МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1; 2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2; -4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16, \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1.

1) $4900 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7$ т.к. множители числа 4900 должны быть цифрами восьмизначного числа, то набор множителей может быть таким:

а) 2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1

б) 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1

т.к. $2\cdot 5 = 10$ – не цифра, $2\cdot 7 = 14$ – не цифра, $5\cdot 7 = 35$, $5\cdot 5 = 25$, $7\cdot 7 = 49$ и т.д. не цифры => т.к. пр-е = 4900, то других цифр быть не могло => всего 2 набора цифр. (0-ей нет, т.к. пр-е $\neq 0$)

2) Количество вар-ов расставить цифры в 8-значном числе:

а) $N_a = \frac{8\cdot 7}{2!}\cdot\frac{6\cdot 5}{2!}\cdot\frac{4\cdot 3}{2!}\cdot\frac{2\cdot 1}{2!} = 2520$ (каждую пару цифр на 2 позиции и не важен их порядок (пар))

б) аналогично $N_б = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}\cdot\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{2!\cdot 2!}\cdot\frac{1}{1!} = 1680$

3) Тогда всего $N = N_a + N_б = 4200$ вар-ов

Ответ: 4200

Задача № 2

1) По условию: $S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$, где q – показатель прогрессии (т.е. $b_1 = b_1$; $b_2 = b_1\cdot q$, $b_3 = b_1\cdot q^2$ . . .)

2) Рассмотрим прогрессии $(a\div)$ и $(c\div)$:

$a: \quad a_1 = b_3 = b_1 \cdot q^2, \quad a_n = (b_1 \cdot q^2) \cdot (q^3)^{n-1}$

$$S_a = \frac{b_1 q^2 ((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$c: \quad c_1 = b_3 = 40 b_1 q^2; \quad c_n = (40 b_1 q^2) \cdot (q^3)^{n-1}$

$$S_c = \frac{40 b_1 q^2 ((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

т.е. S_a – сумма всех членов посл-ти (b), стоящих под номерами кратными 3, а S_c – это сумма этих же членов, увелич-х в 40 раз т.о. по условию: $S - S_a + S_c = 5S$

$$\Rightarrow \frac{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{40 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 5 \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q-1} - \frac{q^2}{q^3 - 1} + \frac{40 q^2}{q^3 - 1} = \frac{5}{q-1}$$

$$\frac{39 q^2}{q^3 - 1} = \frac{4}{q-1} \Rightarrow 39 q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$35 q^2 - 4q - 4 = 0$$

$q = 0{,}4$ (т.к. посл-ть убыв.)

3) Рассмотрим посл-ти (d_n) и (e_n)

$d: \quad d_1 = b_1 \cdot q, \quad d_n = (b_1 \cdot q) \cdot (q^2)^{n-1}$

$$S_d = \frac{b_1 q \cdot ((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

$e: \quad e_1 = 3 b_1 q; \quad d_n = (3 b_1 q) \cdot (q^2)^{n-1}$

$$S_e = \frac{3 b_1 q ((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

т.е. S_d – сумма всех членов посл-ти (b), стоящих на чётных местах, а S_e – это сумма этих же членов, увел-х в 3 раза т.о. если $b_1 (q^{3000} - 1) = A$, то

$$\begin{cases} S - \frac{q^2}{q^3-1} A + \frac{40 q^2}{q^3 - 1} A = 5S \\ S - S_d + S_e = xS \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{39 q^2}{q^3 - 1} A = 4S \\ S - \frac{q}{q^2-1} A + \frac{3q}{q^2-1} A = xS \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 4S = 39A \cdot \frac{q^2}{q^3 - 1} \\ (x-1) \cdot S = 2A \cdot \frac{q}{q^2 - 1} \end{array} \Rightarrow \frac{x-1}{4} = \frac{2 \cdot q (q^3 - 1)}{39 (q^2 - 1) \cdot q^2} = \frac{2(q^2 + q + 1)}{39 (q^2 + q)}$$

$$x = \frac{8 \cdot (0{,}4^2 + 0{,}4 + 1)}{39 (0{,}4^2 + 0{,}4)} + 1 = \frac{11}{7}$$

Ответ: увел-ся в $\frac{11}{7}$ раз

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$$

$$(x+10)\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{x^3-64x+200}=(x+10)(x-4)$$

$$(x+10)\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt{x^3-64x+200}-(x-4)\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-10 \\ \sqrt{x^3-64x+200}=(x-4)\cdot\sqrt{8} \end{array}\right.$$

Проверка: $(-10)^3-64\cdot(-10)+200=-160<0 \Rightarrow$ $\Rightarrow x=-10$ - не корень

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3-\underline{64x}+200=8x^2-\underline{64x}+128 \\ x^3-64x+200\geq 0 \end{cases}$$

$$x^3-8x^2+72=0$$

$x=6$ - корень т.к. $6^3-8\cdot6^2+72=0$

$$\Rightarrow \begin{array}{r|l} x^3-8x^2+72 & x-6 \\ \hline -\;x^3+6x^2 & x^2-2x-12 \\ -2x^2+72 & \\ +\;2x^2-12x & \\ \hline -12x+72 & \\ +12x-72 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow x^3-8x^2+72=(x-6)(x^2-2x-12)$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=1\pm\sqrt{13} \end{array}\right.$$

Проверка: $6^3-64\cdot6+200=216+200-384>0$

$(1\pm\sqrt{13})^3-64(1\pm\sqrt{13})+200=\underline{1}\pm3\sqrt{13}+\underline{3\cdot13}\pm13\sqrt{13}-\underline{64}\mp$ $64\sqrt{13}+\underline{200}=\left[\begin{array}{l}176-48\sqrt{13} \\ 176+48\sqrt{13}>0\end{array}\right.$ т.к. $176^2>48^2\cdot13$, то $176-48\sqrt{13}>0$

$\Rightarrow x=6,\ 1\pm\sqrt{13}$ - корни Ответ: $6;\ 1+\sqrt{13};\ 1-\sqrt{13}$

Задача №6

$y + x + 8 \geq 0$ $\quad y \geq -x-8$

$y - x + 8 \geq 0$ $\quad y \geq x-8$

$-y-\cancel{x}-8-y+\cancel{x}-8 = 16$

$-2y = 32$

$y = -16$

$y \geq -x-8$

$y \geq x-8$

$y < -x-8$

$y < x-8$

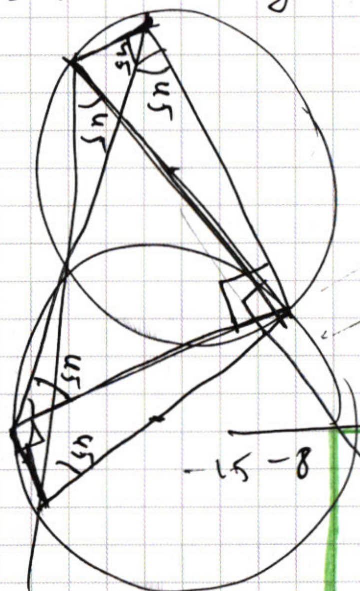
$y < -x-8$

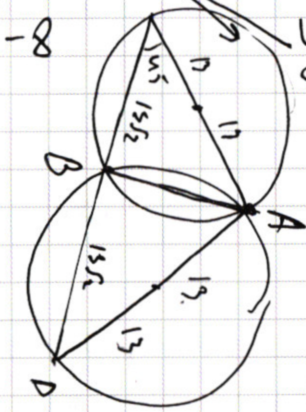
$y \geq x-8$

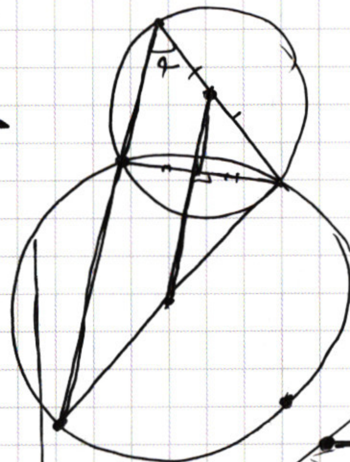
$-y-x-8+y-x+8 = 16$

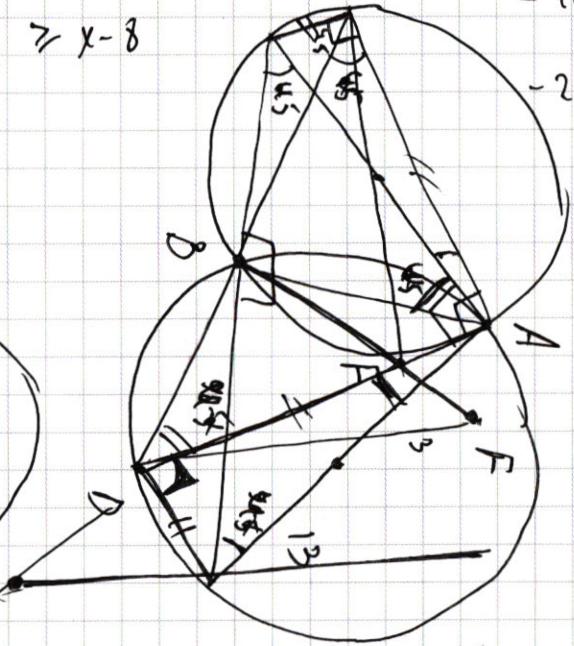
$-2x = 16$

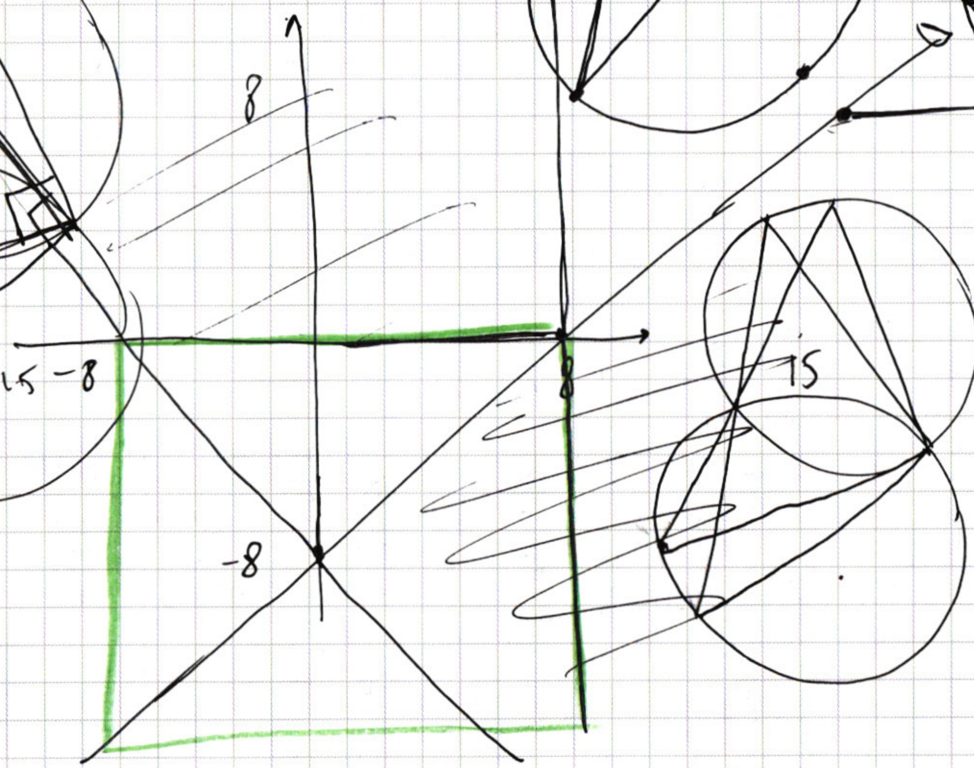
$x = -8$











$y+\cancel{x}+8+y-\cancel{x}+8 = 16$

$y = 0$

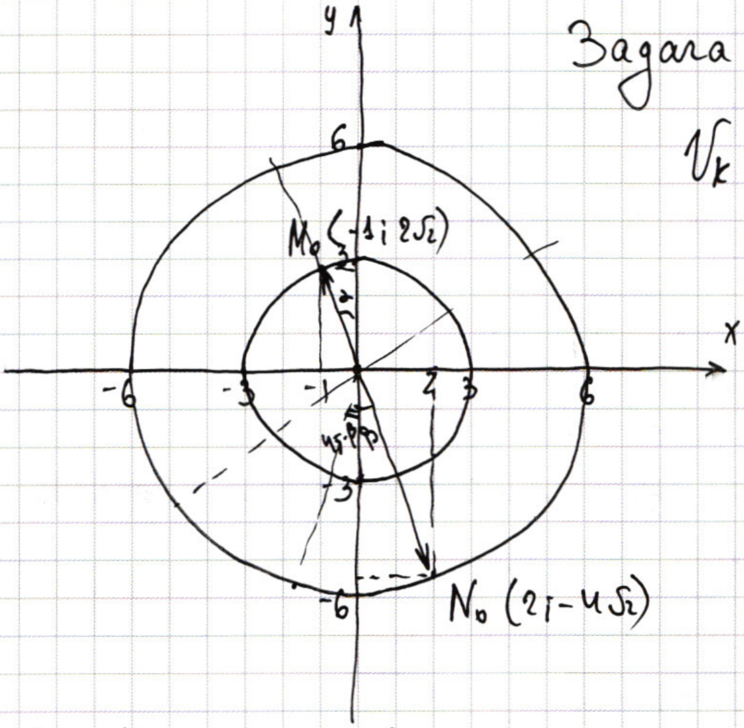
$y \geq -x-8$

$y < x-8$

$\frac{26}{\sqrt{2}} = 13\sqrt{2}$

$\cancel{y}+x+\cancel{8}-\cancel{y}+x-\cancel{8} = 16$

$x = 8$



Задача № 5

$V_к = 2{,}5 V_п$.

Пусть $V_п = z \frac{усл.ед}{c}$

$V_к = 2{,}5 z \frac{усл.ед}{c}$

1) Найдём угловую скорость пескаря и карася (ω – угловая ск-ть)
Тогда $\omega_п = \frac{V_п}{R_п}$; $\omega_к = \frac{V_к}{R_к}$.

2) т.к. рыбы плавают по окр-ям с центром в т $(0;0)$, то их движение (траектория) удовл-т ур-ю $x^2+y^2=R^2$
Тогда, учитывая, что $M_0(-1;2\sqrt2)$ и $N_0(2;-4\sqrt2)$ узнаем радиусы этих окр-ей: $R_к = \sqrt{1+8} = 3$; $R_п = \sqrt{4+32} = 6$
$\Rightarrow$ $\omega_п = \frac{z}{6}$; $\omega_к = \frac{5z}{6}$

3) Длина окр-ти в радианах: 2π $\Rightarrow$ карась проплывёт полный круг за $T_к = \frac{2\pi}{\omega_к} = \frac{2\pi \cdot 6}{5z} = \frac{12\pi}{5z}$, а пескарь за время $T_п = \frac{2\pi\cdot 6}{z} = \frac{12\pi}{z}$ т.о. за то время, пока пескарь сделает 1 круг и вернётся в исх-е положение, карась сделает $\frac{T_п}{T_к} = 5$ кругов т.е. 5 раз расстояние между рыбами будет минимальным и равно разности радиусов т.е $6-3=3$.
$\Rightarrow$ искомых пол-й ≤ 5.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

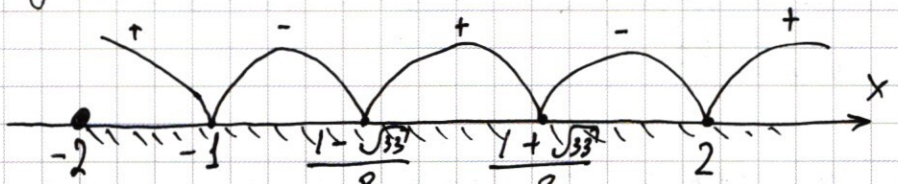
Задача № 4

1) Если $x \ge -2$: $4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \ge 0$

т.к. $x = -1$ и $x = 2$ – корни ур-я $4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4$, то поделим $4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4$ на $(x+1)(x-2)$ и получим, что

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = (x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \ge 0$$

Нули в $4x^2 - x - 2$: $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 4 \cdot 2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$.



т.е. $x \in [-2; 1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

2) Если $x < -2$: $4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \ge 0$

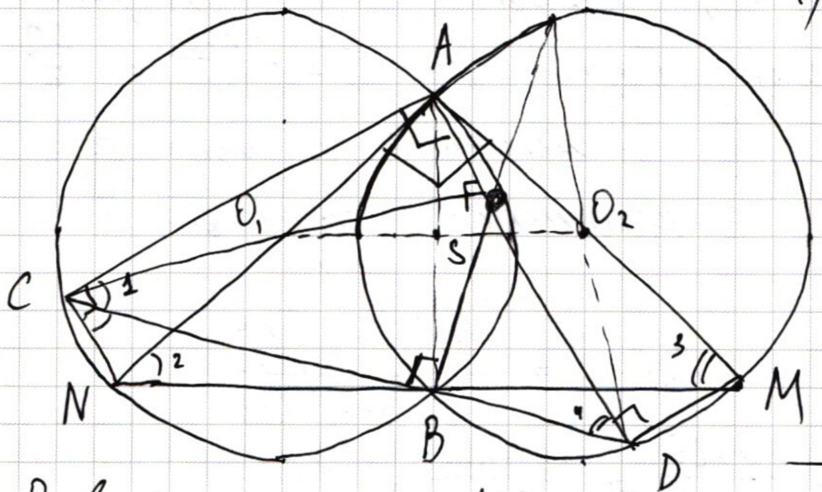
$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = \left(2x^2 + \frac{5}{4}x\right)^2 + (2x+1)^2 + \frac{87}{16}x^2 + 3 \ge 0$$

$\Rightarrow$ все $x < -2$ подходят

т.о. Ответ: $(-\infty; 1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 6



4) $BF = BD$ и $\angle FBD = 90^\circ$ => $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$ (равнб-й с осн FD).
$\angle AFB = 135^\circ$ (смежн),
$\angle A = 45^\circ$ => $\angle 1 + \angle AFB = 180^\circ$ => AFBC – вписан-й по признаку => т $F \in \omega_1$
5) $\angle CBF = 90^\circ$ => CF – диаметр => AFNC – трапеция по призн

1) Проведём диаметры AN и AM. т.к. т O_1 – середина AN, т O_2 – середина AM, $O_1O_2 \cap AB$ = т S и $AS = SB$ (св-ва пересек-ся окр-ей), то по обр-й Th Фалеса: $O_1S \parallel NB$; $SO_2 \parallel BM$ => $NB \parallel BM$ но т.к. есть общ-я т B, то $N, B, M \in$ 1ой пр.
2) т.к. окр-ти одинаковых радиусов, то $AN = AM$; $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ как вписанные, опир-ся на 1ну дугу =>
=> т.к. $\triangle NAM$ – равнобед с осн. NM по опр-ю, то $\angle 2 = \angle 3$ =>
=> $\angle 1 = \angle 4$, а т.к. $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$, то $\angle 1 = \angle 4 = \angle 3 = \angle 2 = 45^\circ$ => $AN \perp AM$
3) AN и AM – диам-ры => $\angle NCA = 90^\circ$ и $\angle ADM = 90^\circ$ (углы, опир. на диам-р) => $CN \perp AC$; $AC \perp AD$ => $CN \parallel AD$ (2пр ⊥ 3ей), аналогично $MD \parallel AC$; ~~∠1~~ $= \angle 4$ => $\triangle CAD$ – равнобед-й с осн. CD по призн => $AC = AD$; $\triangle ACN = \triangle ADM$ по катету и гипотенузе => => $CN = DM$; $\angle CAN = \angle DAM$; $\angle CNA = \angle AMD$.

4) т.к. $tg\alpha = +\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{+4\sqrt{2}} = tg\beta$ и $\alpha, \beta \leq 90°$, то $\alpha = \beta$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т M_0 и N_0 – ~~диаметрально~~ лежат на одной прямой с т $(0;0)$

$\Rightarrow$ В радианах нач-е расстояние между рыбами: $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

Тогда т.к. $\Delta\omega = \omega_к - \omega_п = \frac{2}{3}Z$, то карась нагонит пескаре в 1ый раз через $T_1 = \frac{3\pi}{2Z}$, т.е. пескарь пройдет по своей окр-ти $T_1 \cdot \omega_п = \frac{\pi}{4}$, теперь расст-е между рыбами в радианах 2π и след-е встреча через $T_2 = \frac{2\pi \cdot 3}{2z} = \frac{3\pi}{Z}$

т.е. пескарь пройдет $\frac{\pi}{2}$. Аналогично и 3 след-х раза

т.о. $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$ – 4 положения пескаря отн-но нач-ой точки.

5) $tg\beta = +\frac{1}{2\sqrt{2}} = +\frac{\sqrt{2}}{4}$; $tg(45° - \beta) = \frac{tg45° - tg\beta}{1 + tg45° \cdot tg\beta} =$

$= \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{4}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{4 - \sqrt{2}}{4 + \sqrt{2}} = \frac{(4-\sqrt{2})^2}{16 - 2} = \frac{18 - 8\sqrt{2}}{14} = \frac{9 - 4\sqrt{2}}{7}$.

Тогда $|x_1| = |y_1| \cdot tg(45° - \beta)$ $\Rightarrow$ $y_1^2 + y_1^2 \cdot \left(\frac{9 - 4\sqrt{2}}{7}\right)^2 = 6^2$

$y_1^2 \left(1 + \frac{81 - 72\sqrt{2} + 32}{49}\right) = 36$

$y_1^2 \cdot \frac{162 - 72\sqrt{2}}{49} = 36$; $y_1^2 = \frac{36 \cdot 49}{162 - 72\sqrt{2}}$; $y_1 = \frac{6 \cdot 7}{3\sqrt{2} - 12} =$

$= \frac{14}{\sqrt{2} - 4} = \frac{14(\sqrt{2}+4)}{2 - 16} = -\sqrt{2} - 4$ $\Rightarrow$ $x_1 = y_1 \cdot tg(45° - \beta) =$

$= -(\sqrt{2}+4) \cdot \frac{9 - 4\sqrt{2}}{7} = \sqrt{2} - 4$

а также $(x_3 = 4 - \sqrt{2}; y_3 = 4 + \sqrt{2})$; $(x_2 = -4 - \sqrt{2}; y_2 = 4 - \sqrt{2})$;

$x_4 = 4 + \sqrt{2}$; $y_4 = \sqrt{2} - 4$ (из соображений симметрии)

Ответ: $(\sqrt{2} - 4; -\sqrt{2} - 4)$; $(-4 - \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$; $(4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$; $(4 + \sqrt{2}; \sqrt{2} - 4)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.к. $AN = CF$ и $AN \cap CF = O$, когда делят их пополам

в) Тогда $CF = AN = 2R = 26$

б) ~~$CB = 10$, $S_{\triangle ACF} = \frac{AF \cdot AC}{} = \frac{AD \cdot AF}{} = AF$~~

1) Из $\triangle CFB$: $BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

2) $BF = BD = 24 \Rightarrow CD = 34 \Rightarrow AC = 17\sqrt{2}$ (из $\triangle ACD$)

и $FD = 24\sqrt{2}$ (из $\triangle BFD$) $\Rightarrow AF = |AD - FD| = |AC - FD| =$

$= 7\sqrt{2}$ (чертёж по-другому) $\Rightarrow S_{AFC} = \frac{AF \cdot AC}{2} =$

$= \frac{7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 119$

Ответ: б) $S_{\triangle ACF} = 119$ в) $CF = 26$.

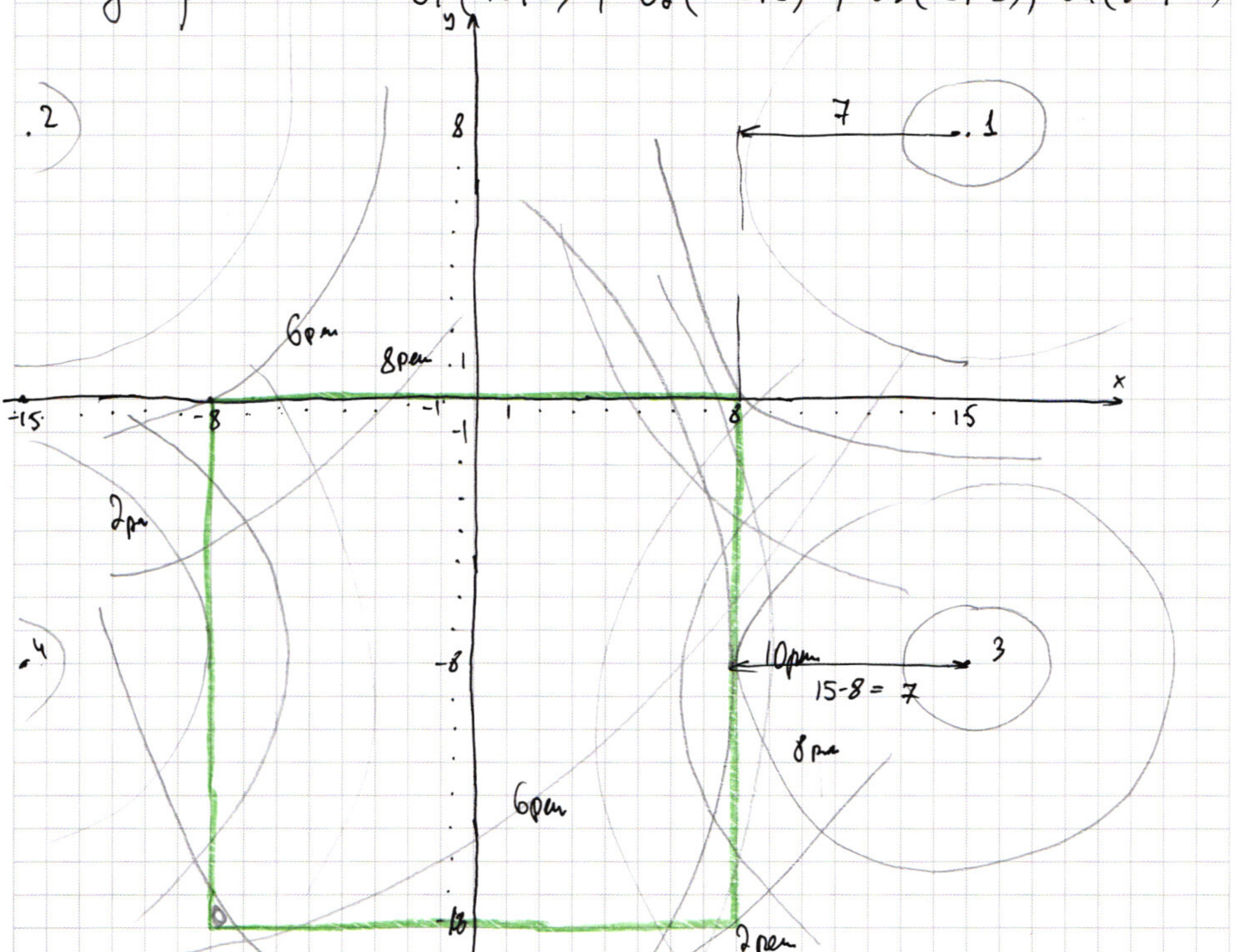
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача № 7

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a, \quad a \geq 0 \end{cases}$$

1) $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$ – квадрат с вершинами $A(8;0)$, $B(-8;0)$, $C(-8;-16)$; $D(8;-16)$

2) $(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$ – 4 окружности радиусом $\sqrt{a}$ с центрами в т. $O_1(15;8)$, $O_2(-15;8)$, $O_3(15;-8)$, $O_4(-15;-8)$



Ровно 2 решения будет в тех случаях, когда окр-ти 3 и 4 кас-ся квадрата и когда окр-ти 1 и 2 пересекают дальние (нижние) вершины кв-та. В ост-х случаях решений <2 или >2 (см. рис)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.о. $\left[\begin{array}{l}\sqrt{a} = 7 \quad (\text{1й случ}) \\ \sqrt{a} = \sqrt{(15-(-8))^2 + (8-(-16))^2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = 49 \\ a = 1105\end{array}\right.$

Ответ: при $a = 49$ и при $a = 1105$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abc $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$ $a_1 \cdot a_1 \cdot \ldots \cdot a_8 = 4900$

$4900 = \underbrace{2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdot 1\cdot 1}$ $\frac{8\cdot 7}{2!}\cdot\frac{6\cdot 5}{2!}\cdot\frac{4\cdot 3}{2!}\cdot\frac{2\cdot 1}{2!} +$

$\underbrace{4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1}$

$+ 8\cdot\frac{7\cdot 6}{2!}\cdot\frac{5\cdot 4}{2!}\cdot\frac{3\cdot 2\cdot 1}{3!} =$

$= 4\cdot 7\cdot 3\cdot 5\cdot 2\cdot 3\cdot 1 =$

$= 10\cdot 9\cdot 28$ $2520 +$ $8\cdot 7\cdot 3\cdot 5\cdot 2\cdot 1$ 62

$280 \cdot 9 = 2520$; $2520 + 1680 = 4200$

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!}$

$560 \cdot 3 = 1680$

2, 4, 8, 16, 32

$b_1, b_1q, b_1q^2, \ldots b_1 q^{2999}$ $b_1q, b_1q^3, \ldots b_1q^{2999}$

$b_1 + b_1q + b_1q^2 + \ldots + b_1q^{2999} = S$ $S_1' = \frac{b_1q((q^2)^{1500}-1)}{q^2-1}$

$b_1(1+q+q^2+\ldots+q^{2999}) = S$ $\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$

$S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$ $\frac{2(2^5-1)}{2-1} =$ $S_2' = \frac{3b_1q((q^2)^{1500}-1)}{q^2-1}$

$b_1, b_1q, 40b_1q^2, b_1q^3, b_1q^4, 40b_1q^5$

$40b_1\cdot q^2, 40b_1q^5, 40b_1q^8, \ldots 40b_1q^{2999}$

$S_1 = \frac{40b_1q^2((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1}$ $b_1q^2, b_1q^5, b_1q^8, \ldots b_1q^{2999}$

$T + \frac{1+b}{b} = \frac{1+b}{1+b+b^2}$

$S_2 = \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1}$ $S - S_2 + S_1 = 5S$

$S - S_1' + S_2' = xS$ $\frac{q(1-q)}{(1-q^3)} \cdot \frac{39}{2} = \frac{4}{1-x}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$b_1\ b_2\ b_3\ \dots\ b_6\ \ b_9 \cdot b_{12} \dots b_{3000}$

$176 \vee 48\sqrt{13}$

$88 \vee 24\sqrt{13}$

$11 \vee 3\sqrt{13}$

$39(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = \cdot 4S$

$2(b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}) = (x-1)S$

$125 - 320 + 200$

$b_1 \cdot b_3 = b_2^2$

$512 -$

$121 \vee 9 \cdot 13$

117

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 35 \cdot 4}}{35} = \frac{2 \pm 12}{35}$

$9 - 192 + 200$

$(x+10)(x-4)$

$\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

$16 + 24 - 40$

$64 - 256 + 200 =$

$\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{2} =$

$\frac{D}{4} = 1 + 1 \cdot 12$

$\frac{x\sqrt{2} + 10\sqrt{2}}{4} = (x+10)\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$

$1{,}56 \,|\, \frac{39}{0{,}4}$ $\quad \times \frac{39}{0{,}04}$

$(x+10)\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{x^3 - 64x + 200} - x + 4\right) = 0$

$\times \frac{16}{8} \quad 128$

$\sqrt{\frac{x^3}{8} - 8x + 25} = x - 4 \qquad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{1}$

26
$\times 2$

$\times \frac{36}{8} \quad 288$

$\frac{x^3}{8} - 8x \qquad x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8x^2 - \cancel{64x} + 128$

$- \frac{288}{216} \quad 72$

$16 \cdot 36$

$x^3 - 8x^2 + \cancel{128}\ 72 = 0$

$4 \cdot 6$

-1000
$+ 640$
$+ 200$
840

$64 -$

$1 - 8 \qquad 8 - 32 \qquad -1 - 8$

$27 - 72 \qquad 0{,}16 + 0{,}4 + 8 - 32$

$64 - 128 \qquad 0{,}56_{\,0{,}04} - 27 - 72 \qquad 216 - 288 =$

$125 - \cancel{200} + 72 \qquad \frac{1{,}56 \cdot 8}{\cancel{39} \cdot 0{,}56} = \frac{4{,}8}{56} = \frac{4}{7}$

$-\cancel{x^3} + \cancel{64x} + 200 + \cancel{x^3} + 3x^2 + 3x + 1 + \cancel{64x} + 64 + 200$

$= 3(x^2 + x - 21)$

$3x^2 + \cancel{64x} + 3x - 63$

$(1+\sqrt{13})^3 - 64(1+\sqrt{13}) + 200 =$

$1 + 3\cdot\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0$$

1) $x\geq -2$; 2) $x<-2$ $12-3\sqrt{2}$

$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4\geq 0$ $4x^4+x^2+4x-5$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4\geq 0$

$162-72\sqrt{2}=6,\ 6\sqrt{2}$

$(x+1)(4x^3-9x^2+4)$ $4x^3-9x^2+4$

$-2\cdot 9\cdot 4\sqrt{2}$ 36 72

$36\sqrt{2}$ $12;\ 3\sqrt{2}$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4 \mid x+1$
$-4x^4-4x^3$
$-9x^3-9x^2$
$+9x^3+9x^2$
$4x+4$
$-4x-4$
0

$4x^3-9x^2+4 \mid x-2$; $4x^2-x-2$
$-4x^3+8x^3$
$4x^2+0$
$+x^2-2x$
$-2x+4$

$81+32$ 144 18

$16 \cdot 9 = 144$

$151-64$ 151 $151-64=87$

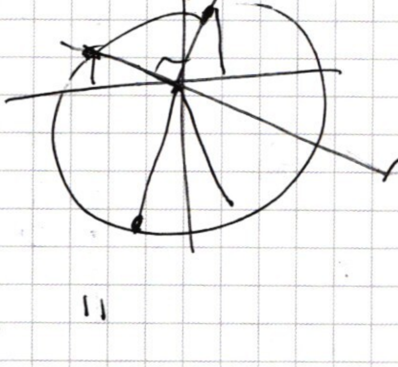
$32-36+4$ $(-\sqrt{2}-4)(9-4\sqrt{2})$

$(x+1)(x-2)(4x^2-x-2)\geq 0$ $(\sqrt{2}+4)(4\sqrt{2}-9)=8-9\sqrt{2}+16\sqrt{2}-36=-28+7\sqrt{2}$

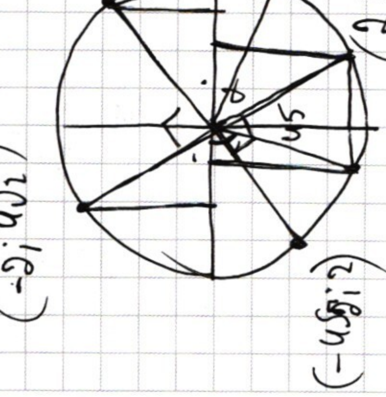
$$\left(2x^2+\frac{5}{4}x\right)^2=\left(4x^4+5x^3+\frac{25}{16}x^2\right)+\frac{151}{16}x^2+4x+4$$

$4x^2+4x+4$

$tg\beta$ $=$ $tg(45-\beta)$ $=$



$(4\sqrt{2};2)$ $(2;4\sqrt{2})$ $(-2;4\sqrt{2})$ $(-4\sqrt{2};2)$



$180-45-\alpha=135-\alpha$

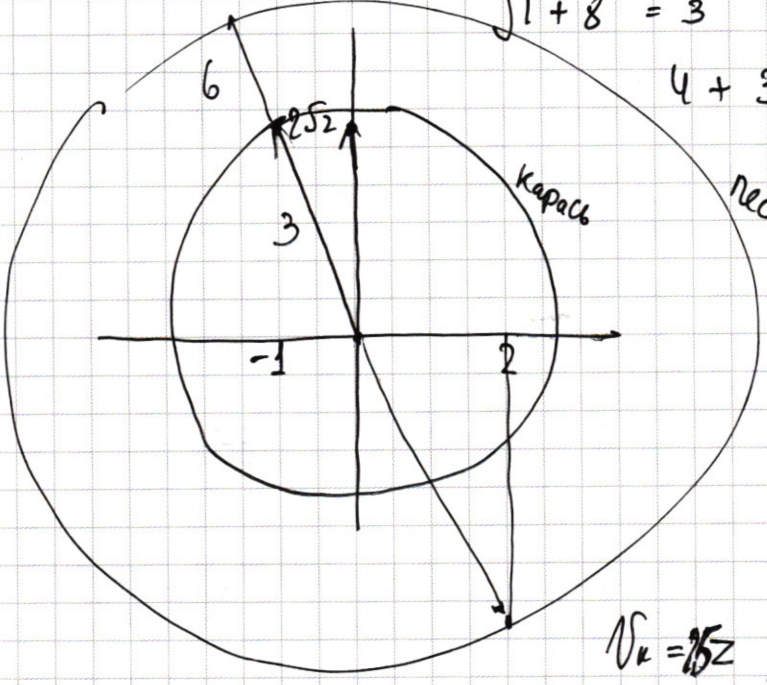
$6\cdot\cos(135-\alpha)$ $6\cdot\sin(135-\alpha)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sqrt{1+8} = 3$

$4 + 32$



$v_к = 2{,}5\, v_п$

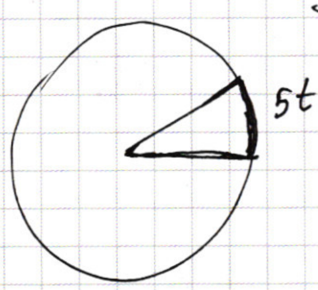
$v_п = 2$; $v_к = 2{,}5 z$

$v_к = 5z$; $v_п = 2z$

$x^2 + y^2 = 3^2$ карась $\qquad x_0^2 + y_0^2 = 3^2$

$x^2 + y^2 = 6^2$ пескарь

$\sin(5t)$; $\cos(5t)$



$5t$; $2t$

$\omega_k = \frac{\Delta\varphi}{t} = \frac{v}{R} = \frac{5z}{3}$

$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \qquad \omega_п = \frac{2z}{6} = \frac{z}{3}$

$\omega_к - \omega_п = \frac{4}{3}z$ -

$tg = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$; $tg = \frac{2}{-4\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

15 + 64

$23^2 + 24^2 =$

$\begin{array}{r} 23 \\ \times\, 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ \times\, 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \\ +\, 529 \\ \hline 1105 \end{array}$