

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

Чтобы произведение цифр было : 700, надо, чтобы было одна цифра равная 7, было 2 цифры равные 5 и, либо 1 - цифра, либо 2 - цифры.

а) Набор чисел 74551111

Если бы все они были равны, было бы 8! способов составить из них число. Но среди них есть повторения, поэтому кол-во таких чисел равно $\frac{8!}{2! \cdot 4!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 20 \cdot 42$

кол-во перестановок
↑
кол-во перестановок
чисел

б) Набор чисел 72255111

Аналогично п. а) среди цифр есть повторения, поэтому кол-во чисел равно

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 42$$

перестановки
↑
перестановки
чисел
↑
перестановки
цифры

$$\text{Всего : } 40 \cdot 42 + 20 \cdot 42 = 42 \cdot 60 = 2520$$

Ответ : 2520

№2.

$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

1) Когда произошло первое увеличение:
Рассмотрим погребенные пошт-ва как 3
пер. прогрессии.

① a_n , из членов с номерами, дающими ост.
1 при делении на 3.

$$a_1 = b_1 \quad a_4 = b_1 \cdot q^3 \dots$$

$$q_4 = q^3 \quad n_4 = 1000$$

$$\text{Тогда } S_a = \frac{b_1 (q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

② c_n , из членов с номерами, дающими ост.
2 при делении на 3.

$$c_1 = b_1 \cdot q \quad c_4 = b_1 \cdot q^4 \dots$$

$$q_c = q^3 \quad n_c = 1000$$

$$S_c = \frac{b_1 \cdot q (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

③ d_n , из членов, номера которых $\div 3$.

$$d_1 = 50b_1 \cdot q^2 \quad d_4 = 50b_1 \cdot q^5 \dots$$

$$q_d = q^3 \quad n_d = 1000$$

$$S_d = \frac{50b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_a + S_c + S_d = 105$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1 \cdot q(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{50b_1 \cdot q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 10 \cdot \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$\frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 10$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q_1 = -\frac{3}{8}$$

$$q_2 = 1,6$$

не дроби. укл.

2) Круговое ветровое усиление:

Пусть x_n - ветровое усиление у щелков с четными номерами, y_n - у щелков с нечетными номерами.

$$x_1 = b_1 \quad x_2 = b_1 \cdot q^2 \dots$$

$$y_1 = 2b_1 \cdot q \quad y_2 = 2b_1 \cdot q^3 \dots$$

$$q_x = q^2 \quad n_x = 1500$$

$$q_y = q^2 \quad n_y = 1500$$

$$S_x = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$S_y = \frac{2b_1 \cdot q(q^{3000}-1)}{q^2-1}$$

$$\frac{S_x + S_y}{S} = ?$$

$$\left(\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{2b_1 \cdot q(q^{3000}-1)}{q^2-1} \right) \cdot \frac{q-1}{b_1(q^{3000}-1)} =$$

$$= \frac{(1+2q)(q-1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{1+1,2}{1,6+1} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{11}{8}$$

Ответ: Увеличилась в $11/8$ раз.

№3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\frac{(x+6)^2}{2} \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x+6)^2 \cdot (x+4)^2$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 4x + 80 - 2(x+4)^2) = 0$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 4x + 80 - 2x^2 - 16x - 32) = 0$$

$$x = -6 \quad x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = 4 \quad 0 = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{13}$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{13}$$

$$x_3 = 4$$

$$x_4 = 6$$

Заметим, что x_3 и x_4 не
удовл. ОДЗ.

Или
Ответ: $4; -1 + \sqrt{13}$.

№4.

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$$

Пусть $y-6 = y_1$

$$|y_1 - x| + |y_1 + x| = 12$$

$$① y_1 \leq -x:$$

$$1 - y_1 - y_1 - x = 12$$

$$y_1 = -6 \Rightarrow y = 0$$

$$-6 + x \leq 0 \quad x \geq 6 \quad x \leq 6$$

$$② -x < y_1 < x$$

$$1 - y_1 + y_1 + x = 12$$

$$x = 6 \Rightarrow -6 < y - 6 < 6$$

$$0 < y < 12 \\ x = 6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ $y_1 > x$:

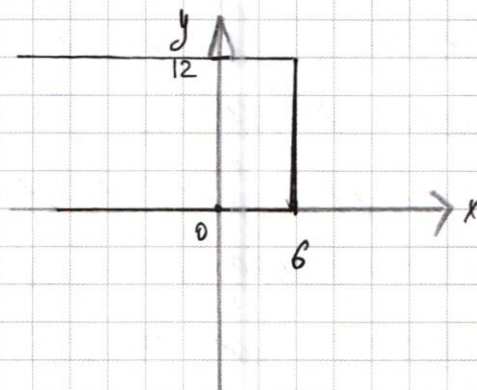
$$y_1 - x + y_1 + x = 12$$

$$y_1 = 6$$

или

$$6 > x$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ x \leq 6 \end{cases}$$



Тогда график первого ур-нения вид: ↑

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$$

окр-ть с ц. в т. $(8; 6)$ и $r = \sqrt{a}$

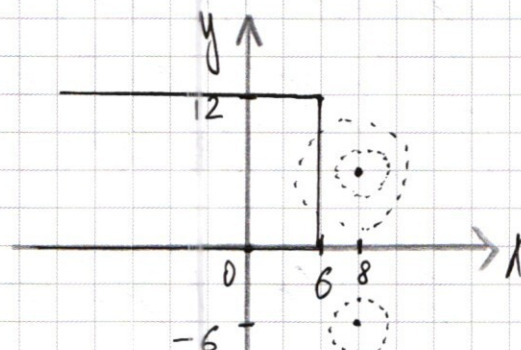
1) Заметим, что, когда $r < 6$ на графике 2 окр-ти, т.к. при нахождении пересек на y $(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$ обратимые виду, а при нахождении пересек на x ничего не отображается, т.к. окр-ть не пересекает OK .

Если $r < 2$, ни одна из окр-тей не пересечет график первого ур-на. $\Rightarrow 0$ т. пересек.

$$\text{Если } r = 2, (x-8)^2 + (y-6)^2 = 4$$

касается графика в 1 точке $\Rightarrow 1$ т. пересек.

Если $2 < r < 6$: верхняя окр-ть пересекет пр. $x = 6$ в двух точках, а нижняя не будет пересекать график $\Rightarrow 2$ т. пересек.



Если $r=6$, верхняя окружность пересечет график в двух точках, а нижняя касается вершины, но не пересечет график первого ур-я. $\Rightarrow$ 2 т. пересеч.

2) $r > 6$:

~~Верхняя~~ верхняя и нижняя окружности пересекают график, каждая в двух точках и тогда часть вершин, которые помещаются под r , отображается вверх и также пересекает гр. ур-я.
 $\Rightarrow$ больше двух т. пересеч.

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &2 < r \leq 6 \\ &2 < \sqrt{a} \leq 6 \\ &4 < a \leq 36 \end{aligned}$$

Ответ: $4 < a \leq 36$.

№4.

$$2x^4 + x^2 - 9x - 3x^2 / (x-2) + 4 \geq 0$$

1) $x \leq 2$:

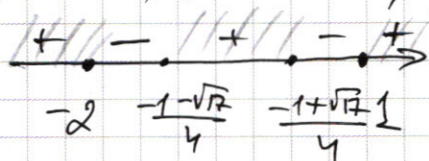
$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2 / (x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$$

$x \leq 2$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$



, т.к. $x \leq 2$, ответ:

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② $x > 2$:

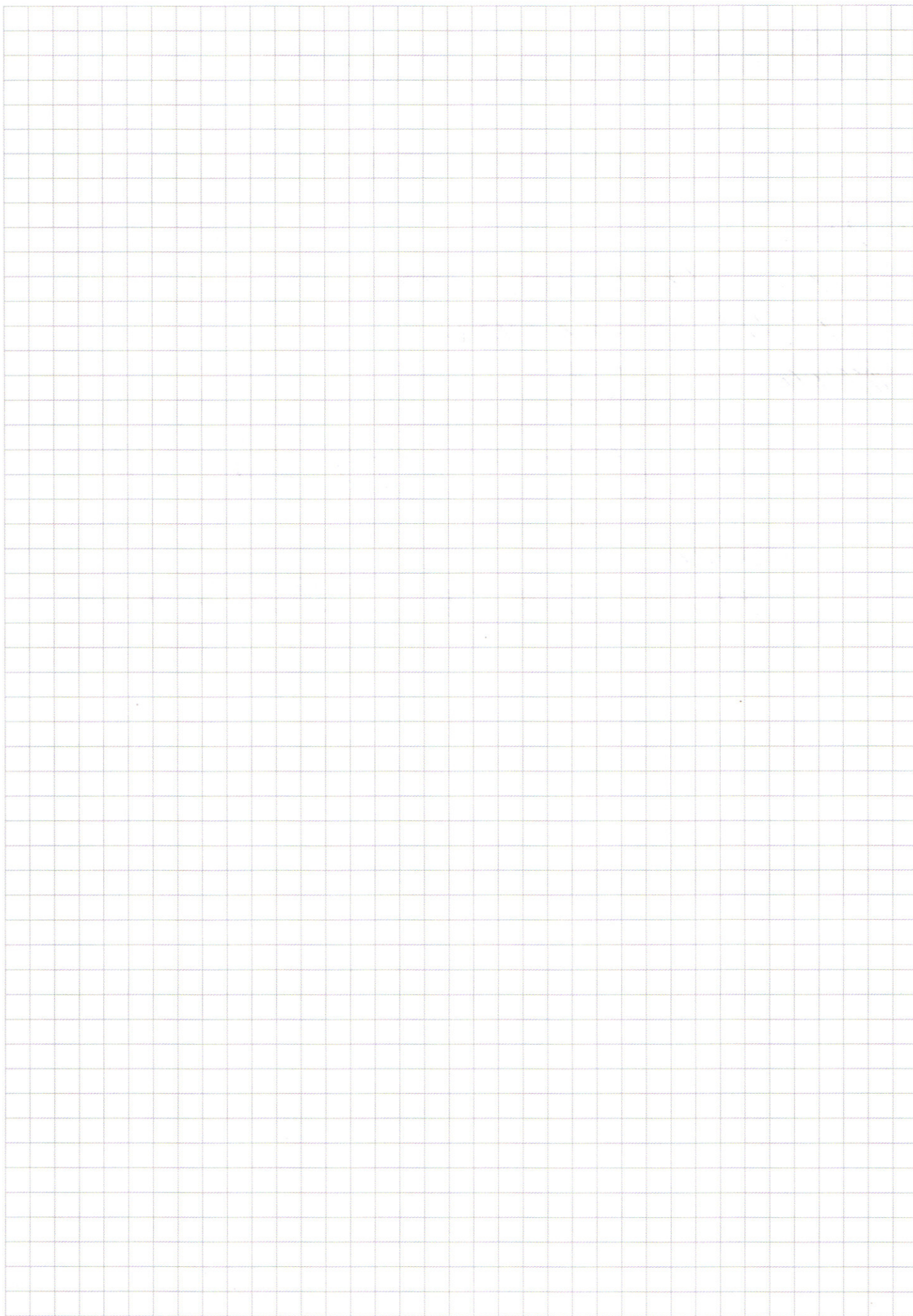
$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 7x^2 - 3x^3 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\text{выра} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \mathbb{R} \\ x > 2 \\ x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2] \end{cases}$$

Ответ :

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

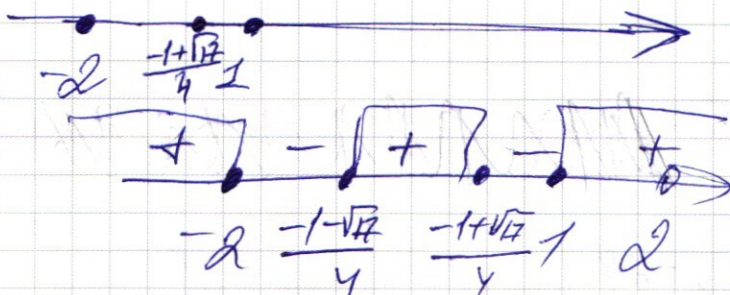
$$\begin{cases} (1-1)(k+2)/(2x^4+k-2) \geq 0 \\ k < 2 \end{cases}$$

$$0 = 1 + 16 = 17$$

$$k_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$(k-1)(k+2)\left(k - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(k - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$

$$4 < \sqrt{17} < 5$$



$$\frac{34-1+\sqrt{17}}{4} < 4$$

$$-5 < -\sqrt{17} < -4$$

$$-6 < 1-\sqrt{17} < -5$$

$$k \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2]$$

Если $k=2$:

$$32 + 4 - 4 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 > 32$$

$$4x^2 > 28$$

$$2x^2 - 4x > -6$$

Если $k > 2$:

$$2x^4 + k^2 - 4x - 2x^2(k-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + k^2 - 4x - 2x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 4x^2 + 4 - x(2x^2 + 4)$$

$$> 64$$

$$\frac{2}{16} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - \frac{4}{2} + 4$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 2 + 4 = -\frac{1}{4} + \frac{7}{4} + 2 = -1.5 + 2$$

$$\frac{2}{81} - \frac{3}{27} + \frac{4}{8} - \frac{4}{9} + 4 = \frac{2}{81} - \frac{1}{9} + \frac{7}{9} - \frac{4}{9} + 4$$

$$\frac{2}{81} - \frac{4}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 3x^2 / (x-2)$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(2x^4 + x^2 - 4x + 4)^2 \geq 9x^4 / (x-2)^2$$

~~3x~~

$$2x^4 > 32$$

$$4x > 8$$

$$x^2 > 4$$

$$-4x < -8$$

$$-3x^3 - 4x \geq -64$$

$$-3x^3 - 4x + 64 \geq 0$$

$$3x^3 + 4x - 64 \leq 0$$

$$3 \cdot 2^3 + 16 - 64$$

$$3 \cdot 8 + 16 - 64$$

$$24 + 16$$

$$-81 + 12$$

$$3x^3 + 4x \geq 64$$

$$x(3x^2 + 4) \geq 2^6$$

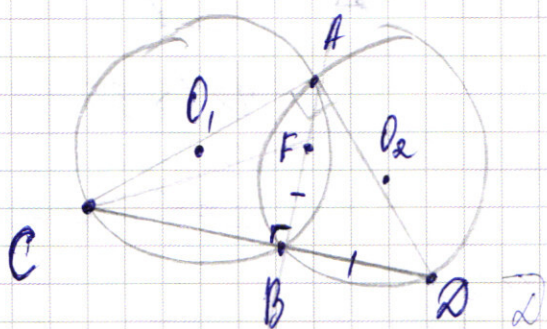
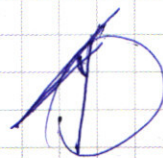
$$x > 2$$

$$x^3 > 8$$

$$3x^3 > 24$$

$$4x > 8$$

$$3x^3 + 4x > 32$$

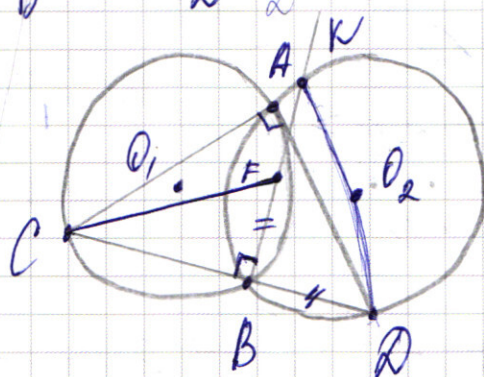


$$R_1 = R_2 = 5$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BD = BF$$

$$CF = ?$$



$$r. O_2 \in KD$$

$$AD - \text{кас. к } \omega_1$$

$$AC - \text{кас. к } \omega_2$$

$$AD^2 = CD \cdot BD$$

$$AC^2 = CD \cdot BC$$

$$CD^2 = CD(AE + BE)$$

$$4x^8 + 4x^6 + 4x^5 + 3x^4 + 8x^3 + 8x^2 + 32x + 16 \geq 0$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad \text{ОДЗ:}$$

① Все члены под корнем:

$$\begin{cases} \frac{x+6}{\sqrt{2}} \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{cases}$$

Тогда:

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x^2 + 10x + 24)^2$$

$$\frac{x^2 + 12x + 36}{2} \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x^2 + 10x + 24)^2$$

$$\frac{(x^2 + 12x + 36)(x^3 - 4x + 80)}{2} = x^4 + 10x^2 + 20x^3 + 576 + 48x^2 + 480x$$

$$x^5 - 4x^3 + 80x^2 + 12x^4 - 48x^2 + 960x + 36x^3 - 144x + 2880$$

$$x^5 + 12x^4 + 32x^3 + 32x^2 + 716x + 2880$$

$$2x^4 + 200x^2 + 40x^3 + 96x^2 + 960x + 1152$$

$$x^5 + 10x^4 - 264x^3$$

$$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 264x^2 - 244x + 1728 = 0$$

$$32 + 160 - 64 - 264 \cdot 4 - 244 \cdot 2 + 1728$$

$$100 - 24 \cdot 4 = 4$$

$$x_1 = \frac{-10 - 2}{2} = -6$$

$$x_2 = \frac{-10 + 2}{2} = -4$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 10x + 48 \quad |x-4| \\ x^3 - 4x^2 \\ \hline 2x^2 - 10x + 48 \\ 2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 10x + 48 \\ 2x^2 - 8x \\ \hline -12x + 48 \\ -12x + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D = 4 + 48 = 52 \quad \approx 4 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$-216 + 216 + 80$$

< 0

4 корня:

$$x^2 - 8 = 0 \quad \text{не ур. 003.}$$

по 003:

$$x^2 - 1 + \sqrt{13} = 0$$

$$64 - 16 + 80 > 0$$

$$x^2 - 1 - \sqrt{13} = 0 \quad \text{не ур. 003}$$

$$(-1 + \sqrt{13})^3 - 4(-1 + \sqrt{13}) + 80$$

$$6 \pm 2\sqrt{13} < 8$$

$$(-1 + \sqrt{13})((-1 + \sqrt{13})^2 - 4) + 80 =$$

$$8 - 2\sqrt{13} < 6$$

$$= (-1 + \sqrt{13})(1 + 13 - 2\sqrt{13} - 4) + 80$$

$$16 < 10 + 2\sqrt{13} < 48$$

$$(-1 - \sqrt{13})((-1 - \sqrt{13})^2 - 4) + 80 =$$

$$4 + \sqrt{13} < 8$$

$$= (-1 - \sqrt{13})(1 + 13 + 2\sqrt{13} - 4) + 80$$

$$16 - 4 < \dots < 18 - 8$$

$$= -(1 + \sqrt{13})(10 + 2\sqrt{13}) + 80$$

Проверка условия:

$$\begin{cases} \frac{x+6}{\sqrt{2}} \geq 0 \\ x^2 + 10x + 24 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 4V \\ -1 + \sqrt{13} V \end{array}$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ -6 \quad -4 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (x-8)^2 + (y-6)^2 = 9 \end{cases}$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 9, x \geq 0$$

$$(x+8)^2 + (y-6)^2 = 9, x < 0$$

~~$$|x-x| + |y+y| = 12$$~~

$$y-6-x \text{ нули: } x+6, 6-x$$

$$y-6 = y_1$$

$$|y_1-x| + |y_1+x| = 12$$

$$y_1 \leq -x:$$

$$x-y_1 + x-y_1 - y_1 - x = 12$$

$$-6 \leq -x$$

$$6 \geq x$$

$$(x \leq 6)$$

$$-y_1 = 6$$

$$y_1 = -6$$

$$-6+x \leq 0$$

$$x-6 \geq 0$$

$$x \geq 6$$

$$x-y_1 + y_1 + x = 12$$

$$(x \geq 6)$$

$$-6 \leq y-6 \leq 6$$

$$(y \leq 12)$$

$$y_1 \geq x:$$

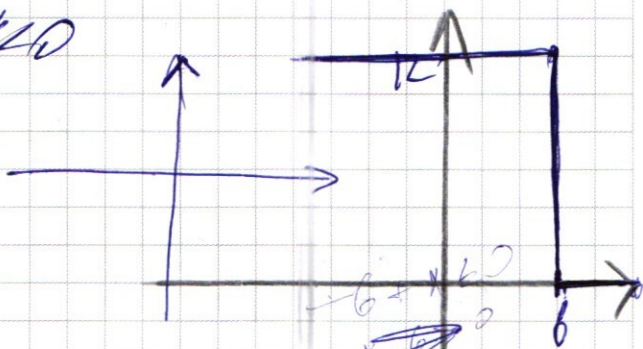
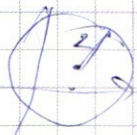
$$y_1 - x + y_1 + x = 12$$

$$y_1 = 6$$

$$y-6 \geq 6$$

$$(y \geq 12)$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$$



график

$$y-6 \leq -x$$

$$-6 \leq -x$$

$$6 \geq x \Rightarrow (x \leq 6)$$

$$y-6 \geq -6$$

$$y \geq 0$$



$$6 \geq x$$

$$y-6 \geq -x$$

$$6 \geq x \Rightarrow x \leq 6$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 2$$

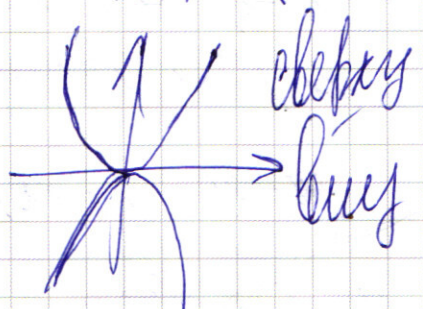
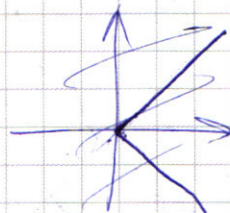
$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$|y| = x$$

$$\begin{cases} y = x, & y \geq 0 \\ y = -x, & y < 0 \end{cases}$$

$$|y| = x^2$$

$$\begin{cases} y = x^2, & y \geq 0 \\ y = -x^2, & y < 0 \end{cases}$$



$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 2$$

Окр. с ц. в т. $(8; 6)$, $r = \sqrt{2}$.

2 т. пересек.

от $|x|$ число не меньше

1) $r < 2$: 0 т. пересек.

2) $2 < r < 6$: 2 т. пересек.

3) $r \geq 6$.

Верх. окр-то пересекет. верх. пр. в 1 т.;

нижнюю пр. в 1 т.; нижнюю

окр-то как минимум в 2 т. $\Rightarrow$ всего уже больше 2 (если $r > 18$...)

если $r \geq 6$: точка касания имеется и верх

окр-ти с ниж. пр., и 2 сверху $\Rightarrow$ Итого: 3

Дано: $2\sqrt{2} < 6 \Rightarrow r < 6 \neq 36$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1, a_2, \dots, a_n$

$$700 = 7 \cdot 10^2 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = 700$$

$$1) \quad 7 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \quad 5 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

Можно взять ровно 1 7-ку и ровно 2 5-ки,
либо 2 и 2, либо 4.

$$2) \quad 7 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$①: \quad 4 \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

$$7 \quad 2 \quad \cancel{4} \quad \cancel{5} \quad \cancel{5} \quad \cancel{1} \quad \cancel{1} \quad \cancel{1}$$

$$7 \quad 2 \quad 5 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \quad 5 \quad 7$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{7} \cdot 8}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 40 \cdot 42$$

$$② \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 7$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 20 \cdot 42$$

$$20 \cdot 42 + 40 \cdot 42 = 48(20 + 40) = 42 \cdot 60 = 2520$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 60 \\ \hline 2520 \end{array}$$

Смбт.

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000} \quad b_1 > 0, q > 0$$

$$S \quad b_3, b_6, \dots, b_{3000}$$

$$50b_3, 50b_6, \dots, 50b_{3000} \quad 10S$$

1000 чисел увеличим в 50 раз.

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = S \quad (1) \quad b_1 \cdot \underbrace{b_1 \cdot q}_{2} \cdot \underbrace{b_1 \cdot q^2}_{3} \cdot \underbrace{b_1 \cdot q^3}_{4} \cdot \underbrace{b_1 \cdot q^4}_{5}$$

$q-1 \quad n=3000 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

Рассмотрим натуральное число n по mod 3.
3 чис. произведем.

$a_n \equiv 1$) из чисел с номерами ост. 1 по mod 3.

$b_n \equiv 2$) из чисел с номерами ост. 2 по mod 3.

$d_n \equiv 0$) из чисел ост. 0.

$$1: a_1 = b_1 \quad a_2 = b_1 \cdot q^3 \quad q_a = q^3 \quad n_a = 1000$$

$$S_a = \frac{a_1(q_a^{n_a} - 1)}{q_a - 1} = \frac{b_1((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} =$$

$$= \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$2: c_1 = b_1 \cdot q \quad c_2 = b_1 \cdot q^4 \quad q_c = q^3$$

$$S_c = \frac{c_1(q_c^{n_c} - 1)}{q_c - 1} = \frac{b_1 \cdot q((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} =$$

$$= \frac{b_1 \cdot q(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g: d_1 = 50b_1 \cdot q^2 \quad d_2 = 50b_1 \cdot q^5 \quad q_d = q^3$$

$$S_d = \frac{d_1 (q_d^{20} - 1)}{q_d - 1} = \frac{50b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_a + S_c + S_d = 10S$$

$$\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1 \cdot q (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{50b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} =$$

$$= 10 \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{1}{q^3 - 1} + \frac{q}{q^3 - 1} + \frac{50q^2}{q^3 - 1} = \frac{10}{q - 1}$$

$$\frac{50q^2 + q + 1}{q^3 - 1} = \frac{10}{q - 1}$$

$$\frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 10$$

$$50q^2 + q + 1 = 10q^2 + 10q + 10$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 36 \cdot 40 = 1521 = 39^2$$

$$q_1 = \frac{9 - 39}{80} < 0$$

$$q_2 = \frac{9 + 39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{array}{r} 1521 \overline{) 19} \\ \underline{9} \\ 62 \\ \underline{54} \\ 81 \\ \underline{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ 169 \\ 2 \\ 36 \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2880 \\ 1152 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1440 \\ 81 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 839 \\ 39 \\ \hline 878 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 611351 \\ 10 \overline{) 1521} \end{array}$$

$$q = 0,6$$

1) x_n : на четимост шестат $n = 1500$
 2) y_n : на четимост шестат $n = 1500$

$$1: \begin{matrix} b_1 & 2b_1q & b_1q^2 & 2b_1q^3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 960 \\ - 144 \\ \hline 816 \\ \times 576 \\ \hline 1152 \end{array}$$

$$S_x = \frac{1 \cdot (q^{1500} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 (q^{1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$2: y_1 = 2b_1q, y_2 = 2b_1q^3, y_3 = 2b_1q^5$$

$$S_y = \frac{2b_1q (q^{1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\begin{array}{r} 896 \\ - 32 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 960 \\ - 416 \\ \hline 544 \end{array}$$

$$\frac{S_x + S_y}{S} = \frac{\frac{b_1 (q^{1500} - 1)}{q^2 - 1} + \frac{2b_1q (q^{1500} - 1)}{q^2 - 1}}{\frac{b_1 (q^{1500} - 1)}{q - 1}} =$$

$$= \frac{b_1 (q^{1500} - 1) + 2b_1q (q^{1500} - 1)}{q^2 - 1} \cdot \frac{q - 1}{b_1 (q^{1500} - 1)} =$$

$$= \frac{(1 + 2q)(q - 1)}{(q - 1)(q + 1)} = \frac{1 + 2q}{q + 1} = \frac{1 + 1,2}{1,6} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{11}{8}$$

Отв: Увер. в 11/8 раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

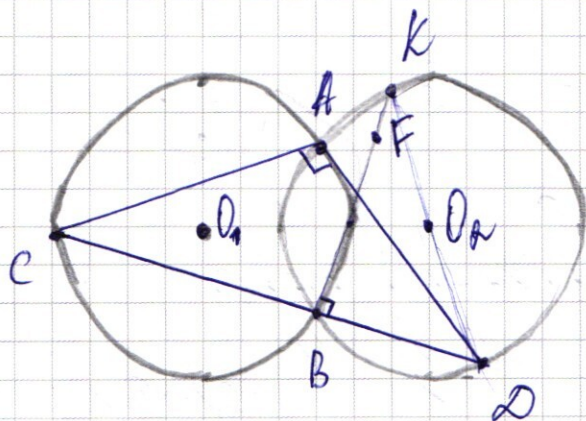
$$2^2 \cdot 8 + 4 \cdot 2^2 - 7 \cdot 2^5 + 3 \cdot 2^4 - 8 \cdot 8$$

$$(-1/2) : \frac{4}{2^8} + \frac{4}{2^6} - \frac{7}{2^5} + \frac{3}{2^4} - \frac{8}{2^3} + \frac{8}{2^2} - \frac{32}{2} + 16$$

$$\frac{1}{64} + \frac{1}{16} - \frac{7}{32} + \frac{3}{16} - 1 + 2 - 16 + 16$$

$$\frac{1}{64} + \frac{4}{64} - \frac{14}{64} + \frac{12}{64} + 1 =$$

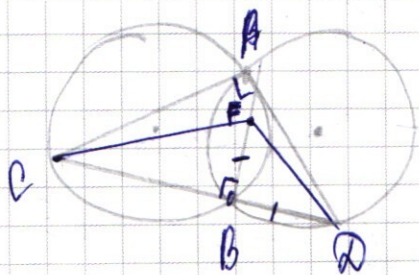
$$2 \frac{3}{64}$$



$$r_1 = r_2 = 5$$

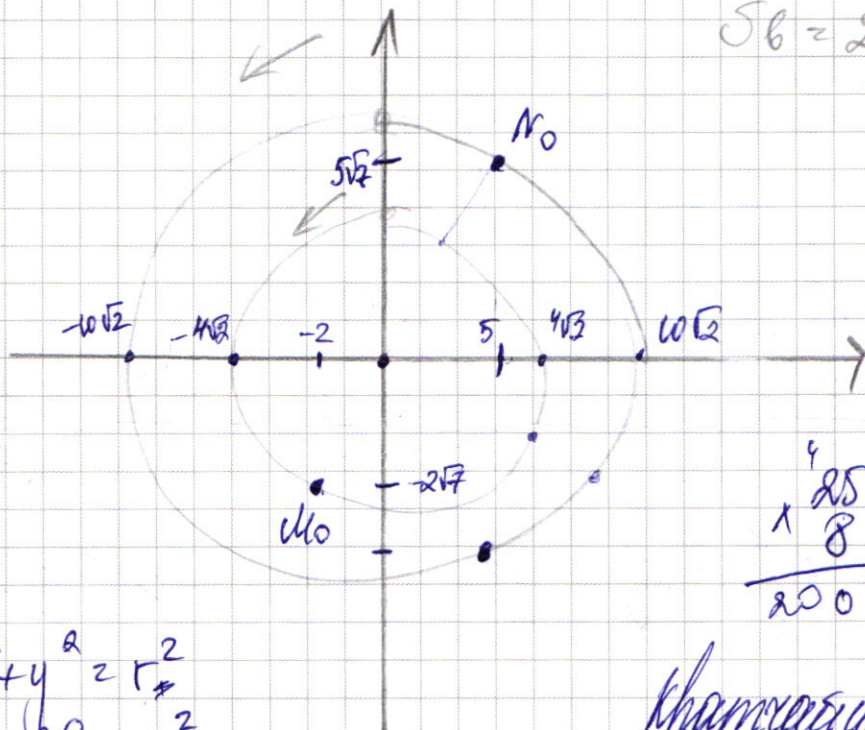
$$BF = BD$$

$$CF = 9$$



N5.

$$S_6 = 25\pi$$



$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 25 \\ 8 \\ \hline 200 \end{array} \quad 4.3, 4$$

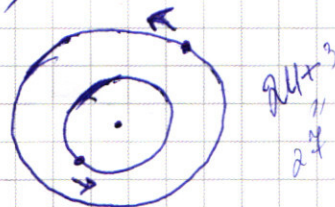
B: $x^2 + y^2 = r^2$
 $4 + 28 = r^2$

$$r = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \quad R_B = 4\sqrt{2}$$

K: $x^2 + y^2 = r^2$
 $25 + 25 \cdot 4 = r^2$
 $25 \cdot 8 = r^2$

$$r = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \quad R_K = 10\sqrt{2}$$

кратчайшее
расст-е $\neq \Delta R$
 $= 6\sqrt{2}$ (расст. или
на хордусе большой
окр-ти)



$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\frac{2 \cdot 4}{4} \quad x^3(2x-3) + x(4x-4) + 4 = 0$$

$$4 \cdot 4^3(14-3) + 4(48-4) + 4$$

$$2x-3 < 0$$

$$(2x^4 + x^2)^2 + (4x+4)^2 - 2(2x^4 + x^2)(4x+4)$$

$$4x^8 + x^4 + 4x^6 + 16x^2 + 16 + 32x - 2(8x^4 - 8x^5 + 4x^2 - 4x^3)$$

$$4x^8 + x^4 + 4x^6 + 16x^2 + 16 + 32x - 16x^4 + 16x^5 - 8x^2 + 8x^3$$

$$4x^8 + 4x^6 + 16x^5 - 15x^4 + 8x^3 + 8x^2 + 32x + 16 \geq 9x^5 - 18x^4$$

$$4x^8 + 4x^6 + 4x^5 + 3x^4 + 8x^3 + 8x^2 + 32x + 16 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 264 \\ 4 \\ \hline 956 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 244 \\ 2 \\ \hline 488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2956 \\ 488 \\ 64 \\ \hline 1508 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3264 \\ 16 \\ \hline 1584 \\ 264 \\ \hline 4224 \end{array}$$

$$1024 + 10258 - 8 \cdot 64 - 264 \cdot 16 - 244 \cdot 4 + 1728$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ 2580 \\ 1428 \\ \hline 5332 \end{array}$$

$$2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^3 = 512$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 512 \\ 4224 \\ 946 \\ \hline 5712 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1244 \\ 4 \\ \hline 946 \end{array}$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot (x^3 - 4x + 80) = (x+6)^2 \cdot (x+4)^2$$

$$(x+6)^2 \cdot (x^3 - 4x + 80) = 2(x+6)^2 \cdot (x+4)^2$$

$$(x+6)^2 (x^3 - 4x + 80 - 2(x+4)^2) = 0$$

$$x = -6 \quad x^3 - 4x + 80 - 2(x^2 + 8x + 16) = 0$$

$$x^3 - 4x + 80 - 2x^2 - 16x - 32 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$8 - 8 - 20 + 48 = 0$$

$$64 - 32 - 80 + 48 = 32 - 80 + 48 = 0$$

Сумм

$$\begin{cases} \frac{x+6}{\sqrt{2}} \leq 0 \\ x^2 + 10x + 24 \leq 0 \end{cases} \quad x \in [-6; -4].$$

~~$2x^4 + x^2 - 4x +$~~

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0.$$

Цикл подмодульного вар-а : 2

① $x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$\boxed{2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0.}$$

$$2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^3 + 7 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 24 - 24 + 28 - 8 + 4 = 24$$

$$2 \cdot 81 - 3 \cdot 27 + 7 \cdot 9 - 12 + 4 = 162 - 81 + 63 - 12 + 4 = 136$$

$$81 + 63 - 12 + 4 = 136$$

$$2 \cdot 2^8 - 3 \cdot 64 + 7 \cdot 16 - 16 + 4 = 256 - 192 + 112 - 16 + 4 = 160$$

$$\text{Вн: } 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 7 \cdot 2 - 4\sqrt{2} + 4 = 10 - 4\sqrt{2} > 0$$

② $x < 2$:

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2(1-x) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \quad |x-1|$$

$$2x^4 - 2x^3$$

$$5x^3 - 5x^2$$

$$5x^3 - 5x^2$$

$$0 - 4x$$

$$0 - 0$$

$$-4x + 4$$

$$\boxed{2x^3 + 5x^2 - 4x - 4}$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4$$

$$-16 + 20 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 + 0x - 4 \quad |x-2 \\ \underline{2x^3 + 4x^2} \\ x^2 + 0x \\ \underline{x^2 + 2x} \\ -x - 4 \\ \underline{-x - 4} \\ 0 \end{array}$$

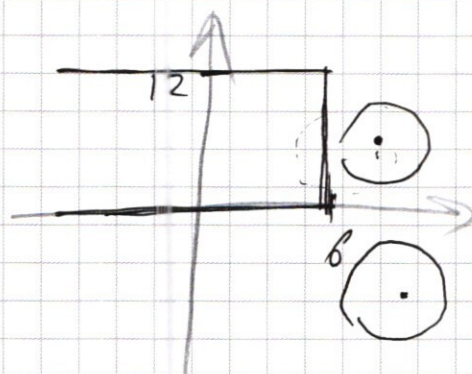
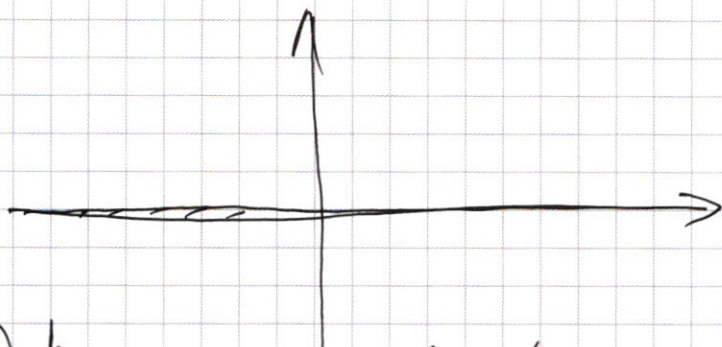
$$\begin{array}{r} x^2 + 0x \\ \underline{x^2 + 2x} \\ -x - 4 \end{array}$$

$$-x - 4$$

$$-x - 4$$

$$0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- 1) когда $r < 6$ 2 окр-ти,
причем, когда $r < 2$, существует 0 т. пересеч.
когда $r = 2$, существует 1 т. пересеч.
когда $2 < r < 6$: 2 т. пересеч.
2) когда $r \geq 6$: 3 т. пересеч.

