МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Решение.

1) Разложим число 700 на простые множители: $700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$. Тогда, восьмизначные числа, произведение цифр которых равно 700 мы можем получить из различных конфигураций цифр $2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1$ (1) либо $4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1$ (2) (набор цифр (2) подходит, так как $2 \cdot 2 = 4$ - однозначное число; других наборов быть не может, так как $5 \cdot 5 = 25$ - двузначное число, $7 \cdot 5$ и $2 \cdot 7$ - тоже двузначные числа).

2) Таким образом, найдём C_1 - количество восьмизначных чисел, которые могут быть составлены из цифр набора (1): $C_1 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$;

далее найдём C_2 - количество восьмизначных чисел, которые могут быть составлены из набора (2):

$$C_2 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 840.$$

3) Общее количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700 равно:

$C_0 = C_1 + C_2 = 1680 + 840 = 2520$.

Ответ: 2520.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3

Решение.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24;$$

В первом множителе левой части уравнения вынесем $\frac{\sqrt{2}}{2}$ за скобку; правую часть уравнения представим в виде произведения $(x+6)(x+4)$;

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\cdot\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4);$$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{x^3-4x+80}=x+4$ ① или $x+6=0$, $x=-6$. ②

① левая часть уравнения положительная, либо равна нулю, значит и правая $(x+4)\geq 0$. Тогда возведем обе части уравнения в квадрат:

$$x^3-4x+80=2(x^2+8x+16);$$
$$x^3-4x+80=2x^2+16x+32;$$
$$x^3-2x^2-20x+48=0.$$

Воспользуемся схемой Горнера и разложим левую часть получившегося уравнения на множители:

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	0

;

$$(x-4)(x^2+2x-12)=0;$$

$x-4=0$ или $x^2+2x-12=0$;

$x=4$ или $D=4+48=52=4\cdot13$;

$$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-2+2\sqrt{13}}{2}=-1+\sqrt{13}, \\ x_2=-1-\sqrt{13}. \end{array}\right.$$

Подставив x_1 и x_2 в уравнение ① мы полу-

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

чаем, что данные корни не являются решением этого уравнения. То есть, решением уравнения являются: $\left[\begin{array}{l} x=-6, \\ x=4; \end{array}\right.$

Ответ: -6; 4.

№4

Решение.

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0;$

1) Пусть $x-2>0$ тогда $x>2$

2) Пусть $x-2\leq 0$; $x\leq 2$

Решим данное неравенство для двух случаев:

1) $2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4\geq 0;$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0;$

$x^2(2x^2-3x+6)+(x-2)^2\geq 0;$

числа x^2 и $(x-2)^2$ всегда больше либо равны нулю; рассмотрим число $(2x^2-3x+6)$; рассмотрим график этого числа: $y=2x^2-3x+6$ – квадратичная функция, график парабола, ветви которой направлены вверх, $x_в=\frac{3}{4}$, $y_в=2\cdot\frac{9}{16}-3\cdot\frac{3}{4}+6$, $y_в=\frac{9-18+48}{8}=\frac{39}{8}$

То есть, вершина параболы находится в первой четверти декартовой системы координат, точек пересечения с осью Ox она не имеет и её ветви направлены вверх, значит число $(2x^2-3x+6)$ положительно при любых x, тогда, неравенство в случае 1) выполняется при любых x.

Рассмотрим случай 2):

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4 \geq 0;$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 \geq 0;$

Воспользуемся схемой Горнера и разложим левую часть неравенства на множители:

	2	3	−5	−4	4
−2	2	−1	−3	2	0
1	2	1	−2	0	
~~1~~	~~2~~	~~1~~			

$(x+2)(x-1)(2x^2+x-2) \geq 0$

Решим неравенство методом интервалов:

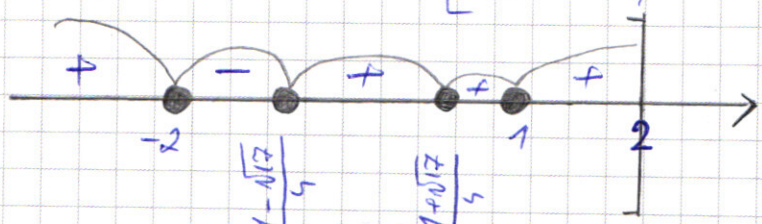
$D: \; y=(x+2)(x-1)(2x^2+x-2)$
$x \in R$

Нули функции: $x=-2$ или $x=1$ или $2x^2+x-2=0$ (3)

(3) $2x^2+x-2=0;$

$D=1+16=17;$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{4} \approx \frac{-1+}{4}1,1=\frac{3,4}{4} \\ x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{4} \approx -\frac{1}{4}-1,1=-\frac{5,4}{4} \end{array}\right.$$



$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; 2\right]$.

~~Объединим неравенства 1) и 2)~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Объединим найденные значения x для неравенств 1) и 2) и получим, что $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$.

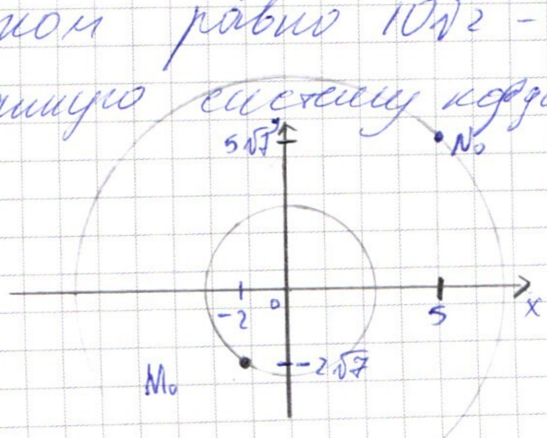
Ответ: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$.

№5

Решение.

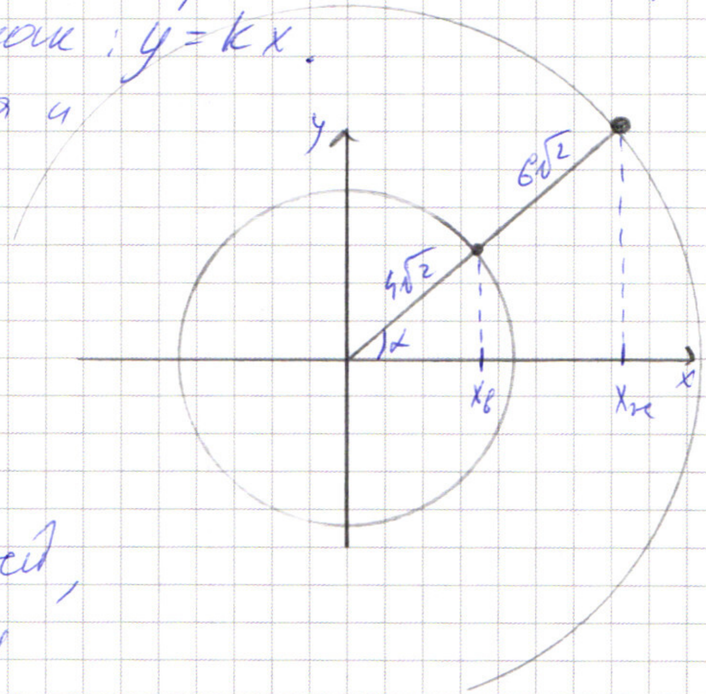
1) Найдём радиусы окружностей, по которым скользят водомерка и жук (R_B и $R_ж$ соответственно); $R_B = \sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{7})^2} = \sqrt{4+28} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$;
$R_ж = \sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2} = \sqrt{25+175} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ (радиусы обоих окружностей находим из уравнения окружности $R^2 = (x-a)^2+(y-b)^2$, где x и y – координаты точки на окружности, а и в – координаты центра окружности, R – радиус окружности). Тогда, наименьшее расстояние между водомеркой и жуком равно $10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

2) Рассмотрим данную систему координат:



Расстояние между водомеркой и жуком будет кратчайшим, если их точки ~~находящиеся~~ местоположения будут лежать на одной прямой, которая в свою очередь будет проходить через точку (0;0). Уравнение такой прямой можно записать как: $y = kx$.

3) Пусть водомерка и жук находятся на такой прямой и их координаты не известны, однако нам известны радиусы окружностей, по которым они движутся.



Рассмотрим угол α между осью Ox и прямой, по которой находятся насекомые.

$\cos\alpha = \dfrac{|x_в|}{4\sqrt{2}}$ и $\cos\alpha = \dfrac{|x_ж|}{10\sqrt{2}}$, то есть $\dfrac{|x_ж|}{|x_в|} = \dfrac{5}{2}$

и только в таком случае расстояние между ними будет минимальное. Так же $\sin\alpha = \dfrac{|y_в|}{4\sqrt{2}} = \dfrac{|y_ж|}{10\sqrt{2}}$; $\dfrac{|y_ж|}{|y_в|} = \dfrac{5}{2}$.

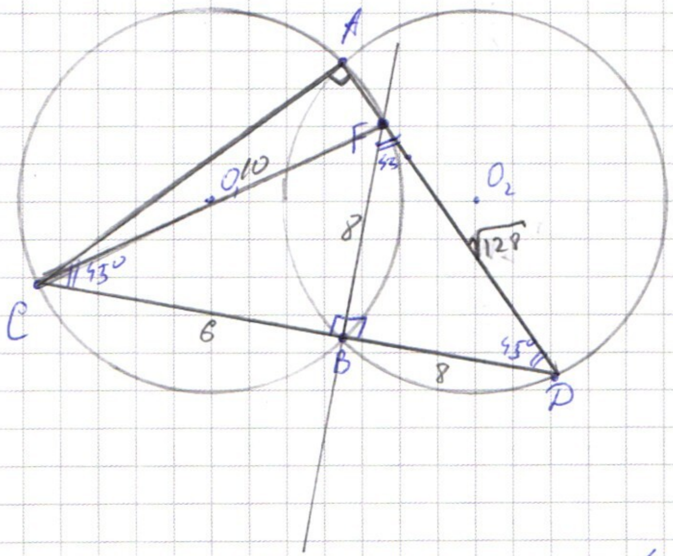
Таким образом если жук будет находится в точках $(5; 5\sqrt{7})$, $(5; -5\sqrt{7})$, $(-5; -5\sqrt{7})$, $(-5; 5\sqrt{7})$, то расстояние между ним и водомеркой будет минимальным.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $(5; 5\sqrt{7})$; $(5; -5\sqrt{7})$; $(-5; -5\sqrt{7})$; $(-5; 5\sqrt{7})$.

№6

Решение.



а) 1) $\angle ACB$ опирается на дугу AB и является вписанным в окружность 1 (ω_1), $\angle ADB$ опирается на дугу AB и является вписанным в окружность 2 (ω_2). Так как радиусы окружностей ω_1 и ω_2 равны 5, то $\angle ACB = \angle ADB$.

2) $\triangle ACD$ - прямоугольный, $\angle A = 90°$; $\angle ACD = \angle ADC$, значит $\angle ACD = \angle ADC = 45°$.

3) $\triangle BFD$: $\angle B = 90°$ (по условию FB лежит на перпендикуляре к CD), $FB = BD$, значит треугольник BFD - равнобедренный и $\angle BFD = \angle BDF = 45°$.

4) так как $\angle BDF = 45°$ и $\angle ADB$ треугольника ACD равен $45°$, то точка F лежит на стороне AD треугольника ACD.

5) Рассмотрим $\triangle CBF$. $\triangle CBF$ – прямоугольный, опирается на дугу CF окружности ω_1, то есть CF – диаметр окружности и $CF = 2R = 10$.

б) 1) $CB = 6$, $CF = 10$, тогда $FB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$. Значит, в $\triangle BFD$ $BF = BD = 8$, $FD = \sqrt{128}$.

2) $\triangle ACD$; $CD = 14$, треугольник равнобедренный и прямоугольный, тогда $14^2 = x^2 \cdot 2$;

$196 = 2x^2$; $x^2 = 98$; $x = CA = AD = \sqrt{98}$;

В таком случае рисунок выполнен не корректно; FD длиннее чем AD. Тогда,

$S(CAF) = S(CFD) - S(CAD)$.

$$S(CFD) = \sqrt{\frac{10+14+\sqrt{128}}{2}\left(\frac{10+14+\sqrt{128}}{2} - 10\right)\left(\frac{10+14+\sqrt{128}}{2} - 14\right)\left(\frac{10+14+\sqrt{128}}{2} - \sqrt{128}\right)}$$

$$S(CAD) = \frac{1}{2}\sqrt{98}\cdot\sqrt{98} = \frac{98}{2} = 49.$$

$$S(CFD) = \sqrt{(12+4\sqrt{2})(2+4\sqrt{2})(-2+4\sqrt{2})(12-4\sqrt{2})}.$$

$$S(CAF) = \sqrt{(144-32)(32-4)} - 49 = \sqrt{112\cdot 28} - 49 =$$
$$= \sqrt{4\cdot 28\cdot 28} - 49 = 2\cdot 28 - 49 = 56 - 49 = 7.$$

Ответ: а) 10;

б) 7.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2+2x-12=0;$

$D = 4+48=52=4\cdot 13;$

$x_1 = \frac{-2+2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}-1$ $\quad$ $x_2 = -\sqrt{13}-1$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\underbrace{(\sqrt{13}-1)^3}_{a}-4(\sqrt{13}-1)+80} = \sqrt{13}-1+4=\sqrt{13}+3$

$a = 13\cdot\sqrt{13}-3\cdot 13+3\sqrt{13}-1 = 16\sqrt{13}-40$

$\sqrt{\frac{16\sqrt{13}-40-4\sqrt{13}+4+80}{2}} = \sqrt{\frac{12\sqrt{13}+44}{2}} = \sqrt{6\sqrt{13}+11}$

$((-\sqrt{13})-(1))^3 = -13\sqrt{13}-3\cdot\sqrt{13}^2-3\cdot 1\cdot\sqrt{13}-1 = \sqrt{13}(-13-3)-40 =$
$= -16\sqrt{13}-40$

$\sqrt{\frac{-16\sqrt{13}-40-4\sqrt{13}+4+80}{2}} = \sqrt{\frac{-20\sqrt{13}+44}{2}} = \sqrt{-10\sqrt{13}+22}$

$\sqrt{\frac{64-16+80}{2}} = \sqrt{}$

64
16

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$(x+2)(x-1)(2x^2+x-2)=0$

$D=1+16=17$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\approx-\frac{1}{4}+1,1=\frac{4,4-1}{4}=\frac{3,4}{4}$

$x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\approx-\frac{1}{4}-1,1=\frac{-1-4,4}{4}=\frac{-5,4}{4}$

2	2	1	-2
1	2	3	
-2	2	-3	
2	2	5	

$-5;\ -\ -\quad 50-5-$

$-2\quad -1,3$

$-1,5:\ +\ -\quad 2\cdot 2,25-1,5-2=+$

$0:\ +\ -\ -\quad 0,8\quad 0,9$

$0,9;\ +\ -\ +\quad 2\cdot 0,81+0,9-2=1,62+0,9-2$

$1,5;\ +\ +$

$\frac{10+14+8\sqrt{2}}{2}=5+7+4\sqrt{2}=12+4\sqrt{2}$

$-8\sqrt{2}$

144 : 4 = 28

$\times\ 28 \cdot 2 = 56$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_B = 2 v_{\kappa}$

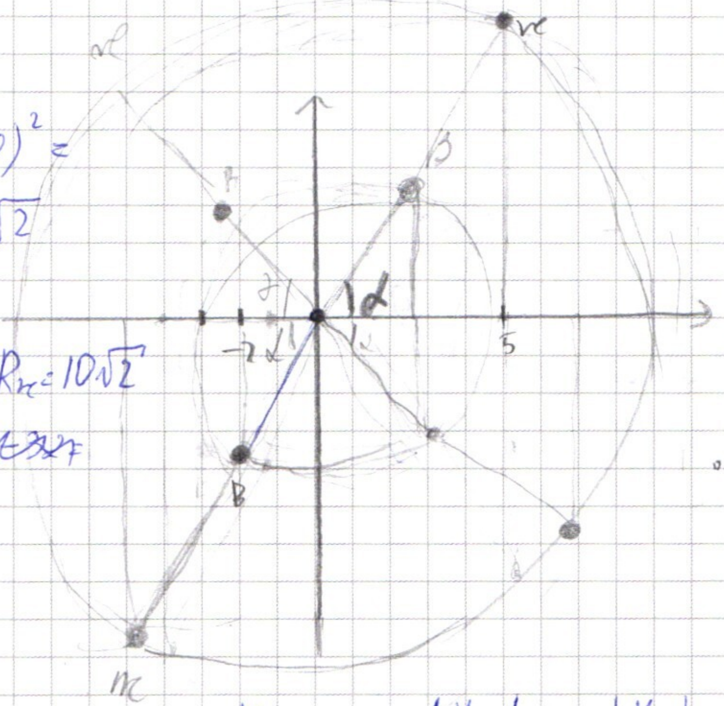
$R_B^2 = (-2+0)^2 + (-2\sqrt{7}+0)^2 =$

$= 4 + 28 = 32$; $R_B = 4\sqrt{2}$

$R_{\kappa}^2 = 5^2 + 25 \cdot 7 =$

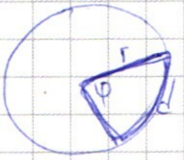
$= 25 + 175 = 200$; $R_{\kappa} = 10\sqrt{2}$

кратч. расст: ~~200 - 32~~ $= \cancel{168}$ $6\sqrt{2}$



$S = vt$

$v = \frac{S}{t}$ $\quad \cancel{\omega = \frac{\varphi}{t}}$



I II $\cos\alpha = \frac{|x|}{R}$

$\sin\alpha = \frac{y_B}{4\sqrt{2}} = \frac{y_{\kappa}}{10\sqrt{2}}$

$\frac{|x_{\kappa}|}{10\sqrt{2}} = \frac{|x_B|}{4\sqrt{2}}$

$|x_{\kappa}| \cdot 4\sqrt{2} = |x_B| \cdot 10\sqrt{2}$

$2|x_{\kappa}| = 5|x_B|$

$\frac{|x_{\kappa}|}{|x_B|} = \frac{5}{2}$

$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 2 \\ \hline 175 \end{array}$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

	1	−2	−20	48
6	1	4	−4	
12	1	10	100	
8	1	6		
4	1	2	−12	0

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

1 −2 −20 48

$x(x^2 - 2x - 20) = -48$

21 0 −28

−1 1 −3

$(x-4)(x^2+2x-12) = 0$

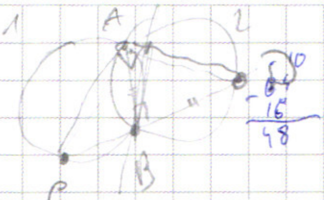
$D = 4 + 48 = 52$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$ $-16+80=128 \,|\, \frac{2}{64}$

$\begin{array}{r} 64 \\ -16 \\ \hline 48 \end{array}$

Проверка $x=-6$; $0=0$

$x=4$: $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 10\sqrt{128} = 10\cdot 8 = 80$ ✓

$10\cdot 8 = 80$

CF ?

$R = 5$

$x = 1+\sqrt{13}$: $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(7+\sqrt{13}) = \sqrt{(1+\sqrt{13})^3 - 4(1+\sqrt{13})+80}$

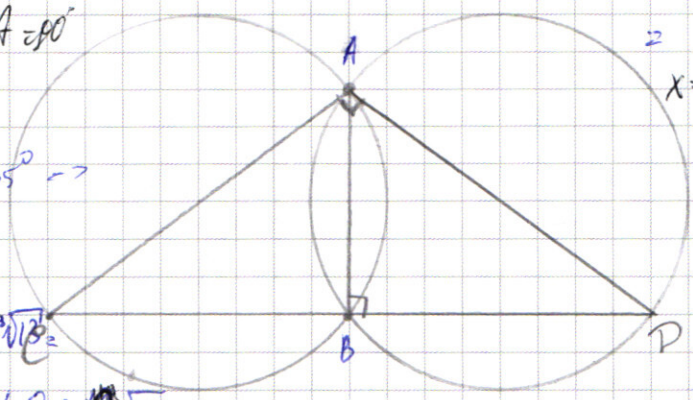
$x = 1-\sqrt{13}$

$\angle C = \angle D = 45^\circ$ т.к. $A = 90^\circ$

но в $\triangle BFD$: $\angle B = 90^\circ$,

$BF = BD \Rightarrow \angle F = \angle D = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow F$ лежит на AD



$(1+\sqrt{13})^3 = 1 + 3\sqrt{13} + 3\cdot 13 + 13\sqrt{13} =$

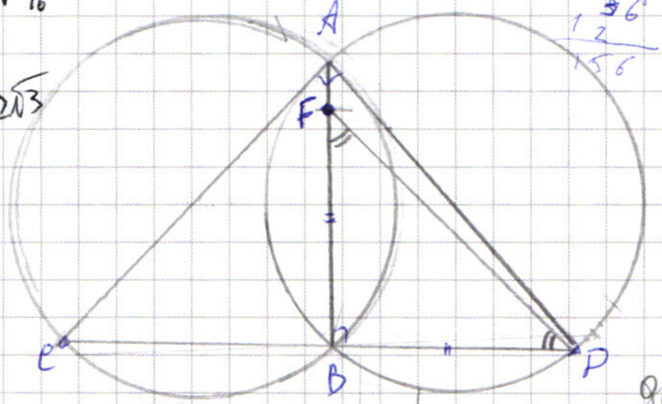
$= 40 + \sqrt{13}(3+13) = 40 + 16\sqrt{13}$

$40 + 16\sqrt{13} - 4 - 4\sqrt{13} + 80 =$

$= \cancel{116 + 12\sqrt{13}}$ $\quad 44 + 12\sqrt{13}$

$116 \,|\, 12$

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 36 \\ 12 \\ \hline 156 \end{array}$



$(7+\sqrt{13})(5+\sqrt{13}) =$

$= 35 + 5\sqrt{13} + 7\sqrt{13} + 13 =$

$= \boxed{48 + 12\sqrt{13}}$ $\quad 3+\sqrt{13}$

$90 + x + 45 + \alpha =$

$= 2x + 90 + 2\alpha$

$(x+\alpha) + 45 = 2(x+\alpha)$

$45 = x + \alpha$

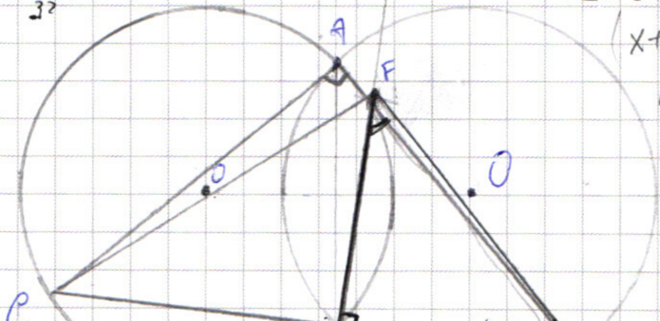
$232 \,|\, 4$; $\begin{array}{r} 20 \\ \hline 32 \end{array}$ $\,|\, 58$

$40 + 16\sqrt{13} - 4 - 4\sqrt{13} + 80 =$

$= \sqrt{116 + 12\sqrt{13}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} =$

$= \frac{\sqrt{232 + 24\sqrt{13}}}{\sqrt{4}} =$

$= \sqrt{58 + 6\sqrt{13}}$ $\quad -$



$196 \,|\, 2$; $18 \,|\, 98$; 16

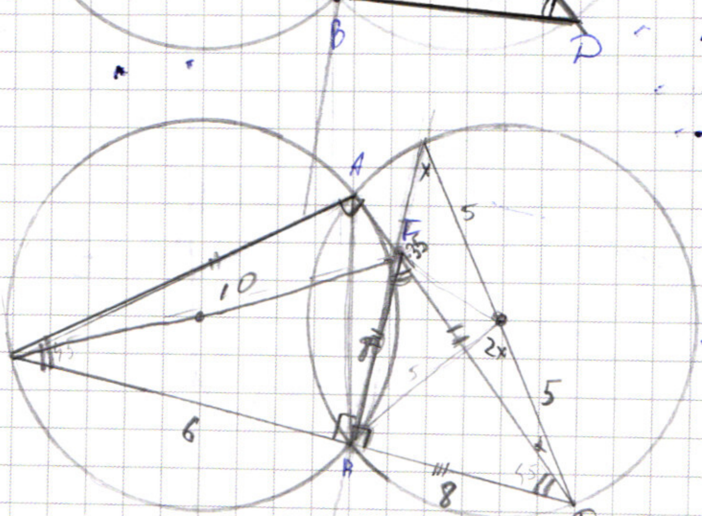
$\sqrt{\frac{88 + 24\sqrt{13}}{4}} =$

$= \sqrt{22 + 6\sqrt{13}}$

$128 \,|\, \frac{4}{32}$

$128 \,|\, 16$

$\times \frac{16}{8}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① . . . .

2 2 5 5 7 1 1 1

700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	1

$700 = 2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$

1) $\frac{8!}{2!\,2!\,3!} = \frac{8\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot2\cdot2\cdot3} = 7$

$= \boxed{5\cdot6\cdot7\cdot8} = 30\cdot56 =$

$= \boxed{1680}$ Ответ: 1680

$\times\begin{array}{r}56\\30\\\hline 1680\end{array}$

② ещё мб $2\cdot2=4$

4 5 5 7 1 1 1 1

$\frac{8!}{4!\cdot2!} = \frac{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot3\cdot4\cdot2} =$

$5\cdot3\cdot8\cdot7 =$

$= 15\cdot56$

$\begin{array}{r}1680\\840\\\hline 2520\end{array}$

$\times\begin{array}{r}15\\56\\\hline 90\\15\\\hline 840\end{array}$

② $b_1, b_2, \dots b_{3000}$ $S_n = b_1\cdot\frac{q^n-1}{q-1} = b_1\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}$

$b_1\ b_2\ b_3\ b_4\ b_5\ b_6$ 1000 таких номеров; 3 те

$50(b_3+b_6+\dots b_{3000}) + b_1+b_2\dots+b_{2999} = S\cdot10$

$2(b_2+b_4+b_6+\dots+b_{3000}) + b_1+b_3+\dots+b_{2999} = S\cdot x$ — ?

$+\begin{array}{r}1680\\840\\\hline 2520\end{array}$

③ $\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24 = (x+6)(x+4)$

$(x+4)^2 = x^2+16\dots$

$D = 100-4\cdot24 = 100-96 = 4$ $\begin{cases}x_1 = \frac{-10+2}{2} = -4\\ x_2 = \frac{-10-2}{2} = -6\end{cases}$

$x^3-4x+80 \geqslant 0$

$x(x^2-4)+80 \geqslant 0$

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$x(x-2)(x+2)+80$ РИМИ нули: $x(x-2)(x+2) = -80$

$\sqrt2\left(\frac{x+6}{2}\right) = \frac{\sqrt2}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4)$ $x+6=0$ или $\boxed{x=-6}$

$\frac{\sqrt2}{2}\sqrt{x^3-4x+80} = x+4$ $x+4>0$ => возв. в ^{2}

$\frac{1}{2}(x^3-4x+80) = x^2+16+8x$; $x^3-4x+80 = 2x^2+32+16x$;

$x^3-2x^2-20x+48=0$;

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$; $\boxed{x=4}$ или

$D = 4+48 = 52 = 4\cdot13$

$x_1 = \frac{-2+2\sqrt{13}}{2} = -1+\sqrt{13}$ или $x_2 = -1-\sqrt{13}$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

④ $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$;

1) $x-2\geq 0$
$x\geq 2$
$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4\geq 0$
$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

	2	-3	7	-4	4
2	2	1	9		
-2	2	-7			
1	2	-1	6	2	
-1	2	-5	12	-16	
4	2	5	27		
-4	2	-11	51		

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$
$2x^4-3x^3+6x^2+(x-2)^2\geq 0$

$x^2(2x^2-3x+6)+(x-2)^2\geq 0$

$2x^2-3x+6=0$

$D=9-4\cdot 2\cdot 6<0$

ветви ↑

$x_в=\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$

$y_в=2\cdot\frac{9}{16}-\frac{9}{4}+6=$

$=\frac{9-18+48}{8}=\frac{39}{8}>0$

≥ 0 при любых x

2: $4(8-6+6)+0=48>0$

3: $8(18-9+6)+1>0$

$9+6$
15

② $x-2\leq 0$
$x\leq 2$
$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4\geq 0$
$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

	2	3	-5	-4	4
-2	2	-1	-3	2	0

$(x+2)(2x^3-x^2-3x+2)=0$

	2	-1	-3	2
1	2	1	-2	0

$(x+2)(x-1)(2x^2+x-2)=0$,

	2	1	-2
-1	2	-1	0

$(x+2)(x-1)(x+1)(2x-1)\geq 0$

РИЛИ

нули: -2; 1; -1; $\frac{1}{2}$

$+$ $-$ $+$ $+$ $+$

-2 -1 0 $\frac{1}{2}$ 1 2

-3: $-$ $-$ $-$ $-$
$-1{,}5$: $+$ $-$ $-$ $-$
0: $+$ $-$ $+$ $-$
$0{,}6$: $+$ $-$ $+$ $-$
2: $+$ $+$ $+$ $+$

$x\in(-\infty;-2]\cup[-1;\cancel{1}]\cup[-1;2]$

$-1{,}5$: $0{,}5\cdot(-2{,}5)\cdot(-0{,}5)$.

$\frac{3}{10}\cdot 2=\frac{6}{10}=$

$0{,}6-1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)