

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N^o4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x|x-2| + 4 \geq 0$$

при $x \geq 2$, $|x-2| = x-2 \Rightarrow$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2(2x^2 - 3x + 6) + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2(2x^2 - 4x + 2) + x^2 - 4x + 4 + (x-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2((\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 + x + 4) + (x-2)^2 \geq 0$$

при $x \geq 2$, $x+4 \geq 0$, $(\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 \geq 0$, $x^2 \geq 0$, $(x-2)^2 \geq 0$ при $\forall x \Rightarrow$

$$((\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 + x + 4) \geq 0 \Rightarrow x^2((\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 + x + 4) \geq 0 \Rightarrow x^2((\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 +$$

$$+ x + 4) + (x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{при } x \geq 2, x \in [2; +\infty)$$

при $x < 2$, $|x-2| = -x+2 \Rightarrow$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0, \text{ разложим, так как } x=1 \text{ и } x=-2 \text{ — корни}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x+2)(x-1)(2x^2 + x - 2), \text{ корни уравнения } 2x^2 + x - 2 = 0 - \text{ это}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow (2x^2 + x - 2) = (x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4})(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4})$$

$$\cdot 2 \Rightarrow (x+2)(x-1)(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4})(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4}) \geq 0$$

и $x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1 + \sqrt{17}}{4}; \frac{1 - \sqrt{17}}{4}] \cup [1; 2)$

(т.к. рассматривается интервал $x \in (-\infty; 2)$)

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1 + \sqrt{17}}{4}; \frac{1 - \sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$.

№1.

700 в разложении на простые множители это $2^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$.

Пусть восьмизначное число — это $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$.

Заметим, что a_i в разложении на простые множители даёт не более одного простого числа (т.к. произведение всех цифр это 700 $\Rightarrow$ в разложении ^{на простые множители} ~~всех цифр~~ a_i может присутствовать только 2, 5, 7, а как известно $2 \cdot 5 = 10$, $2 \cdot 7 = 14$, $5 \cdot 7 = 35$, 10, 14, 35 не являются ^т цифрами $\Rightarrow$ одновременно двух ^{и более} простых чисел в разложении a_i не может быть). $\Rightarrow$ 5 цифр это 2, 2, 5, 5, 7, единичная цифра, не меняющая произведения — 1 $\Rightarrow$ оставшиеся 3 цифры — единицы.

Всего способов составить из 8 разных цифр восьмизначное число — $8!$, т.к. 3 цифры — единицы, то все

Пусть n_1, n_2 — двойки, n_3, n_4 — пятёрки, n_5 — семь, n_6, n_7, n_8 — единицы, способов составить восьмизначное число из восьми разных цифр — $8!$, т.к. n_1 и n_2 — идентичны, то перестановки n_1 и n_2 дают одно и то же число $\Rightarrow$ с учётом одинаковости n_1 и n_2 , способов расставить число $\frac{8!}{2!}$, (2! — это число перестановок двух чисел), аналогично учтём идентичность n_3 и n_4 , а так же n_6, n_7, n_8 т.е. способов составить удовлетворяющее условию число — $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 1680$

Ответ: всего ~~1680~~ 1680 способов.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 пусть q — число, ~~на~~ пусть $q > 0^*$: $v_{i+1} = v_i \cdot q$
(если $q = 0$, то $S = 0$, а если все члены с номерами, кратными трем, увеличить в 50 раз, то сумма не уменьшится, при $q < 0$, некоторые числа будут отрицательными), тогда по формуле суммы геометрической прогрессии $S_0 = v_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q}$.

Заменим сумму после увеличения каждого третьего члена в 50 раз: $10S_0 = v_1 + v_2 + 50v_3 + \dots + 50v_{3000}$ и вычтем S_0 обеих частей равенства: $9S_0 = -S_0 + v_1 + v_2 + 50v_3 + \dots + 50v_{3000}$, т.к. $S_0 = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_{3000}$, то $9S_0 = 49(v_3 + v_6 + v_9 + \dots + v_{3000})$
 $v_i = v_{i-3} \cdot q^3 \Rightarrow 9S_0 = 49v_3(1 + q^3 + (q^3)^2 + \dots + (q^3)^{999}) = 49v_3 \frac{1-(q^3)^{1000}}{1-q^3}$
 $= 49v_1 q^2 \frac{1-(q^3)^{1000}}{1-q^3}$, подставим значение S_0 : $v_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q} = 49v_1 q^2 \frac{1-(q^3)^{1000}}{(1-q)(1+q+q^2)}$

(очевидно, что $v_1 \neq 0$ т.к. при $v=0$, $S=0$ т.к. по условию $v_i > 0$), тогда
 $9 = 49 \frac{q^2}{1+q+q^2} \Rightarrow 9+9q+9q^2 = 49q^2 \Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0 \Rightarrow$

$q_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 40(-9)}}{80} = \frac{9 \pm \sqrt{1521}}{80} = \frac{9 \pm 39}{80}$ т.к. $q > 0$, то $q = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$, рассмотрим $\Sigma = v_1 + 2v_2 + v_3 + 2v_4 + \dots + 2v_{3000} = S_0 + (v_2 + v_4 + v_6 + \dots + v_{3000})$, заметим, что $v_i = v_{i-2} \cdot q^2 \Rightarrow \Sigma = S_0 + v_2(1 + q^2 + (q^2)^2 + \dots + (q^2)^{1499})$

$\Sigma = S_0 + 2v_1 \cdot \frac{1-(q^2)^{1500}}{1-q^2} = S_0 + \frac{3}{5} \cdot v_1 \cdot \frac{1-q^{3000}}{1-q} \cdot \frac{1}{1+q} = S_0 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1+\frac{3}{5}} \cdot S_0 = S_0$
продолжение на стр 4

* Заметим, что $q \neq 1$ т.к. при $q=1$, $S = 3000v_1$, после увеличения в 50 раз член с номером 3, $10S = 3000v_1 + 49 \cdot 1000v_1 > 3000v_1$ (все члены с номером 3, 1000 штук, увеличиваются в 50 раз $\Rightarrow$ к сумме добавляем 49 раз 1000 раз по $49v_1$).

$\Sigma = S_0(1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{8}) = \frac{11}{8} S_0$, заметим, что Σ — сумма всех членов геометрической прогрессии, если начать все с четными номерами увеличит в 2 раза

Ответ: сумма увеличится в 1,375 раза.

N°5.

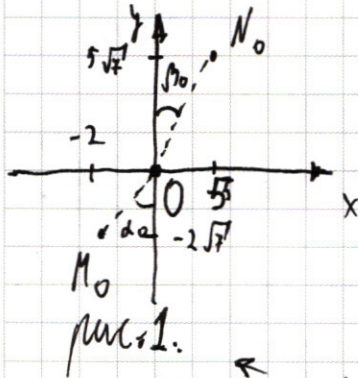


рис. 1.

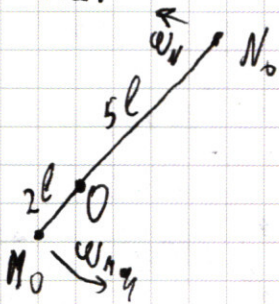


рис. 1.

заметим, что $ON_0 = \sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 5 \cdot 2\sqrt{2}$

$OM_0 = \sqrt{4 + 4 \cdot 7} = 2\sqrt{2} \cdot 2$, поймём, что все прямоугольные треугольники

$\angle_0$ и β_0 равны $\Rightarrow \alpha_0 = \beta_0 \Rightarrow$

$\angle M_0 ON_0 = 0$ (точки O имеет

координаты (0;0) см. рис. 1)

Пусть V — скорость тупака, тогда $2V$ — скорость воданерки, ω_M — угловая скорость воданерки, ω_N — угловая скорость тупака, $OM_0 = 2l$ (т.е. $l = 2\sqrt{2}$),

$ON_0 = 5l$ (см. рис. 2),

$\omega_M = \frac{2\pi}{T}$, где $T = \frac{2\pi \cdot 2l}{2V}$ (время прохождения всего круга) $\Rightarrow$

$\omega_M = \frac{V}{l}$, аналогично $\omega_N = \frac{2\pi}{\frac{2\pi \cdot 5l}{V}} = \frac{V}{5l} \Rightarrow \omega_M = 5\omega_N$.

Будем считать углы при которых M, N минимально т.е.

$M \in ON$ (M — положение воданерки, N — тупака), углы отсчитываем от ON_0 . первый угол $\omega_{\text{св}} = \omega_M - \omega_N = 4\omega_N$ (угловая скорость сближения т.е. скорость уменьшения $\angle MON$),

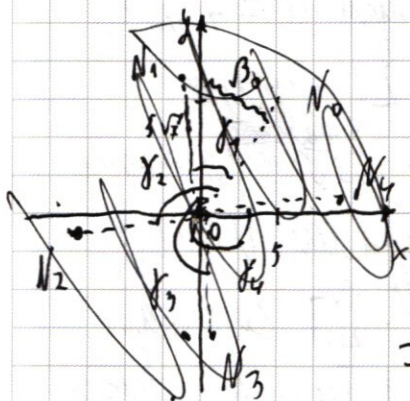
в начале угол $\pi \Rightarrow$ встреча произойдет на расстоянии $to = \frac{\pi}{4\omega_N} \Rightarrow$ встреча произойдет на расстоянии $to = \frac{\pi}{4}$ (т.е.

$NON_0 = \frac{\pi}{4}$), заметим, что каждая из последующих встреч произойдет на стр 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N^o 5 продолжение.

Заметим, что следующая встреча произойдет через $t_1 = \frac{2\pi}{4\omega_N} = \frac{\pi}{2\omega_N}$ (это и будет промежутком между двумя последовательными встречами) т.к. водителю надо пройти на 2π ^(радиан) больше чем truck. $\Rightarrow \delta_2 = \delta_1 + \omega_N \cdot t_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$, $\delta_3 = \delta_2 + \omega_N t_1 = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{4}$, $\delta_4 = \delta_3 + \omega_N t_1 = \frac{7\pi}{4}$, $\delta_5 = \delta_4 + \omega_N t_1 = \frac{9\pi}{4}$ — это полный оборот + $\frac{\pi}{4}$ т.е. точка первой встречи. Теперь найдем координаты truck при $\delta \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$. $N_{1y} = 5\ell \cdot \cos(\delta_1 - \beta_0)^{**} = 5 \cdot 2\sqrt{2} (\cos \delta_1 \cos \beta_0 + \sin \delta_1 \sin \beta_0)$, $\sin \beta_0 = \frac{5}{5\ell} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $\cos \beta_0 = \frac{5\sqrt{7}}{5\ell} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ $\Rightarrow N_{1y} = 10\sqrt{2} (\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}) = \frac{10\sqrt{2}(\sqrt{7}+1)}{4} = \frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}}$



$$N_{1x} = 5\ell \sin(\delta_1 - \beta_0) = 10\sqrt{2} (\sin \delta_1 \cos \beta_0 - \cos \delta_1 \sin \beta_0) = 10\sqrt{2} (\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}) = \frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}}, \text{ аналогично}$$

$$N_{2y} = 10\sqrt{2} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}) = \frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}, N_{2x} = 10\sqrt{2} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}) = \frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}, N_{3y} = -\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}, N_{3x} = \frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}},$$

$$N_{4y} = \frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}}, N_{4x} = -\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}$$

Ответ: координаты точек это $(\frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}}, \frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}}), (\frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}}, \frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}}), (\frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}}, -\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}), (\frac{5(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}}, \frac{5(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{2}})$

** Отсюда β_0 мы переходим из полярных координат O/N_0 в Ox (т.е. считаем O началом отсчета Ox),
* Встреча — момент, когда MV — минимально.

N^o7. Заметим, что $(|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a$, при $a \geq 0$ — уравнение окружностей с координатами $(\pm 8; \pm 6)$ [четыре] и радиусом $\sqrt{a}$, при $a < 0$, решений заведомо нет. рассмотрим уравнение $|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$.

$$x \geq 0$$

$$(y - 6) \geq x \Rightarrow (y - 6) - x + (y - 6) + x = 12 \Rightarrow y = 12 \Rightarrow 12 - 6 \geq x \Leftrightarrow 6 \geq x \Rightarrow x \in [0; 6]$$

$$y - 6 - x \leq (y - 6) < x \Rightarrow x - (y - 6) + (y - 6) + x = 12 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow -6 \leq y - 6 < 6 \Rightarrow 0 \leq y < 12$$

$$\text{и } y - 6 < -x \Rightarrow x - (y - 6) - (y - 6) - x = 12 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow -6 < -x \Rightarrow x < 6 \Rightarrow x \in (0; 6)$$

~~XXXX~~ Заметим, что картинка симметрична относительно прямой OY из-за модулей (см. рис. 1.)

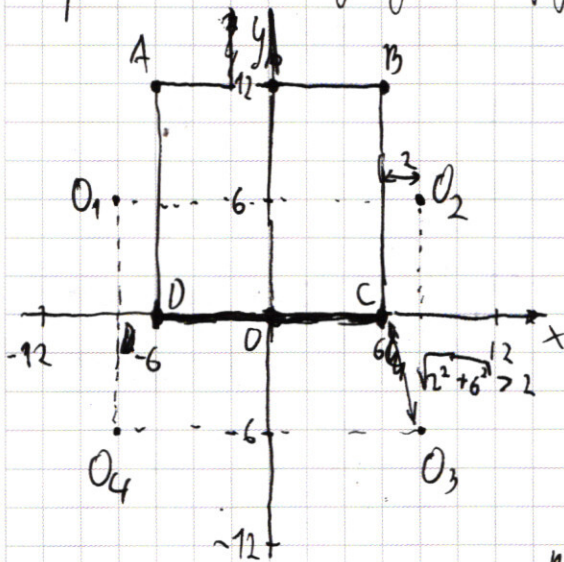


рис. 1.

Заметим, что при $a = 4$ (т.е. радиус равен 2) будут касаться ~~ABCD~~ окружности O_1 и O_2 (центрами O_1 и O_2), при $a \in (4; 16]$ каждая из окружностей O_1 и O_2 , будет давать 2 пересечения (ABCD, т.е. пересечений не менее 4-х*).

Заметим, что $O_2A > O_3C$ (т.к. $O_2A = \sqrt{(8-6)^2 + (12-6)^2} = \sqrt{4^2 + 6^2}$, $O_3C = \sqrt{(8-6)^2 + (0-(-6))^2} = \sqrt{2^2 + 6^2}$)

значит ~~к~~

продолжается стр. 7.

* В силу симметрии ABCD относительно прямой O_1O_2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 продолжение.

значит K количеству касаний окружности

O_1 и O_2 перестанут пересекать $ABCD$, окружности O_4 и O_3 будут $\varnothing$ пересекать $ABCD$ более чем 1 раз каждая, это будет продолжаться, пока

O_3 и O_4 будут проходить через A и B соотв. (это произойдет одновременно в силу симметрии относительно OY) $O_3 A = \sqrt{(8-6)^2 + (12-6)^2} =$

$$= \sqrt{14^2 + 18^2} > O_2 A \Rightarrow \text{когда } O_4 \text{ и } O_3 \text{ будут пересекать}$$

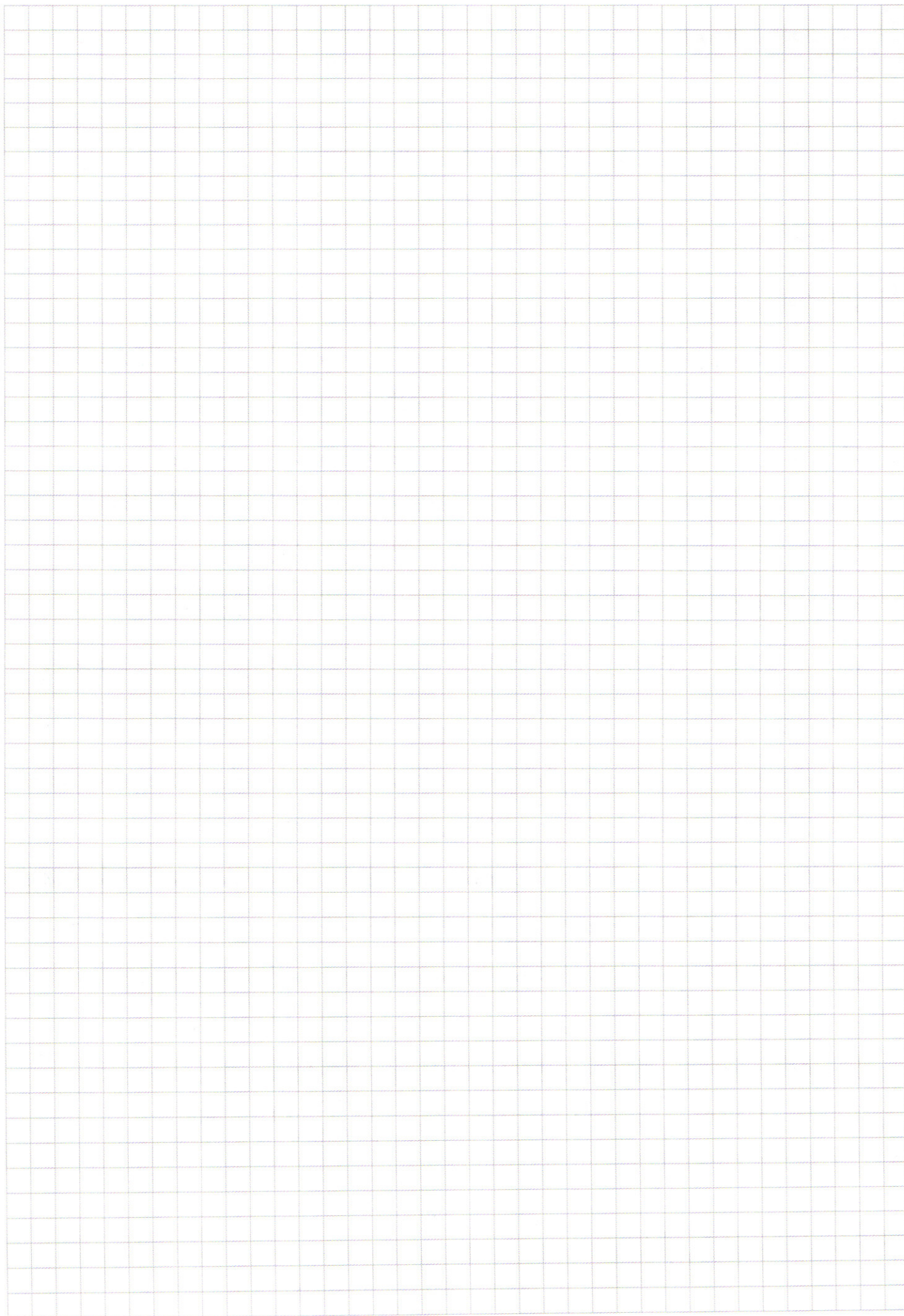
$ABCD$ только раз, O_2 и O_1 уже не будут пересекать $ABCD$ ни разу (т.к. $O_2 A$ — максимальное расстояние между O_2 и любой точкой A),

заменим, что $ABCD$ — 4 точки удовлетворяющих первому уравнению, окружности O_1, O_2, O_3, O_4 — 4 точки удовлетворяющих второму уравнению $\Rightarrow$ их пересечение — решение системы $\Rightarrow$

когда ровно 2 пересечения ровно 2 решения, 2 решения есть при радиусах 2 и $\sqrt{14^2 + 18^2} \Rightarrow$

$$n = 4 \text{ и } \sqrt{14^2 + 18^2}$$

Ответ: $n \in \{4, 520\}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. $x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 + 7 \cdot 4 - 4 \cdot 2 + 4 =$$

$$1 \cdot 81 - 3 \cdot 27 + 7 \cdot 9 - 4 \cdot 3 + 4 =$$

$$\frac{2}{16} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - \frac{4}{2} + 4 =$$

$$2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 - 5 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 4 =$$

$$2x^3 - x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 32 - 24 - 20 + 12$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 3x + 2 \\ - (2x^3 - 2x^2) \\ \hline x^2 - 3x + 2 \end{array}$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 16 - 12 + 4 = 8$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 \mid x-1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$x^2(2x^2 - 4x + 2) = (x-2)^2 \quad 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 = x^2(2x^2 - 3x + 6)$$

$$x^2(2x^2 - 4x + 2 + 4 + x) = x^2(\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 + (4+x)x^2$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$x < 2$$

$$x < 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3(2-x) = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 =$$

$$(x+2)(2x^3 - x^2 - 3x + 2) = (x+2)(x-1)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$2x^2 + x + \frac{2(1 - \sqrt{17})}{4} = 2x^2 + x + \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{17}}{4} < \frac{6}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < 2$$

$$\left| \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \right| < \left| \frac{-6}{4} \right| = \left| \frac{3}{2} \right|$$

$$700 \mid 2.5$$

$$700 \mid 2.5$$

$$7 \mid 7$$

$$1$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{2000}$$

$$b_1(1 + q + \dots + q^{2000}) = b_1 \frac{1 - q^{2001}}{1 - q}$$

$$2.5 \cdot 2.5 \cdot 7 = 700$$

$$111$$

$$2.5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 =$$

$$= 10 \cdot 4 \cdot 42 = 10 \cdot 168$$

$$S = b_1 \frac{1-q^{3000}}{1-q} \quad S = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000}$$

$$10S = b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + \dots + 50b_{3000}$$

$$9S = 49b_3 + b_4 + b_5 + \dots + b_{3000} = 49b_3(1 + q + q^2 + \dots + q^{2997}) =$$

$$b_3; b_4 = b_3 \cdot q, b_5 = b_3 \cdot q^2, b_6 = b_3 \cdot q^3$$

$$= 49b_3 \frac{1 - (q^3)^{1000}}{1 - (q^3)}$$

$$\text{н.р. } 9S = 49b_1 \cdot q^2 \frac{1 - q^{3000}}{1 - q^3} = 9 \cdot b_1 \frac{1 - q^{3000}}{1 - q}$$

$$49 \frac{q^3}{(1-q)(1+q+q^2)} = \frac{9}{(1-q)}$$

$$49q^2 = 9 + 9q + 9q^2$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0 \quad q_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4(-9)40}}{80} =$$

$$S = 3000b_1$$

$$S = 3000b_1 + 49000b_1 = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{80} = \frac{9 \pm \sqrt{1521}}{80} = \frac{9 \pm 39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

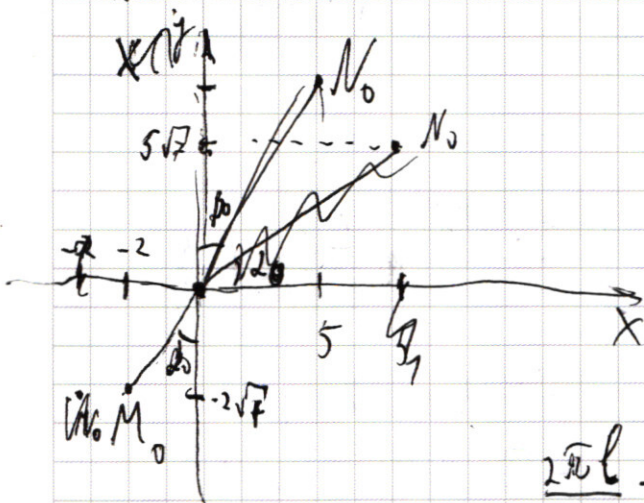
$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\sqrt{2}\left(\frac{x}{2} + 3\right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \Rightarrow 2\left(\frac{x^2}{4} + 3x + 9\right)(x^2 - 4x + 80) = x^4 + 100x^2 + 576 + 10x^3 + 48x^2 + 480x$$

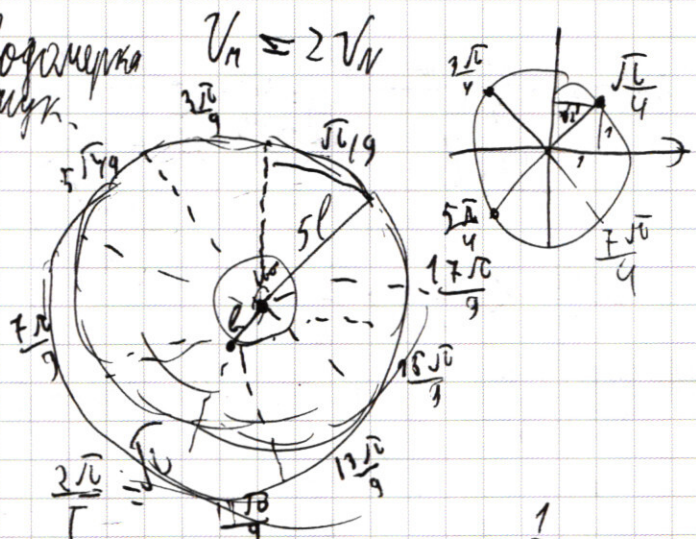
$$\frac{x^5}{2} + 5x^4 + 16x^3 - 20x^2 + 16x^2 - 100x^2 - 48x^2 - 72x + 1440 = x^4 + 100x^2 + 576 + 10x^3 + 48x^2 + 480x$$

$$\frac{x^5}{2} + 5x^4 + 16x^3 - 20x^2 + 16x^2 - 100x^2 - 48x^2 - 72x + 1440 - 576 = 0$$

$$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 264x^2 - 144x + 1728 = 0 \quad N_{1y} = N_1 \cos(\chi_1 - \beta)$$



4 - водометра
N - пук.



$$\frac{2\pi l}{v} = T$$

$$= \frac{2\pi}{T} = \omega_H \quad \frac{v}{5l} = \omega_H$$

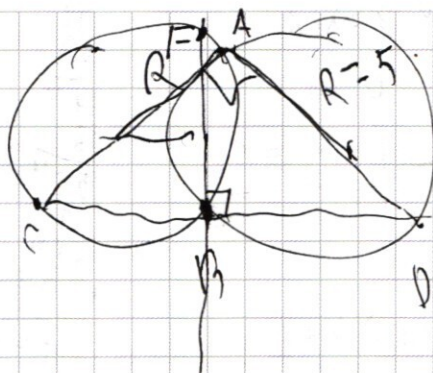
$$\omega_H = \frac{v}{5l} = \omega_H$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$5 + \frac{\sqrt{4+18}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

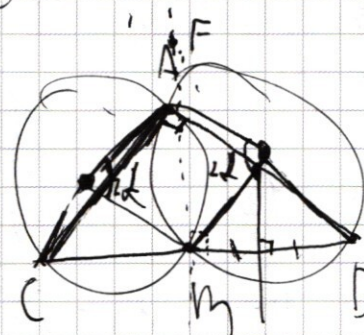
$$15.7 \frac{\sqrt{25+125}}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 5}{5\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

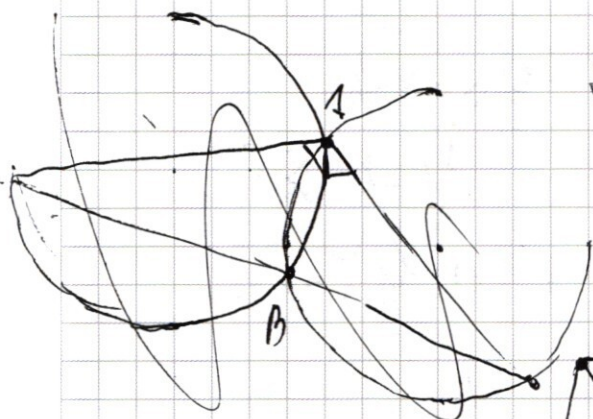


$$M^T = (B)$$

d) $n = 6$ $S_{ACP} = ?$
($K = 7$)



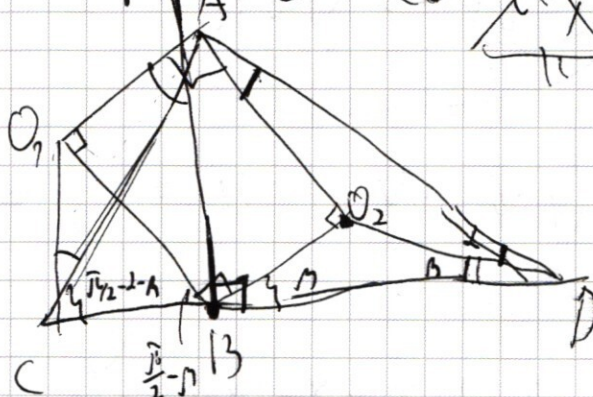
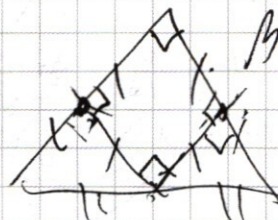
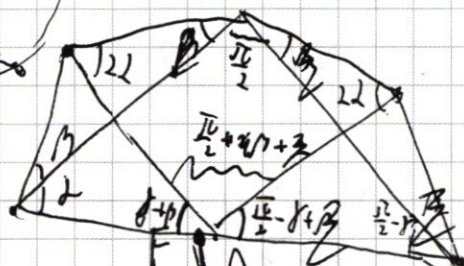
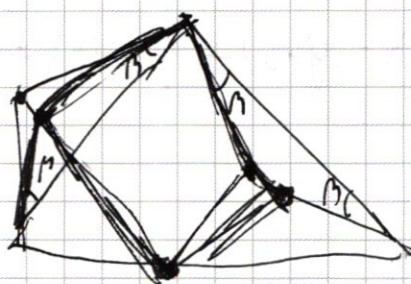
$$AB = 2.15 \cdot \sin 28.92^\circ = 1.05 \text{ in}$$



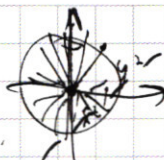
$$\sqrt{C} = \gamma + \beta + \frac{\pi}{2} + \frac{M+3}{2} + \frac{C}{2} - \gamma + \beta$$

$$0 = \cancel{4p} = \cancel{2p} = 0$$

$$B + \frac{v}{c} = 0$$



$$x^2 + y^2 = R^2$$



$\sqrt{a}$ - радиус,
 $x > 0$,

$$y - 6 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 324 \\ \times 198 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$y - 6 \geq x, \quad y \geq x + 6$$

$$2(y - 6) = 12 \quad y = x + 6$$

$$y - 6 = 6 \quad y = 12$$

$$x - (y - 6) - (y - 6) - x = 12$$

$$y - 6 = -6$$

$$y = 0$$

$$(y - 6) \geq x$$

$$y = 12$$

$$(y - 6) \leq -x$$

$$y \leq -x - 6$$

$$(y - 6) \geq x$$

$$(y - 6) \leq -x$$

$$y - 6 - x + (y - 6 + x) = 12$$

$$|a - x| + |a + x| = 12$$

$$16x \geq 0$$

$$a \leq x$$

$$32(y - 6) \leq x \Rightarrow y \leq x + 6 \Rightarrow x - (y - 6) + (y - 6) + x = 12$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y \leq 12$$

$$x \geq 0$$

$$(y - 6) \geq x \Rightarrow (y - 6) + (y - 6) = 12 \Rightarrow y = 12, x \in [0; 6]$$

$$12 \geq x + 6$$

$$x < 0$$

$$(y - 6) \leq -x \Rightarrow (y - 6) - x - x - (y - 6) = 12$$

$$-2x = 12 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow$$

$$y \leq 6 - x = 12$$

$$x < 0$$

$$(y - 6) \geq -x$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 14 \\ \times 124 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \times 198 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \times 24 \\ \hline 324 \\ + 198 \\ \hline 520 \end{array}$$