

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

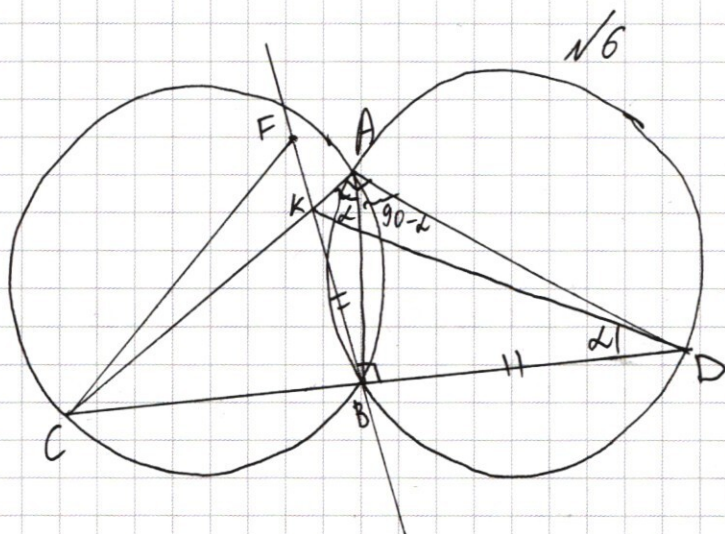
Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$a) \angle CAB = \alpha$$

$$\angle BAD = 90 - \alpha$$

R — радиус окружности

$$2R = \frac{CB}{\sin \alpha}$$

$$2R = \frac{BD}{\sin(90 - \alpha)}$$

$$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$CB = 2R \sin \alpha$$

$$BD = 2R \cos \alpha$$

$$BD = BF = 2R \cos \alpha$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BD^2} = \sqrt{4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{4R^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} =$$

$$= \sqrt{4R^2} = 2R =$$

$$= 2 \cdot 13 = 26 = \text{диаметру}$$

Значит, диаметр равен $CF = 26$

$$b) BF = BD = \sqrt{CF^2 - CB^2} = 24$$

Пусть пересечение дуг AC и FB — точка K.
BKAD — вл. четырехугольник, т.к. $\angle KBD + \angle KAD = 180^\circ$

$$\angle KAB = \angle KDB = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BD}{2R} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\frac{BD}{KD} = \cos \alpha$$

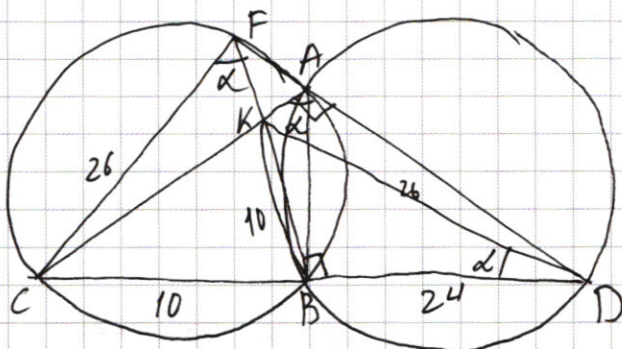
$$KD = \frac{BD}{\cos \alpha} = \frac{24 \cdot 13}{12} = 26$$

$$KB = \sqrt{KD^2 - BD^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10$$

$\triangle CFB = \triangle KDB$ по III признаку $\Rightarrow \angle FCB = \angle KDB = \alpha = \angle CAB$
CFAB — вл. четырехуг.

№6 (продолжение)

Перерисован гермет



т.к. $CF = 26 = \text{диаметр}$, то $CF - \text{диаметр} \Rightarrow \angle CAF = 90^\circ$
 $BF = FD \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ = \angle ACD$

$$AC = AD = \frac{\sqrt{10+24}}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$AF = \sqrt{(26)^2 - \left(\frac{34}{\sqrt{2}}\right)^2} = AF = \sqrt{(26)^2 - \left(\frac{34}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{AF \cdot AC}{2} = \frac{34 \cdot 7\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 2} = 17 \cdot 7 = 119$$

Ответ: $CF = 26$; $S_{\triangle ACF} = 119$

Разложим 4900 на ^{н.д.} множители:
 $4900 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$

Запомним, что мы можем составить такое число из
 чисел $7; 7; 5; 5; 2; 2; 1; 1$ и из чисел $7; 7; 5; 5; 4; 1; 1; 1$

↓
таких чисел будет

$$\frac{8!}{2!2!2!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 5 = 2520$$

↓
таких чисел будет

$$\frac{8!}{2!2!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$$

Итого $2520 + 1680 = 4200$

Ответ: 4200 чисел

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x + 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 + 128 - 64x$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

Заметим, что при $x=4$ $x^3 - 8x^2 + 72 = 8$, что больше нуля
 Так мы понимаем, что при $x \geq 4$,
 $x^3 - 8x^2$ — возрастающая функция

если при $x=4$ это уравнение $\neq 0$ то и
 при $x > 4$ оно не будет равно нулю.

Единственный корень уравнения -10

Ответ: -10

$$x = -10$$

$$x^3 - 64x + 200 > 0$$

$$2\sqrt{2}x - 8\sqrt{2} \geq 0$$

$$2\sqrt{2}x \geq 8\sqrt{2}$$

$$x \geq 4$$

№2

q - знаменатель прогрессии

$$b_1(1+q+q^2+\dots+q^{2999})=S$$

$$b_1(1+q+4q^2+\dots+40q^5+\dots+40q^{2599})=5S$$

$$b_1(1+3q+q^2+3q^3+q^4+3q^5+\dots+3q^{2999})=XS$$

$(X-?)$

$$b_1(3q^2+3q^5+\dots+3q^{2999})=4S$$

$$b_1(1+q^2+3q(1+q^2)+q^4(q^2+1)+3q^5(1+q^2)+\dots)=XS$$

$$b_1(1+q^2)(1+3q+q^4+3q^5+q^8+3q^9+\dots)=XS$$

$$b_1(3q^2+3q^5+\dots+3q^{2999})=4S$$

$$b_1 3q^2(1+q^3+q^6+q^9+\dots+q^{2997})=4S$$

$$b_1(1+q^2+q^4+q^6+\dots+q^{2998}+3q(1+q^2)+3q^4(q^2+q^6)+\dots+3q^{2994}(q^2+q^{2998}))=XS$$

$$b_1(1+3q)(1+q^2+q^4+q^6+\dots+q^{2998})=XS$$

$$b_1(1+q+q^2+\dots+q^{2999})=S$$

$$b_1(1+q+4q^2+\dots+40q^{2999})=5S$$

$$b_1(1+3q+q^2+3q^3+q^4+3q^5+\dots+3q^{2999})=XS$$

$$b_1(3q^2+3q^5+\dots+3q^{2999})=4S$$

$$b_1(2q+2q^3+2q^5+\dots+2q^{2999})=S(X-1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

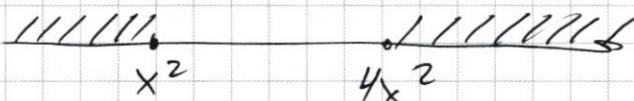
$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \sqrt{x+2} + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2 \sqrt{x+2} \geq 0$$

$$\sqrt{x+2} = t$$

$$4x^4 + t^2 - 5x^2 t \geq 0$$

$$(t - 4x^2)(t - x^2) \geq 0$$



$$|x+2| \leq x^2$$

$$|x+2| \geq 4x^2$$

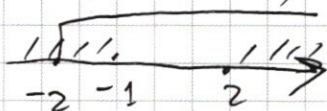
$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$x+2 \leq x^2$$

$$0 \leq x^2 - x - 2$$

$$0 \leq (x-2)(x+1)$$

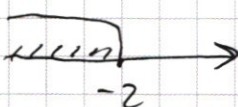


$$x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

$$x+2 < 0$$

$$x < -2$$

$$0 \leq x^2 + x + 2$$



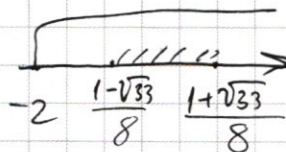
$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$0 \geq 4x^2 - x - 2$$

$$D = 1 + 32$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$



$$x+2 < 0$$

$$x < -2$$

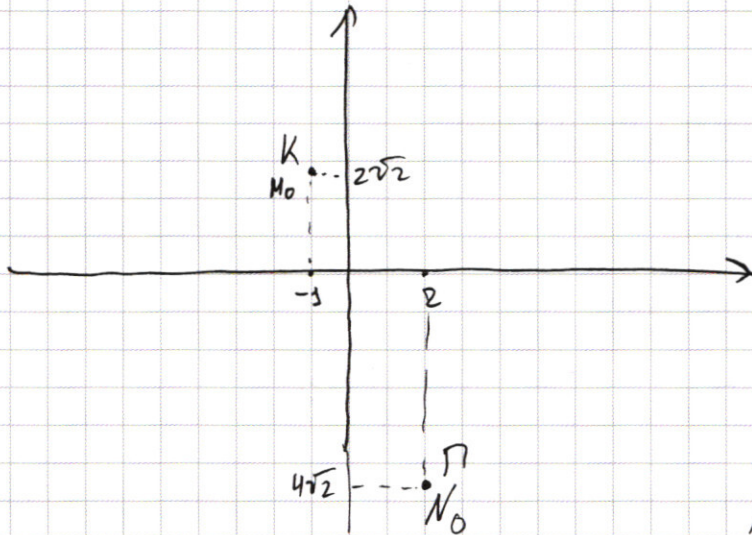
$$0 \geq 4x^2 + x + 2$$

$$D < 0$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty) \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right]$$

1/5



$x_n; y_n$ - координаты
пескеры
 $x_k; y_k$ - координаты
караля

$$V_k = 2,5 V_n$$

$$R_k = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = 3$$

радиус караля

$$R_n = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (2)^2} = 6$$

радиус пескеры

$$x_n^2 + y_n^2 = 9$$

$$x_k^2 + y_k^2 = 36$$

Кратчайшее расстояние
между ними $= 3(R_n - R_k)$

$$\sqrt{(|x_n - x_k|)^2 + (|y_n - y_k|)^2} = 3$$

$x_i; y_i$ - координаты
и п у
караля

$$\sqrt{x_k^2 + y_k^2} = 2,5 \sqrt{y_n^2 + x_n^2}$$

$$\sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2} = \frac{3}{2} \sqrt{(x_n - 2x_i)^2 + (y_n - 2y_i)^2}$$

$$x_k^2 + x_i^2 + y_i^2 + y_k^2 - 2x_k x_i - 2y_k y_i = \frac{25}{4} (x_n^2 + 4x_i^2 - 4x_n x_i + y_n^2 + 4y_i^2 - 4y_n y_i)$$

$$\underbrace{4x_k^2 + 4y_k^2}_{4 \cdot 36} - 8x_k x_i - 8y_k y_i = \frac{25x_n^2 + 25y_n^2}{25 \cdot 9} - 100x_n x_i - 100y_n y_i$$

$$144 - 8(x_k x_i + y_k y_i) = 225 - 100(x_n x_i + y_n y_i)$$

$$144 - 8(-x_i + 2\sqrt{2}y_i) = 225 - 100(2x_i + 4\sqrt{2}y_i)$$

$$144 + 8x_i - 16\sqrt{2}y_i = 225 - 200x_i - 400\sqrt{2}y_i$$

$$208x_i + 384y_i - 81 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{aligned} y+x &\geq -8 \\ y-x &\geq -8 \\ 2y &= 0 \\ y &= 0 \\ x &\geq -8 \\ -x &\geq 8 \end{aligned}$$

$$\boxed{-8 \leq x \leq -8, y=0}$$

①

$$\begin{aligned} y+x &\geq -8 \\ y-x &\leq -8 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \\ y &\geq -16 \\ y &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{-16 \leq y \leq 0, x=8}$$

②

$$\begin{aligned} y+x &\leq -8 \\ y-x &\geq -8 \\ -2x &= 16 \\ x &= -8 \\ y &\leq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

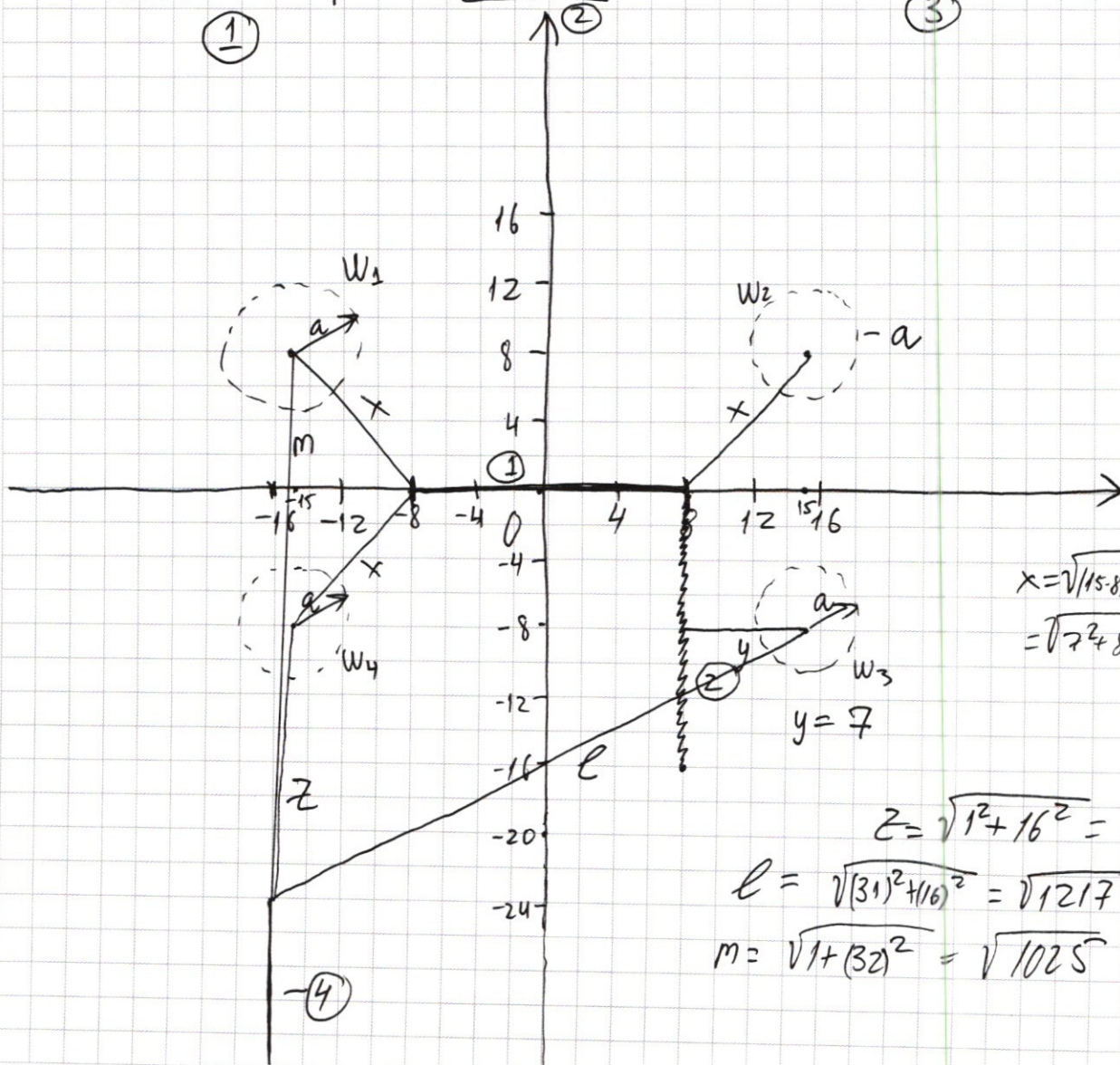
$$\boxed{x=-8, y=0}$$

③

$$\begin{aligned} y+x &\leq -8 \\ y-x &\leq -8 \\ -16-2x &= 16 \\ -2x &= 32 \\ x &= -16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &\leq 8 \\ y &\leq -24 \\ x &= -16 \\ y &\leq -24 \end{aligned}$$

④



$$\begin{aligned} x &= \sqrt{15.8^2 + 8^2} = \\ &= \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{113} \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{1^2 + 16^2} = \sqrt{257}$$

$$e = \sqrt{31^2 + 16^2} = \sqrt{1217}$$

$$m = \sqrt{1 + 32^2} = \sqrt{1025}$$

$\sqrt{7}$ (продолжение)

Пока a будет находиться в пределах от y до x (не включая x и y) у уравнения будет два решения:

$a \in (7; \sqrt{113})$ — окружность W_3 пересекает два раза

И второй вариант, когда окружности W_3 и W_4 будут пересекать 4 угла, т.е. когда a будет в пределах от l до m

$a \in (\sqrt{1025}; \sqrt{1217})$

Ответ: $a \in (7; \sqrt{113}) \cup (\sqrt{1025}; \sqrt{1217})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abcdefgh

$$b_1 b_2 b_{30000} = S$$

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = S$$

$$b_1 b_2 + b_3 + \dots + b_{30000} = 5S$$

$$3q(b_3 + b_6 + \dots + b_{30000}) = 4S$$

$$b_1 + 3b_2 + 3b_4 = xS$$

b_7

$$2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{30000} = S(x - 1)$$

$$3qb_3(1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 4S$$

$$2b_2(1 + q^2 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2998}) = xS(x - 1)$$

$$b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}) = S$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 = \frac{-72}{x_2 x_3}$$

$$-x_1 x_2 \cdot x_3 = 72$$

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 0$$

$$\frac{-72}{x_3} + x_2 x_3 - \frac{72}{x_2} = 0$$

$$\frac{-72}{x_2 x_3} + x_2 + x_3 = 8$$

$$\frac{x_2^2 x_3^2 - 72x_2 - 72x_3}{x_2 x_3} = 0$$

$$-72 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_2 - 8x_2 x_3 = 0$$

$$4900 = \frac{7 \cdot 7 \cdot 10}{49} \cdot \frac{2 \cdot 5 \cdot 2}{10} \cdot 1 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 22 \ 33 \ 11 \\ 123 \\ 132 \\ 111 \\ 121 \\ 112 \\ 131 \\ 113 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b_{31} = b_{34} \\ b_{35} = b_{39} \\ b_{36} = b_{39} \end{array}$$

a

27

$$\begin{array}{r} 31 \\ 731 \\ 31 \\ 93 \\ 961 \end{array}$$

$$22 \ 44$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 42 \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ 2 \cdot 2 \end{array}$$

$$41$$

$$32$$

$$32 \ 2 \cdot 4$$

$$23$$

$$33$$

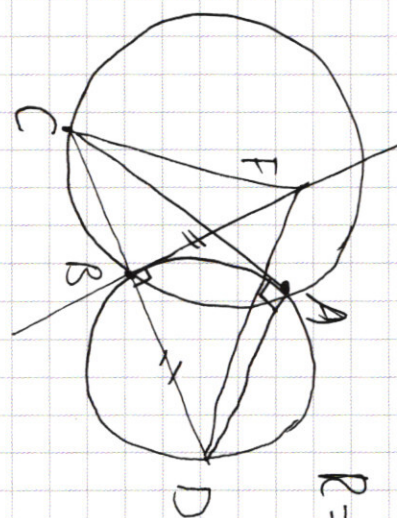
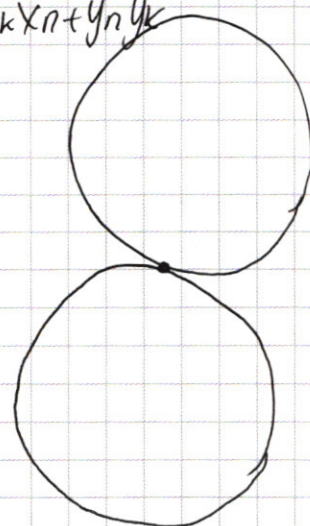
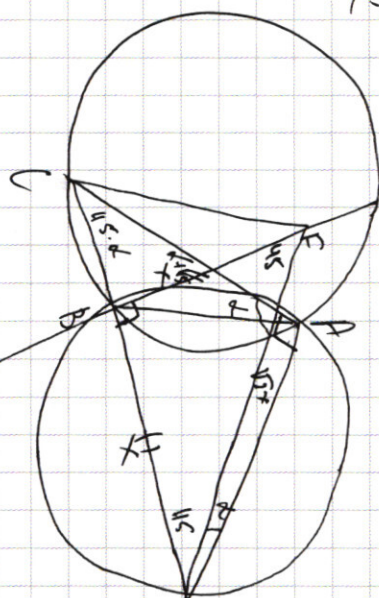
$$22$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 164 \\ 113 \end{array}$$

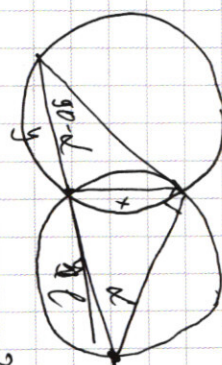
$$15 = x_k x_n + y_n y_k$$

$$\begin{array}{r} 2244 \\ 24 \\ \hline 42 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ 243 \end{array} \quad \begin{array}{r} 224433 \\ 244243 \\ 231234 \end{array}$$

2244
2244
2424
2442
4422
4242
~~4422~~



$$R=13$$

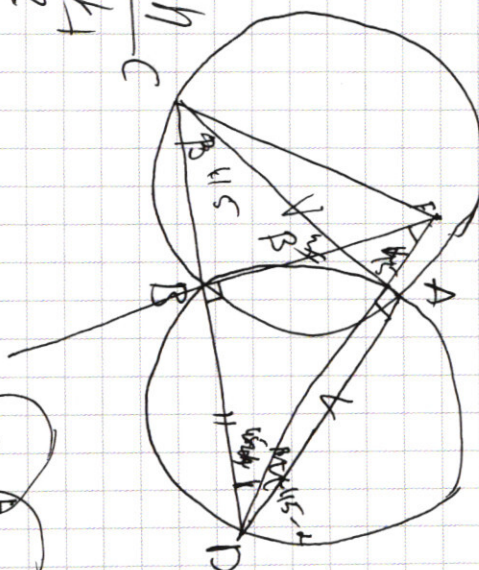
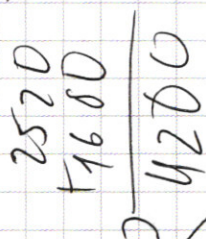


$$2R = \frac{x}{\sin 90^\circ}$$

$$2R = \frac{x}{\sin \theta}$$

$$1 = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$2\sqrt{2}$$



$$\begin{array}{r} 3 \ 1223 \text{ d} \\ 12 \ 11 + 12 \\ \hline 23 \ 35 \\ 2 \ 30 \\ \hline 1680 \end{array}$$

32

$$\begin{array}{r} 252 \\ \times 22 \\ \hline 504 \\ 5040 \\ \hline 5544 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b_1(1+q+q^2+\dots+q^{2999})=5$$

$$b_1+b_2+40b_3+\dots+40b_6=55$$

$$b_1(1+q+40q^2+\dots+40q^{2999})=55$$

$$b_1(39q^2+39q^5+\dots+39q^{2999})=45$$

$$b_1+3b_2+b_3+3b_4=\dots$$

$$b_1 \cdot 13(3q^2+3q^5+\dots+3q^{2999})=45$$

$$b_1(1+3q+q^2+3q^3+q^4+3q^5+\dots+3q^{2999})=x5$$

$$q^3(3+q+3q^2)$$

$$b_1$$

$$28=2.91$$

$$\frac{208}{222}$$

$$\frac{1964}{1649}$$

$$-27+72$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$$

$$D=36+160=196$$

$$x = \frac{-6 \pm 14}{2} = 4.49$$

$$(x+10)(x-4)$$

$$= -10.4$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}$$

$$x^3-64x+200 > 0$$

$$x=10$$

$$\frac{x^6}{192}$$

$$\frac{x^6}{256}$$

$$264 -$$

$$72=9.8$$

$$33.2.22$$

$$\frac{(x+2)(x+1)^2}{x^3+2x^2+x+2} \sqrt{x^3-64x+200}$$

$$x=-1$$

$$= (x-4)$$

$$(x+1)^3$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}$$

$$(x^2+2x+1)(x+1)$$

$$x^3-64x+200 = 8x^2+64 \cdot 2 - 64x$$

$$x^3+3x^2+3x+1$$

$$x^3-8x^2+200-128=0$$

$$-(x_1+x_2+x_3)$$

$$-(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) = 72$$

$$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0$$

$$x_1+x_2+x_3=8$$

$$-x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 72$$

$$\frac{125+72}{27+72}$$

$$\frac{-8.25}{200}$$

$$64+72=8.16$$

$$(x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^2 / (x+2) \geq 0$$

$$x^2(4x^2 - 5|x+2|) \geq 0$$

$$4x^2 - 5$$

$$-5x^2/x+2 \geq 0$$

$$-5/x + 2/z = 0$$

$$x+2=0$$

X
||
~

217
Mr. E. L. M.

89

979

88625

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 1020 \\ \hline 1326 \end{array}$$

$$\frac{7.2}{2.2} =$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2} \sqrt{2}$$

$$(t - x^2)(t - x^2)$$

$$t^2 - 5t^2 + 4t^4 \geq 0$$

$$4x^4 + 7x^2 = 5x^2$$

$$4x^4 + 2x^2 + 4 = 5x^2(x+2)$$

$$\frac{4}{x} + (x+2)^2 \geq 5x^2/(x+2)$$

$$\begin{array}{r}
 12 \sqrt{33} \overline{) 111} \\
 \underline{15} \\
 4 \times 2
 \end{array}$$

$$|x+2| \leq x^2$$

$$|x+2| \geq 4x^2$$

$$(x-2)(x+1)$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x+2 < 0$$
$$-x+2 \geq 4x^2$$

D =

$$C \geq 4x^2 - x - 2$$

0.2

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$y=8$$
$$x > -16$$
$$-x \geq 0$$
$$x \leq 0$$
$$-16$$
$$\infty$$

$$\begin{aligned}y+x+8 &\geq 6 \\y-x+8 &\geq 0 \\y+x &\geq -8 \\-y-x &\geq 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+x+8 &+ y-x+8 \\ 2y+16 &= 16 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+x &> -8 \\ y-x &< -8 \quad \text{or } y > -16 \\ y &\leq 0 \end{aligned}$$

$$y+x+8>0 \quad y-x+8<0$$

$$\begin{aligned} y+x+8 - y+x-8 &= 16 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$y + x + 8 < y + x + 8 < 0$$

$$\begin{aligned} -y - 8 - y - 8 &= 16 \\ -2y &= 32 \\ y &= -16 \end{aligned}$$

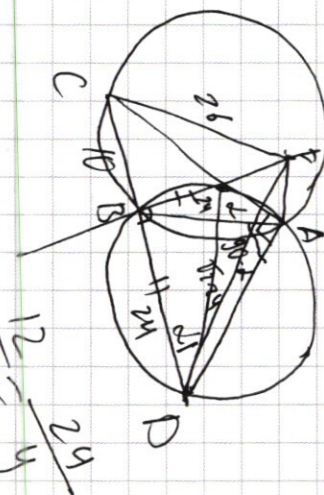
$$y + x \leq -8$$

22 44 22

44
—
42

22

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{12}{13} = \frac{y}{26}$$

$$\sqrt{13^2 + 13^2} = \dots$$

$$2R = \frac{CB}{\sin A}$$

$$2R = \frac{BD}{\sin(A+B)}$$

$$2R \sin A = CB$$

$$2R \cos A = BD$$

$$4R^2 \sin^2 A = CB^2$$

$$4R^2 \cos^2 A = BD^2$$

$$\sqrt{4R^2 \sin^2 A} = \dots$$

$$= 2R \sin A$$

$$\sin \alpha = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\sqrt{26^2 - 10^2} = \dots$$

$$\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{52^2 - 24^2} = \dots$$

$$2 \cdot 12 = \dots$$

$$\frac{52}{2} = 26$$

$$\frac{14}{2} = 7$$

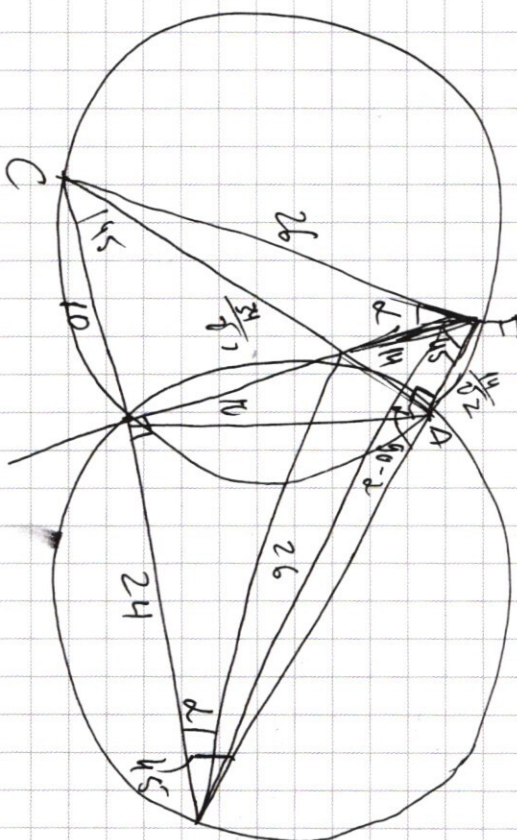
$$= 7 \cdot 17 = 119$$

$$\frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{12}{13} = \frac{24}{52}$$

$$\sqrt{\dots}$$

$$C \times 8 \geq 27 + \dots$$



$$X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$-x_1 x_2 x_3 = 72$$

$$x_1 = \frac{-72}{x_2 x_3}$$

$$\frac{-72}{x_3} + x_2 x_3 \frac{-72}{x_2} = 0$$

$$x_2 + x_3 \quad \frac{-72}{x_2 x_3} = 8$$

$$x_2^2 x_3 + x_3^2 x_2 - 72 = 8x_2 x_3$$

$$\frac{x_2^2 x_3^2 - 77x_3 - 72x_2}{x_2 x_3}$$

$$x^2 + 7x - 22 = \frac{8(x_2 x_3 - 1)}{x_2 x_3} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{(1+x)(1+x^2+x^4)}{x^3} - 72 \cdot \frac{5(x^2x_3+1)}{x_2x_3} = \\ & (1+x^3)x_3^3 - 72 \cdot 8(x_2x_3+5) = 0 \\ & \frac{(1+x^3)}{3x} - 576 + 9 = 0 \end{aligned}$$

$$S = \frac{61q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \overline{) 28} \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

$$b_1(39q^2 + 39q^5 + \dots - 39q^{2551}) = 47S$$

$$6 + 39q^2(q^4 + q^3 + q^2 + \dots + q + 1) = 11S_{2997}$$

$$b_1(3g + 3g + 3g + \dots + 3g) = 355$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$(1+q^2)^2(1+3q)^2(1+q)^2(q^4+3q^5)(q^{12}+1)(q^{12}+1)$$

$$x(1+q^2+q^3)$$

$$x_{n-1} y_n - z_{n-1} z_n = 0$$

$$2x_k^2 + 2y_k^2 - x_n^2 - y_n^2 = 0$$

$$x = 2,5 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 8.16 + 72 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 3 \\ x^2 + y^2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\sqrt{4+32}$$

$$\sqrt{1+8} = 3$$

$\sqrt{1+x}$

$$h \leq \frac{8}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{1}{(1+q^2)^2} \left(\frac{1}{1+q^2} + \frac{1}{1+q^2} + \frac{1}{1+q^2} \right) \geq \frac{1}{1+q^2} + \frac{1}{1+q^2} + \frac{1}{1+q^2}$$