МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC=10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y+x+8|+|y-x+8|=16,\\(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Разложим 4900 на простые множители: $4900 = 49 \cdot 100 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$.

Найдём делители этого числа, которые являются цифрами, т.е меньше 10: 1, 2, 4, 5, 7. Таким образом, из этих и только из этих цифр могут состоять указанные числа.

5 и 7 – единственные из этих цифр, которые кратны 5 и 7 соответственно. Поэтому в указанных в условии числах ровно по две 5 и 7. Остальные цифры (4) в своём произведении должны давать 4. Т.е. возможно 2 варианта: 2, 2, 1, 1 или 4, 1, 1, 1.

Посчитаем кол-во чисел, удовлетворяющих условию в каждом из этих случаев:

1. Цифры 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7.

$$N_1 = \frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot \cancel{2}\cdot 1}{8\cdot \cancel{2}} = 360\cdot 7 = 2520.$$

$$\begin{array}{r} \times\,360 \\ 7 \\ \hline 2520 \end{array}$$

кол-во чисел, если считать все цифры различными

с учетом того, что одинаковые цифры „равноправны".

2. Цифры 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7.

$$N_2 = \frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot 1}{\cancel{4}\cdot \cancel{6}} = 210\cdot 8 = 1680$$

Т.о. $N = N_1 + N_2 = 2520 + 1680 = 4200$.

Ответ: 4200.

Задача 2.

Пусть $b_1 = b$, а q – знаменатель данной геометрической прогрессии (далее – г.п.) Тогда $b_k = b\cdot q^{k-1}$.

$$S = b + bq + bq^2 + \ldots + bq^{2999} = b\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}.$$ (см. формулу частичной суммы г.п.; $S = b(1+q+q^2+\ldots+q^{2999}) = b\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}$)

Отсюда $b\cdot(q^{3000}-1) = S(q-1)$ (*)

Пусть S_1 – сумма после проведения первой операции:

$S_1 = b + bq + 40bq^2 + bq^3 + bq^4 + 40bq^5 + \ldots + 40bq^{2999} =$

$$= \underbrace{b + bq + bq^2 + \ldots + bq^{2999}}_{= S} + 39\underbrace{\left(bq^2 + bq^5 + \ldots + bq^{2999}\right)}_{\text{г.п. с первым членом } bq^2 \text{ и знаменателем } q^3} =$$

$$= S + 39bq^2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = S + \frac{39q^2}{q^3-1} \cdot \underbrace{b(q^{3000}-1)}_{\text{см}(*)} = S + \frac{39q^2}{\cancel{q^3-1}_{\,q^2+q+1}} \cdot S\cancel{(q-1)} =$$

$$= S + S \cdot \frac{39q^2}{q^2+q+1}.$$

$$\text{Т.о. } \underbrace{S}_{>0}\left(1 + \frac{39q^2}{q^2+q+1}\right) = S_1 = 5\underbrace{S}_{>0} \iff \frac{39q^2}{q^2+q+1} = 4 \iff 35q^2 - 4q - 4 = 0 \iff$$

$$\iff q = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 35 \cdot 4}}{35} = \frac{2 \pm 2 \cdot 6}{35} \underset{\uparrow}{=} \frac{2+12}{35} = \frac{2}{5}.$$

т.к. $q > 0$ из условия

$$S_2 = b + 3bq + bq^2 + 3bq^3 + \ldots + 3bq^{2999} = \underbrace{\left(b + bq + bq^2 + \ldots + bq^{2999}\right)}_{= S} + 2\underbrace{\left(bq + bq^3 + \ldots + bq^{2999}\right)}_{\text{г.п. с первым членом } bq \text{ и знаменат. } q^2} =$$

$$= S + 2bq \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^2-1} = S + \frac{2q}{q^2-1} \cdot b(q^{3000}-1) =$$

$$= S + \frac{2q}{\cancel{q^2-1}_{\,q+1}} S\cancel{(q-1)} = S\left(1 + \frac{2q}{q+1}\right) = S\left(1 + \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{5}}\right) = S \cdot \left(1 + \frac{4}{7}\right) = \frac{11}{7}S.$$

Ответ: увеличится в $1\frac{4}{7}$ раз.

Задача 3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40 \iff \frac{x+10}{2\sqrt{2}}\sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4) \iff$$

$$\iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + 10 = 0, \\ x^3 - 64x + 200 \geq 0 \quad \leftarrow \text{т.е. } x \in \mathcal{D}_{\text{уравнения}}, \end{cases} \\ \begin{cases} x + 10 \neq 0, \\ \sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4) \end{cases} \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -10, \\ -1000 + 640 + 200 \geq 0, \quad \leftarrow \text{неверно} \end{cases} \\ \begin{cases} x \neq -10, \\ x \geq 4, \\ x^3 - 64x + 200 = 8(x-4)^2 \end{cases} \end{array}\right. \iff$$

$$\iff \begin{cases} x \geq 4, \\ x^3 - \cancel{64x} + 200 = 8x^2 - \cancel{64x} + 128 \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 4, \\ x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \end{cases} \iff$$

корень $x = 6$ уравнения подобран устно

$$\iff \begin{cases} x \geq 4, \\ \left[\begin{array}{l} x = 6, \\ x^2 - 2x - 12 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 4, \\ \left[\begin{array}{l} x = 6, \\ x = 1 \pm \sqrt{13} \end{array}\right. \end{cases} \iff \left[\begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{13}, \\ x = 6. \end{array}\right.$$

	1	−8	0	72
6	1	−2	−12	0

Ответ: $\{1 + \sqrt{13}; 6\}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

$$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0 \iff \underbrace{5x^2}_{\geq 0 \text{ всегда (при } x\in\mathbb{R})}|x+2| \leq 4x^4+x^2+4x+4 \iff$$

$$\iff |5x^3+10x^2| \leq 4x^4+x^2+4x+4 \iff$$ см. нер-во вида $|f(x)|\leq \varphi(x)$

$$\iff \begin{cases} 5x^3+10x^2 \leq 4x^4+x^2+4x+4, \\ 5x^3+10x^2 \geq -(4x^4+x^2+4x+4) \end{cases} \iff \begin{cases} 4x^4-5x^3-9x^2+4x+4\geq 0, \\ 4x^4+5x^3+11x^2+4x+4\geq 0 \end{cases}$$

Сначала решим первое неравенство: число $x=-1$ является очевидным корнем многочлена, стоящего в левой части неравенства, поэтому нер-во равносильно:

$$(x+1)(\underbrace{4x^3-9x^2+4}_{x=2 \text{ — очевидный корень}})\geq 0 \iff \overbrace{(x+1)(x-2)(\underbrace{4x^2-x-2}_{\text{корни: } \frac{1\pm\sqrt{1+32}}{8}})}^{f(x)}\geq 0 \iff$$

	4	−5	−9	4	4
−1	4	−9	0	4	0
2	4	−1	−2	0	

$$\iff x\in(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty).$$

sign $f(x)$: $+$, -1, $-$, $\frac{1-\sqrt{33}}{8}$, $+$, $\frac{1+\sqrt{33}}{8}$, $-$, 2, $+$, x

~~Теперь решим второе неравенство. При $x\geq 0$ оно, очевидно, выполнено, т.к. все слагаемые в левой части неотрицательны.~~

~~Пусть теперь $x\in[-1;0)$: $x^2+x^3\geq 0 \iff (-x)^2\geq(-x)^3 \iff (-x)^2((-x)-1)\leq 0 \iff x^2(x+1)\geq 0$~~

~~$\underbrace{x^2}_{\geq 0}\underbrace{(x+1)}_{\in[0;1)}\geq 0$ — верно, поэтому $5x^2(x+1)\geq 0 \iff 5x^3+5x^2\geq 0$.~~

~~$\underbrace{4x^4}_{\geq 0}+\underbrace{(5x^3+5x^2)}_{\geq 0}+\underbrace{6x^2+4x+4}_{\geq 0}\geq 4\underbrace{(x+1)}_{\in[0;1)}\geq 0$ — нер-во выполнено.~~

Теперь решим второе неравенство. $4x^4+5x^3+11x^2+4x+4=$

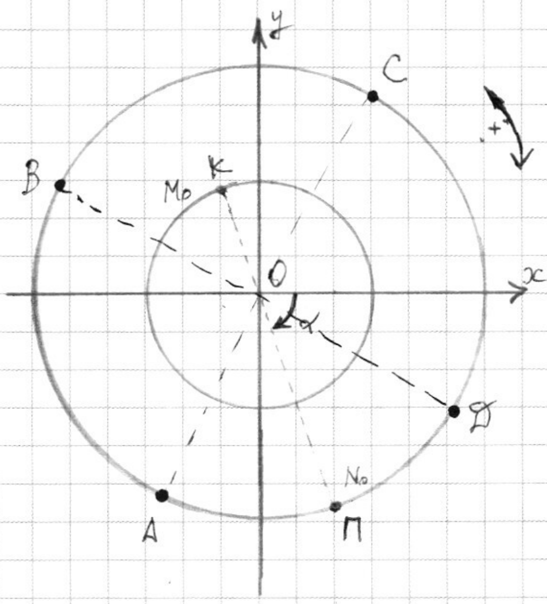
$$=4x^4+5x^3+2x^2+9x^2+4x+4=\underbrace{x^2}_{\geq 0 \text{ на } \mathbb{R}}\underbrace{(4x^2+5x+2)}_{>0 \text{ на } \mathbb{R}}+\underbrace{9x^2+4x+4}_{>0 \text{ на } \mathbb{R}}>0.$$

т.к. $D=25-32<0$, коэф-т при x^2 равен $4>0$; т.к. $D=16-16\cdot 9<0$, коэф-т при x^2 равен $9>0$

Т.о. второе неравенство выполнено при $x\in\mathbb{R}$. Запишем ответ к системе.

Ответ: $(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[2;+\infty)$.

Задача 5.



Радиусы окружностей, по которым движутся карась и пескарь, равны $r=3$ $\left(\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(1)^2}\right)$ и $R=6$ $\left(\sqrt{(4\sqrt{2})^2+2^2}\right)$ соответственно.

Обозначим через α угол между осью Ox и вектором $\overrightarrow{ON_0}$. Обратим внимание, что $\alpha>0$ (т.к. за положительное направление я выбрал направление по часовой стрелке). $\cos\alpha=\frac{1}{3}$, $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Пусть ϑ — скорость пескаря, а $2{,}5\vartheta$ — карася; ω — угловая скорость пескаря.

Тогда угловая скорость карася равна

$$\frac{2{,}5\vartheta}{r}=\frac{5\vartheta}{R}=5\omega.$$

Запишем зависимость угла радиуса-вектора положения с осью абсцисс от времени для карася и пескаря.

$$\varphi_k(t)=\underbrace{\alpha-\pi}_{\text{начальное положения карася}}+5\omega t,\qquad \varphi_n(t)=\alpha+\omega t.$$

Карась и пескарь будут находиться на минимальном расстоянии друг от друга тогда и только тогда, когда векторы $\overrightarrow{ON}$ и $\overrightarrow{OM}$ будут коллинеарны (где N и M — положения пескаря и карася в этот момент времени)

$$\varphi_n(t)-\varphi_k(t)=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Причём это расстояние равно $R-r=3$.

$$\varphi_n(t)-\varphi_k(t)=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\ \Leftrightarrow\ \pi-4\omega t=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\ \Leftrightarrow\ t=\frac{\pi-2\pi k}{4\omega},\ k\in\mathbb{Z}.$$

Выясним, чему равен угол φ_n, характеризующий положение пескаря в эти моменты времени:

$$\varphi_n=\alpha+\omega t=\alpha+\frac{\pi-2\pi k}{4}=\alpha+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi k}{2},\ k\in\mathbb{Z}$$

Укажем на рисунке точки A, B, C, D, соответствующие этим положениям пескаря.

Теперь найдём их координаты:

$$x_A=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{4}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}-4}{6};$$

$$y_A=-\underbrace{\sin\left(\overset{<\pi,\ >0}{\alpha+\frac{\pi}{4}}\right)}_{>0}=-\sqrt{1-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}=-\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}\right)^2}=-\frac{1}{6}\sqrt{36-16-2+8\sqrt{2}}=$$

$$=-\frac{1}{6}\sqrt{18+8\sqrt{2}}=-\frac{4+\sqrt{2}}{6}$$

Т.о. $A\left(-\frac{4-\sqrt{2}}{6};-\frac{4+\sqrt{2}}{6}\right)$; $B\left(-\frac{4+\sqrt{2}}{6};\frac{4-\sqrt{2}}{6}\right)$; $C\left(\frac{4-\sqrt{2}}{6};\frac{4+\sqrt{2}}{6}\right)$; $D\left(\frac{4+\sqrt{2}}{6};-\frac{4-\sqrt{2}}{6}\right)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5 (продолжение).

Ответ: $\left\{\left(-\frac{4+\sqrt{2}}{6};\ \frac{4-\sqrt{2}}{6}\right);\left(-\frac{4-\sqrt{2}}{6};\ -\frac{4+\sqrt{2}}{6}\right);\left(\frac{4-\sqrt{2}}{6};\ \frac{4+\sqrt{2}}{6}\right);\left(\frac{4+\sqrt{2}}{6};\ -\frac{4-\sqrt{2}}{6}\right)\right\}$.

Задача 6.

$$|y+x+8|+|y-x+8|=16 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y+x+8+y-x+8=16, \\ y+x+8-(y-x+8)=16, \\ -(y+x+8)+y-x+8=16, \\ -(y+x+8)-(y-x+8)=16 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0, \\ x=8, \\ x=-8, \\ y=-16. \end{array}\right.$$

$y=0:\quad \underbrace{|x+8|}_{\rho(x;-8)}+\underbrace{|x-8|}_{\rho(x;8)}=16 \Leftrightarrow x\in[-8;8]$ – из геометрического смысла модуля.

$y=-16:\quad |x-8|+|x+8|=16 \Leftrightarrow x\in[-8;8]$.

$x=8:\quad \underbrace{|y+16|}_{\rho(y;-16)}+\underbrace{|y|}_{\rho(y;0)}=16 \Leftrightarrow y\in[-16;0]$ – из геом. смысла модуля.

$x=-8:\quad |y|+|y+16|=16 \Leftrightarrow y\in[-16;0]$.

Таким образом, первое уравнение определяет на плоскости $(x;y)$ квадрат с вершинами $A(-8;0)$, $B(8;0)$, $C(8;-16)$, $D(-8;-16)$.

Выясним, что определяет на плоскости $(x;y)$ второе уравнение.

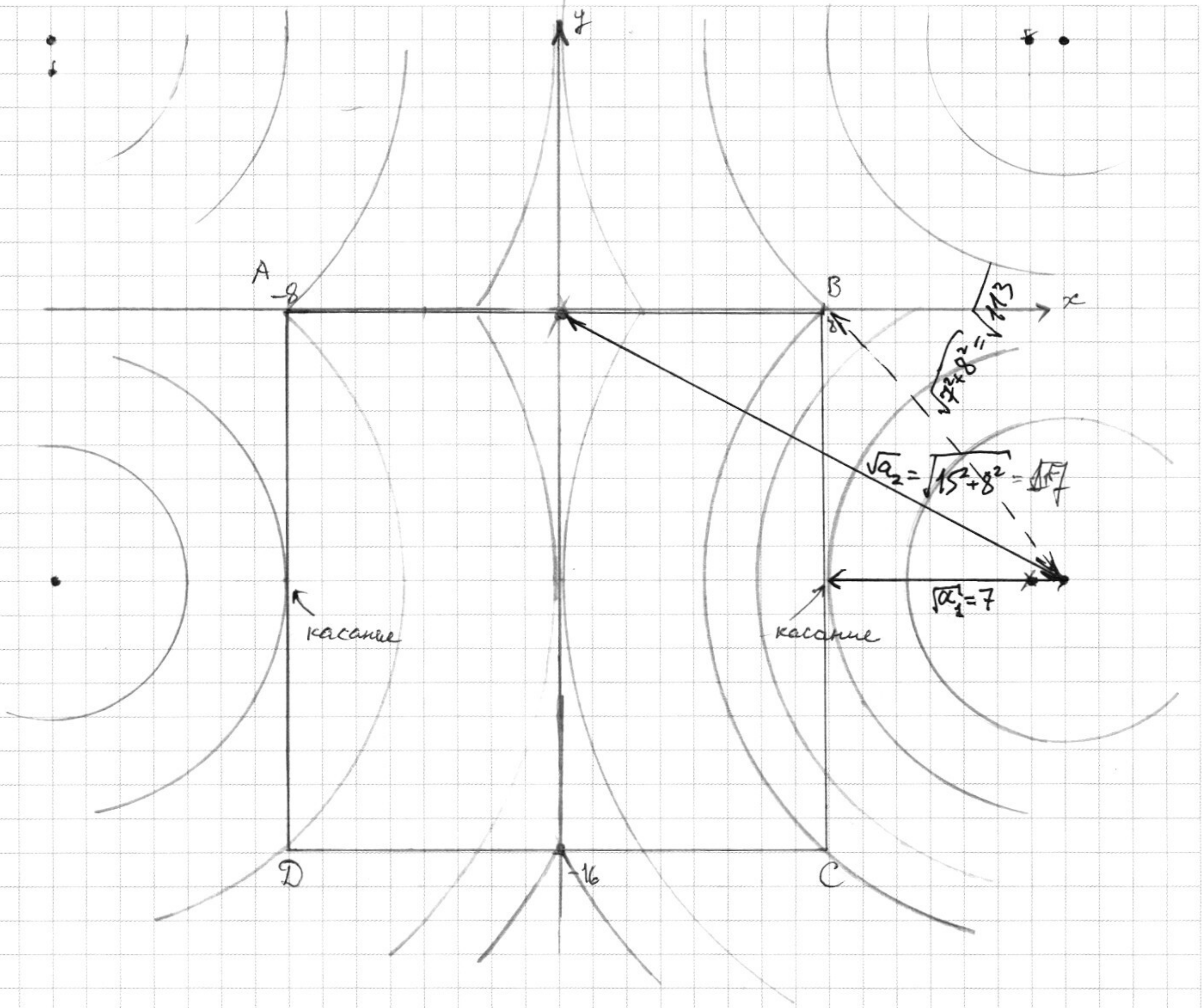
При $a<0$: $\varnothing$ (т.е. система не имеет решений).

$a=0$: 4 точки: $(15;8)$; $(15;-8)$; $(-15;8)$; $(-15;-8)$. В этом случае система также не имеет решений.

$a>0$: рассмотрим I четверть, т.е. $x,y\geq 0$: имеем уравнение $(x-15)^2+(y-8)^2=a$, которое определяет окружность с центром $(15;8)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

При этом эта окружность может как вся быть в I четверти, так и не вся.

Фигура, определяемая вторым уравнением, симметрична отн. осей.



Будем смотреть, что будет меняться при изменении a от 0 до $+\infty$.

Если $\sqrt{a} \in (0;7)$, то система не имеет решений.

При $\sqrt{a}=7$ система имеет 2 решения: $(8;-8)$ и $(-8;-8)$

~~При $\sqrt{a} \in (7; 17)$ система имеет 4 решения~~

При $\sqrt{a} \in (7; \sqrt{113})$ система имеет 4 решения: по 2 на отрезках AD и BC;

При $\sqrt{a}=\sqrt{113}$ система имеет 4 решения: A, B, C, D.

При $\sqrt{a} \in (\sqrt{113}; 17)$ система имеет 4 решения; по 2 на отрезках AB и CD;

При $\sqrt{a}=17$ система имеет 2 решения: $(0;0)$ и $(0;-16)$ – середины отрезков AB и CD

При $\sqrt{a}>17$ система не имеет решений.

Ответ: $\{49; 289\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6.

Т.к. окружности имеют одинаковый радиус по условию, то меры дуг AB одинаковые в этих окружностях.

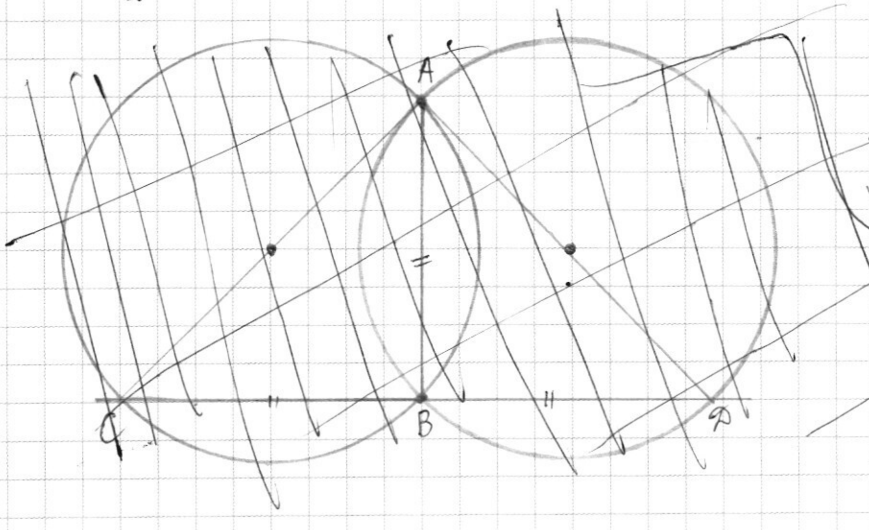
Рассмотрим $\triangle CAD$. Т.к. $B \in [CD]$, то $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} = \frac{\breve{AB}}{2}$ $^{(*)}$ (по теореме о вписанном угле); $\widehat{ADC} = \widehat{ADB} = \frac{\breve{AB}}{2}$ – тоже по теореме о вписанном угле, но в другой окружности.

По теореме о сумме углов треугольника, $(\triangle ACD)$

$$\underbrace{\widehat{ACD} + \widehat{DAC}}_{\breve{AB}} + \underbrace{\widehat{CAD}}_{\frac{\pi}{2}\text{ – по условию}} = \pi; \qquad \breve{AB} = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{Т.о. } \widehat{ACD} = \widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}.$$

$\triangle CAD$ является равнобедренным и прямоугольным. ~~Поэтому $AB \perp CD$ и $|AB| = |CB| = |BD|$.~~

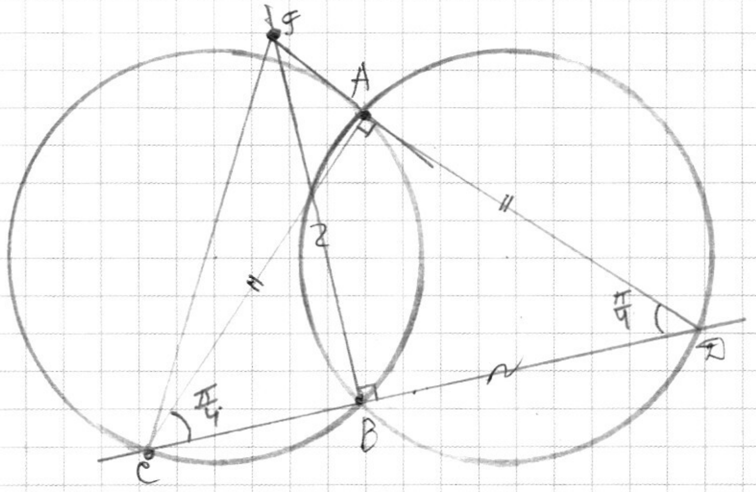
(*) Важно понимать, что $\angle ACD$ и $\angle ACB$ опираются на одну и ту же дугу, иначе они (углы) в сумме давали бы π, что противоречит тому, что $\widehat{CAD} = \frac{\pi}{2}$ – см. сумму углов в $\triangle ACD$.



~~Заметим, что до этого момента я не пользовался „картинкой", т.е. указанные выкладки не зависят от расположения точек. Только теперь можно нарисовать рисунок~~

Заметим, что до этого момента я не пользовался „картинкой", т.е. указанные выкладки не зависят от расположения точек.

(См. след. стр.)



$\widehat{FDB} = \frac{\pi}{4}$ — т.к. $\triangle FBD$ — р/б и прямоугольный.

Т.о. точки F, A, D лежат на одной прямой

$|FC|^2 = |FB|^2 + |BC|^2 =$

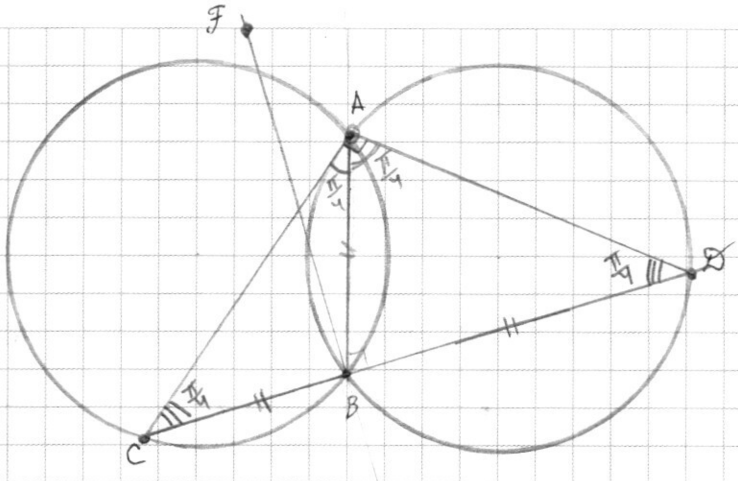
$= |CB|^2 + |BA|^2 = (2r)^2$.

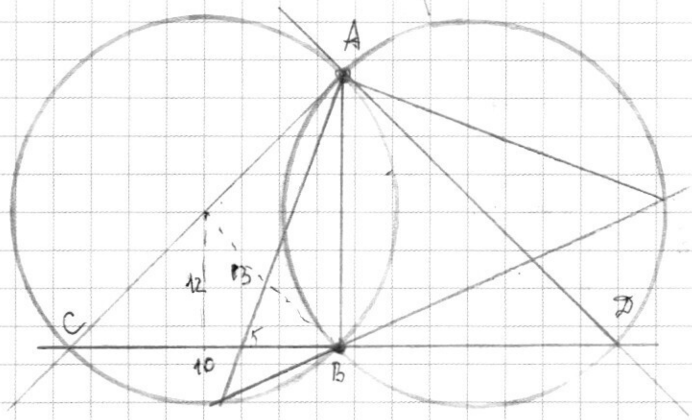
Ответ: а) 26.

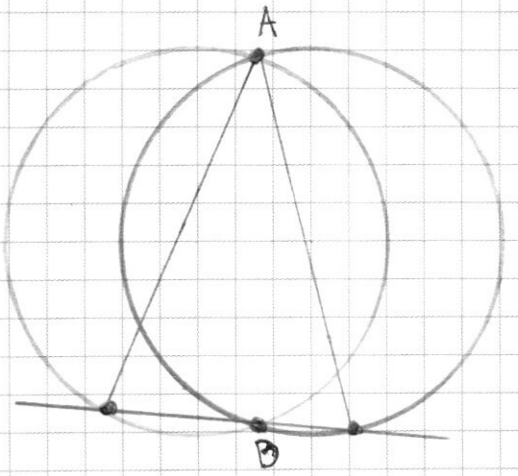
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

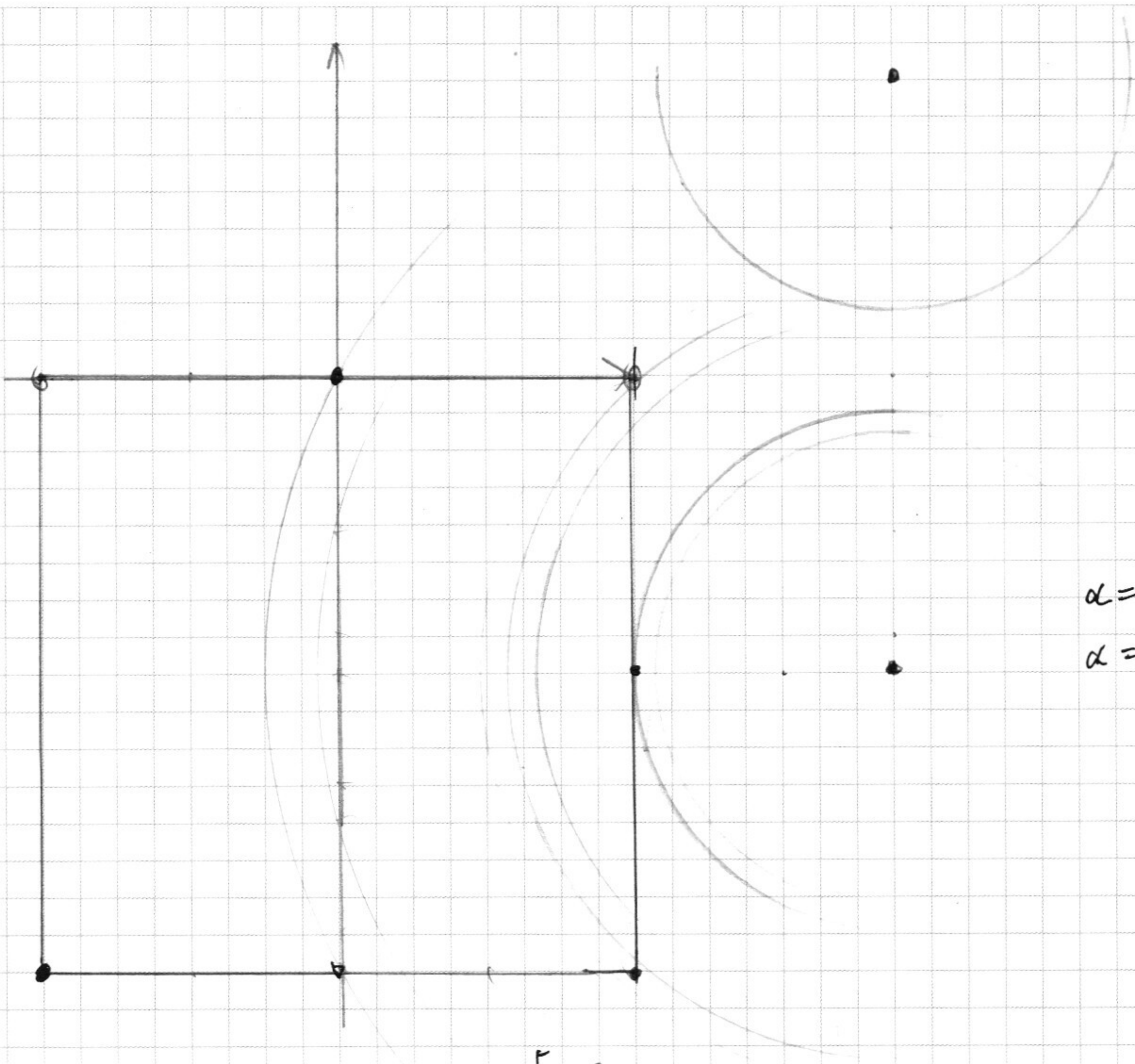






☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$\alpha = 7^2 = 49$

$\alpha = 15^2 + 8^2 = 289$

$x = 0$: $|y+8| = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0, \\ y=-16. \end{array}\right.$

$x = 8$:

$$\frac{|FD|}{|CD|} = \frac{|AD|}{|BD|}.$$

$|CA| \cdot |FD| = |FB| \cdot |CD|.$

$\sqrt{2}x \cdot y =$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

1) 22557711 45577111

$$\frac{8!}{(2!)^4} = \frac{8!}{2^4} = \frac{7!}{2} = \frac{7 \cdot \overset{720}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{2} = 360 \cdot 7$$

2) $b \quad bq \quad bq^2 \ldots bq^{2999}$ $\quad b \quad bq \quad bq^2 \cdot 40 \quad bq^3 \quad bq^4 \quad bq^5 \cdot 40 \ldots$

$$S = b\frac{q^{3000}-1}{q-1};$$

$$S_1 = S + 39(bq^2 + bq^5 + \ldots bq^{2999}) =$$

$$= S + 39bq^2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} =$$

$$= S\left(39q^2 \cdot \frac{(q-1)}{q^3-1} + 1\right) =$$

$$= S\left(\frac{39q^2}{q^2+q+1} + 1\right) = 5S$$

$$\cancel{= S\left(\frac{40q^2+q+1}{\ldots}\right)}$$

$$39q^2 = 4(q^2+q+1)$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 35 \cdot 4}}{35} = \frac{2 \pm 2\sqrt{36}}{35} = \frac{2 \pm 12}{35} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}.$$

$$S_2 = S + 2(bq + bq^3 + \ldots + bq^{2999}) =$$

$$= S + 2bq\frac{q^{3000}-1}{q^2-1} =$$

$$= S + 2q \cdot \frac{S(q-1)}{q^2-1} =$$

$$= S\left(1 + \frac{2q}{q+1}\right) =$$

$$\cancel{S_2} = S \cdot \frac{3q+1}{q+1}$$

3) $$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$(x+10)(x-4)$

$(x+10)\sqrt{x^3}$

$|x| < 5$

$\begin{cases} \\ \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x \geq -2$:

$4t^2 + \frac{4}{t^2} - 5t + \frac{4}{t} - 9$

$4t^2 + \frac{4}{t^2} + 5t + \frac{4}{t} + 11$

	4	-5	-9	4	4
2	4	3	-3	-2	0
~~-2~~	~~4~~	~~-5~~	~~7~~	~~-16~~	
-1	4	-1	-2	0	

	4	5	11	4	4
~~-2~~	~~4~~	~~-3~~			
1	4	9	20		
-1	4	1	10	-6	10

$\sqrt{7}$

225, 64, 289

$\cancel{16x^3 + 15x^2 + 22x + 4}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y + 16 = 16, \\ -2y - 16 = 16, \\ 2x = 16, \\ -2x = 16 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y = 0, \\ y = -16, \\ x = 8, \\ x = -8. \end{array}\right.$$

$|x+8| + |x-8| = 16$

$|x+8| + |x-8| = 16$

$x = 8: |y+16| + |y| = 16$

$\alpha \qquad \pi + \alpha$

$\cancel{\alpha + 5\vartheta}$

$\pi + \alpha + 5\vartheta t - (\alpha + \vartheta) =$

$= \pi + 4\vartheta t = \ \vdots\ 2\pi k$

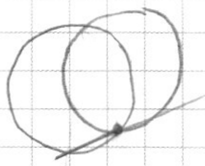
$4\vartheta t = 2\pi k - \pi$

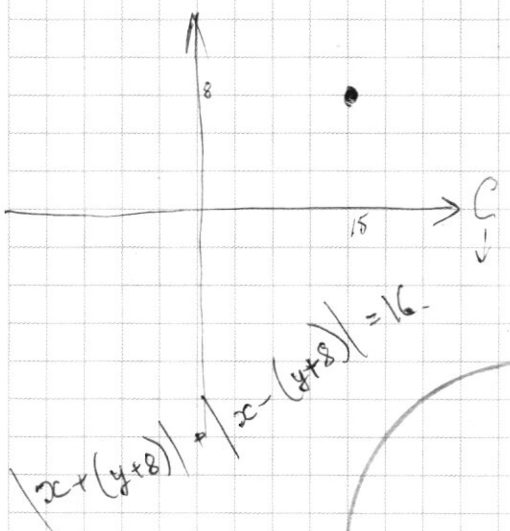
$t = \frac{2\pi k}{4\vartheta} - \frac{\pi}{\vartheta}$

$x < 0$:

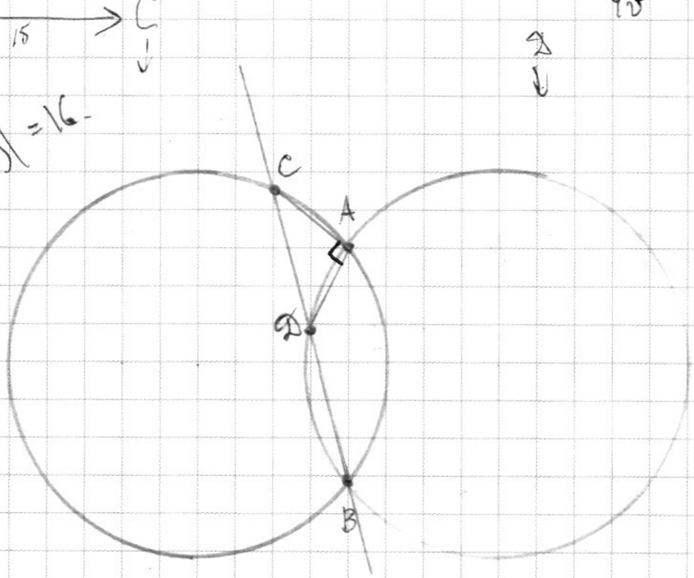
$4x^4 + 5x^3 + 2x^2 +$

$|y + x + 8| + |y - x + 8| = 16$





$|x + (y+8)| + |x - (y+8)| = 16$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)