^\circ}}{v}$$

l - длина дуги

$$\frac{8\sqrt{2}(180^\circ + \varphi)}{2} = \frac{20\sqrt{2}\varphi}{1}$$

$$8\sqrt{2} \cdot 180^\circ + 8\sqrt{2}\varphi = 40\sqrt{2}\varphi$$

$$8\sqrt{2} \cdot 180^\circ = 32\sqrt{2}\varphi$$

$$\varphi = \frac{8\sqrt{2} \cdot 180^\circ}{32\sqrt{2}} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

затем: $\frac{8\sqrt{2}\pi \frac{360^\circ + \alpha}{360^\circ}}{2\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}\pi \frac{\alpha}{360^\circ}}{\sqrt{2}}$

$$8(360^\circ + \alpha) = 40\alpha$$

$$8 \cdot 360^\circ = 32\alpha$$

$$\alpha = \frac{8 \cdot 360^\circ}{32} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

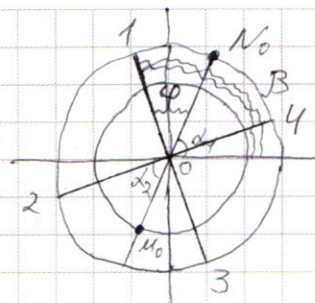


схема (масштаб не соблюден)

всего 4 положения (они изображены на схеме)

$$\alpha_1 = \arctg \sqrt{7}$$

$$\beta = \alpha_1 + 45^\circ = \arctg \sqrt{7} + 45^\circ$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{x} = \tg \beta = \tg(\arctg \sqrt{7} + 45^\circ) = \frac{\sqrt{7} + 1}{1 + \sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}+1)^2 (\sqrt{7}-1)^2}{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)} = \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{6}$$

$$y = \frac{\sqrt{7}+1}{1+\sqrt{7}} \cdot x$$

$$x^2 + y^2 = (10\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + \left(\frac{\sqrt{7}+1}{1+\sqrt{7}}\right)^2 x^2 = 200$$

$$x^2 = \frac{200(1+\sqrt{7})^2}{(1+\sqrt{7})^2 + (\sqrt{7}+1)^2}$$

$$x^2 \left(1 + \frac{(\sqrt{7}+1)^2}{(1+\sqrt{7})^2}\right) = 200$$

$$x^2 \left(\frac{(1-\sqrt{7})^2 + (\sqrt{7}+1)^2}{(1-\sqrt{7})^2}\right) = 200$$

$$x^2 \left(\frac{1+7+1+7}{(1-\sqrt{7})^2}\right) = 200$$

$$x^2 = \frac{200(1-\sqrt{7})^2}{16}$$

$$x = \pm \frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}} \pm \frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}}$$

$$y = \pm \frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{7}+1)}{1-\sqrt{7}} = \mp \frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}}$$

положение 1: $\left(-\frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}}, \frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}}\right)$

положение 3: $\left(\frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}}, -\frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}}\right)$

для положений 2 и 4 $\tg \gamma = \ctg \beta = \frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$

x и y с + для 4

$$x = \pm \frac{5\sqrt{7}+5}{\sqrt{2}}$$

~~x и y с - для 2~~

$$y = \pm \frac{5\sqrt{7}-5}{\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $(\pm \frac{5\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}, -\frac{5\sqrt{2}+5}{\sqrt{2}}); (-\frac{5\sqrt{2}+5}{\sqrt{2}}, \pm \frac{5\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}})$

$\sqrt{2}$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 \end{cases}$$

~~$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$~~

~~1) $x \geq y-6$~~

~~$$x-y+6+y-6+x=12$$~~

~~$$x=6$$~~

~~2) $x \leq y-6$~~

~~$$y-6-x+y-6+x=12$$~~

~~$$y=12$$~~

~~для $x \geq 0$~~

~~1) $y \geq 6+x$~~

~~$$y-6-x+y-6+x=12$$~~

~~$$y=12$$~~

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$|y-6-x| = \begin{cases} y-6-x, & y-6-x \geq 0 \quad y \geq 6+x \\ -y+6+x, & y-6-x \leq 0 \quad y \leq 6+x \end{cases}$$

$$|y-6+x| = \begin{cases} y-6+x, & y-6+x \geq 0 \quad y+x \geq 6 \\ -y+6-x, & y-6+x \leq 0 \quad y+x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &\geq 6-x \\ y &\leq 6-x \end{aligned}$$

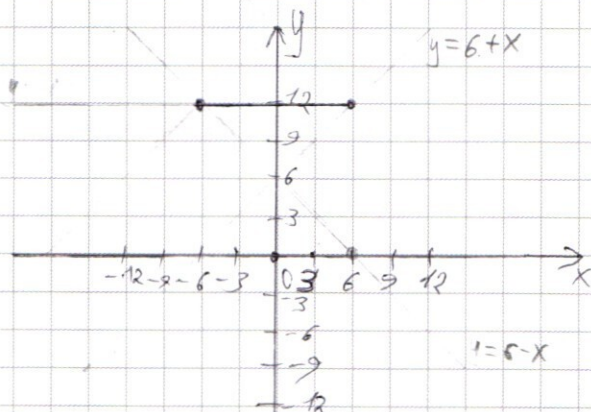
$$2) 6-x \leq y \leq 6+x \quad 3) y < 6-x$$

$$-y+6+x+y-6+x=12$$

$$x=6$$

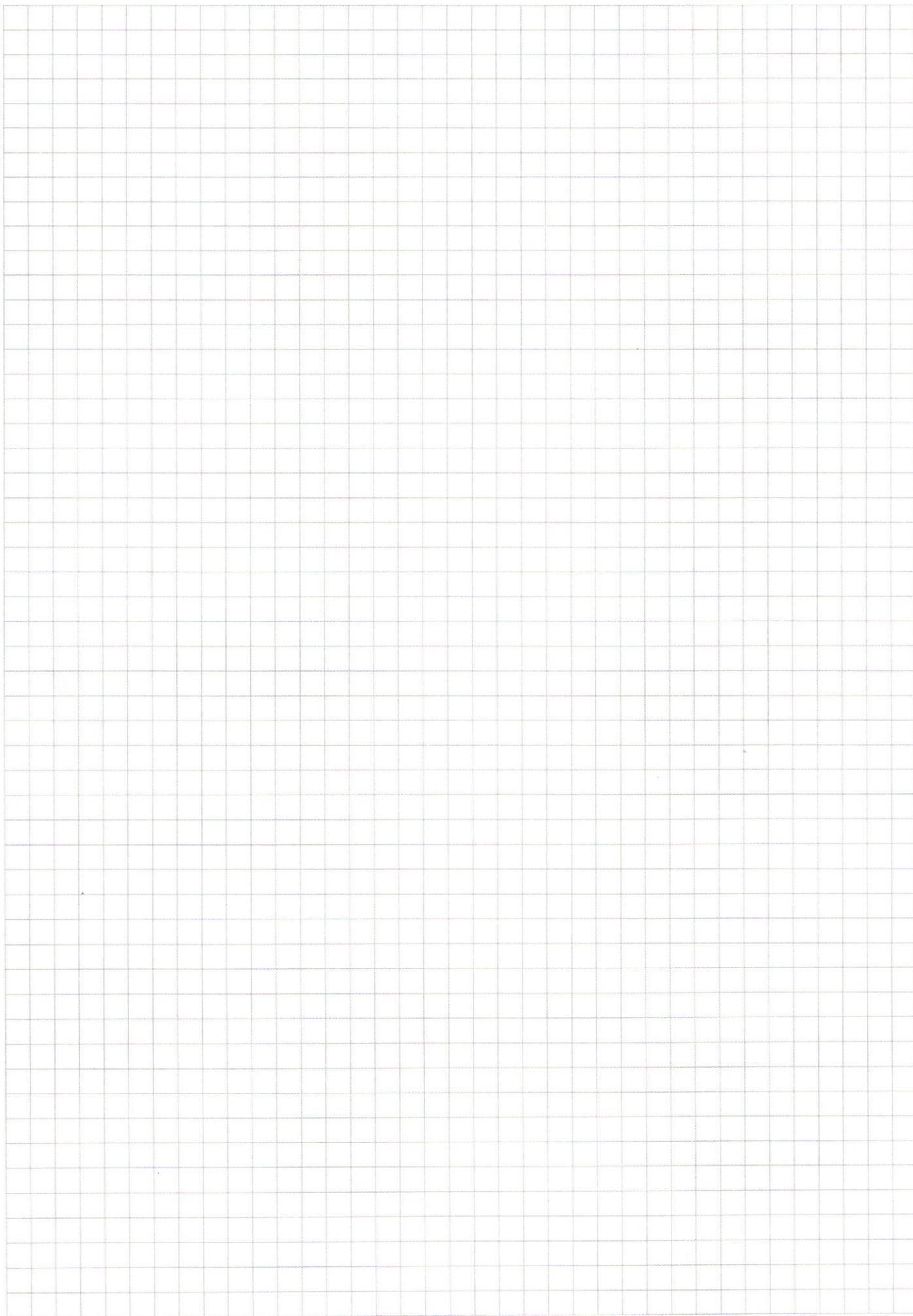
$$-y+6+x-y+6-x=12$$

$$y=0$$



$$(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9$$

совокупность
этих окружностей



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№

2 2 5 5 7 1 1 1

a b c d e f g h

200	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

$$\begin{aligned} \lg(x+\beta) &= \lg x + \lg \beta \\ \lg(x-\beta) &= \lg x - \lg \beta \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} - x - 4 \right) = 0$$

$$x = -6$$

$$\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x + 4 \quad x \geq -4$$

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x = 8 \quad 8^3 - 2 \cdot 8^2 - 20 \cdot 8 + 48 =$$

$$= 8(64 - 16 - 20 + 6) = 8 \cdot 24 = 192$$

$$x = 4 \quad 4^3 - 2 \cdot 4^2 - 20 \cdot 4 + 48 = 64 - 32 - 80 + 48 = -20$$

$$= 4^2(4 - 2 - 5 + 3) = 4^2(-2) = -32$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x - 4 \\ -x^3 + 4x^2 & \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 & \\ -2x^2 + 8x & \\ \hline -12x + 48 & \\ -12x + 48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = 4 \quad x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 12} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$x \neq -1 - \sqrt{13}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^n - 1)q}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^n - 1) \cdot q^2}{q^3 - 1}$$

$$= \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} (1 + q + q^2)$$

$$10S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^n - 1) \cdot q}{q^3 - 1} + \frac{50b_1(q^n - 1) \cdot q^2}{q^3 - 1} =$$

$$= \frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} (1 + q + 50q^2)$$

$$10 = \frac{1 + q + 50q^2}{1 + q + q^2}$$

$$10 + 10q + 10q^2 = 1 + q + 50q^2$$

$$9 + 9q - 40q^2 = 0$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 9 \cdot 40}}{80} = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q_1 = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$q_2 = \frac{3}{8} \text{ не подходит}$$

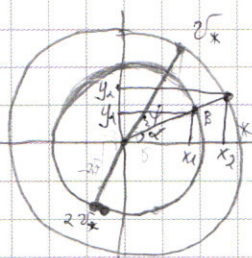
$$\begin{array}{r} + 281 \\ \times 36 \\ \hline \times 40 \\ \hline + 1440 \\ 87 \\ \hline 1527 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ \times 39 \\ \hline \times 39 \\ \hline 351 \\ + 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$k = \frac{1 + 2q + q^2}{1 + q + q^2} = \frac{(1 + q)^2}{1 + q + q^2} = \frac{(\frac{8}{5})^2}{1 + \frac{3}{5} + \frac{9}{25}} = \frac{\frac{64}{25}}{1 + \frac{3}{5} + \frac{9}{25}} = \frac{64}{25 + 15 + 9} = \frac{64}{49}$$

$$22 \ 557111$$

$$\frac{8!}{2 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{10} = 3360$$

$$\Phi =$$



$$x_2 = kx_1 \quad y_2 = ky_1$$

$$k^2(x_1^2 + y_1^2) = 200$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 32$$

$$t = \frac{S}{v} = \frac{180 \cdot \pi \cdot l_1}{360 \cdot v}$$

$$x^2 + y^2 = r_1^2$$

$$4 + 4 \cdot 7 = r_1^2$$

$$r_1 = 4\sqrt{2}$$

$$l_1 = 2\pi \cdot 4\sqrt{2}$$

$$l_2 = 2\pi \cdot 10\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = 200$$

$$x^2 + y^2 = 32$$

$$25 + 25 \cdot 7 = r_2^2$$

$$r_2 = 10\sqrt{2}$$

$$\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

$$2) \ x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$3) \ y_1 \cdot y_2 > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 | x - 2 | + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + (x - 2)^2 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x - 2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \left(\frac{2x^2 - 3x + 6}{x^2} \right) + (x - 2)^2 \geq 0$$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4}$
нетреш.

$$x \geq 2$$

$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$$

$$((x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 9$$

$$x \geq y - 6$$

$$x + 8 - y + y - 6 + x = 12$$

$$x = 6$$

$$(6 - 8)^2 + (y - 6)^2 = 9$$

$$4 + (y - 6)^2 = 9$$

$$|y|^2 +$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 8 \times 48 \\ 2 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ x \ 336 \\ 15 \\ \hline 1680 \\ + 336 \\ \hline 5040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ 336 \\ 25 \\ \hline 33600 \ 4 \\ \hline 32 \ 18400 \\ 16 \end{array}$$

$$x < 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x - 2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \left(\frac{2x^2 + 3x - 6}{x^2} \right) + (x - 2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \left(\frac{2x^2 + 3x - 6}{x^2} \right) + (x - 2)^2 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x = 1: 2 + 3 - 5 - 4 + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \mid x - 1 \\ \hline 2x^4 - 2x^3 \\ \hline 5x^3 - 5x^2 \\ - 5x^3 - 5x^2 \\ \hline - 4x + 4 \\ - 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

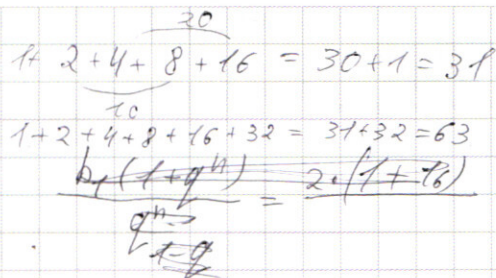
$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0$$

$$x = -2: -16 + 20 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \mid x + 2 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 4 \\ - x^2 + 2x \\ \hline - 2x - 4 \\ - 2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4}$$



$$\frac{1 \cdot 31}{1} = 31$$

$$S = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^n$$

$$Sq = b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{n+1}$$

$$S(q) = 1 - b_1 q$$

$$b_1(1+q+q^2+\dots+q^n)$$

$$S = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^n$$

$$S(q-1) = b_1(q-1)$$

$$3 + 9 + 27 = 39$$

$$16 + 2 + 4 + 2 = 30$$

$$\frac{3 \cdot 20^3}{2} = 39$$

$$\frac{16 \cdot \left(\frac{1}{16} - 1 \right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{16 \cdot \frac{15}{16} \cdot 2}{-1} = 30$$

$$S = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_1, b_4, b_7, \dots \mid b_2, b_5, b_8, \dots \mid b_3, b_6, b_9, \dots$$

~~$b_1, b_2, b_3 +$~~

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$b_2 = b_1 q$$

$$S_n = \frac{b + (q^{3n} - 1)}{q^{3n} - 1} + \frac{b + (q^{3n} - 1)}{q - 1} + \frac{b + (q^{3n} - 1)}{q - 1} =$$

$$b_3 = b_1 q^2$$

$$= \frac{b_1(q^{3n}-1)}{q-1} \cdot \frac{(q^{3n}-1)}{q-1} (b_1 + b_2 + b_3) =$$

$$b_q = b_1 q^3$$

$$= \frac{q^{3n} - 1}{q - 1} \cdot b_1(1 + q + q^2) = \frac{b_1(q^{3n} - 1)}{q - 1}$$

$$N = 3000$$

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1(q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1(q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1) \cdot q}{q^3 - 1} + b_1 + q^n$$

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 126$$

$$\frac{2 \cdot \frac{18}{64} - 1}{4} = 18 \quad \frac{4 \cdot \frac{63}{7}}{7} = 36 \quad 72$$

$$\frac{2 \cdot 63}{1} = 126$$

$$\begin{aligned} & -1 + \sqrt{17} > -2 \\ & \sqrt{17} > -1 \\ & -1 + \sqrt{17} > -8 \\ & -\sqrt{17} > -2 \\ & \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} < 1 \\ & -1 + \sqrt{17} < 4 \\ & \sqrt{17} < 5 \end{aligned}$$